

# Optimización multicriterio por análisis envolvente de datos:

## Caso práctico en manufactura por inyección de plásticos

Matilde Luz Sánchez Peña, M. Guadalupe Villarreal Marroquín,  
Mauricio Cabrera Ríos

Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas, FIME-UANL  
matitasanchez@gmail.com, lupita.villarreal@gmail.com,  
mcabrera@mail.uanl.mx



### RESUMEN

*En la primera parte de este trabajo se presentaron diferentes estrategias de selección de puntos clave al utilizar agrupamiento estadístico en la solución de problemas de optimización de criterios múltiples a través del Análisis Envolvente de Datos (AED). Estos puntos clave demostraron tener un mejor desempeño en la obtención de la frontera eficiente de los problemas de optimización multicriterio. También se exploraron estrategias de discriminación que ofrecían modos atractivos de reducir el tamaño original de los problemas a tratar. En esta segunda parte, se aplican los métodos desarrollados a un caso práctico en manufactura por inyección de plásticos.*

### PALABRAS CLAVES

Optimización multicriterio, análisis envolvente de datos, agrupamiento de datos.

### ABSTRACT

*In the first part of this work, different strategies for the selection of representative points when using statistical data clustering to solve multiple criteria optimization problems through Data Envelopment Analysis (DEA) were presented. The chosen representative points were shown to have a better performance at obtaining the efficient frontier of such problems. Additionally, discrimination strategies were explored to offer attractive ways to reduce the original size of the problems. In this second part, the different methods developed previously are applied to a manufacturing case of injection molding.*

### KEYWORDS

Multiple criteria optimization, data envelopment analysis, data clustering techniques.

### INTRODUCCIÓN

En este trabajo se demuestra la aplicación de los métodos descritos en la primera parte.<sup>1</sup> Se explica la metodología seguida para la generación de los datos experimentales, los detalles para la ejecución de cada metodología, y los resultados obtenidos.



En Ingenierías Vol.IX, No. 38, pp.52-59, los autores publicaron el artículo *Optimización multicriterio por análisis envolvente de datos: Estrategias de agrupamiento y discriminación*, el cual es el antecedente del presente artículo.

Asimismo se explican las implicaciones asociadas con encontrar la frontera eficiente en términos de factores controlables del proceso de manufactura, esto es, cómo se traduce el abanico de posibilidades que presenta la frontera eficiente en varias estrategias de elección para el tomador de decisiones. De igual modo, se interpretan los compromisos económicos que pueden alcanzarse a cada nivel de la frontera eficiente. De esta manera, se contempla todo el proceso de análisis y toma de decisiones en un escenario realista de manufactura.

### MÉTODO

Se presenta aquí la aplicación del análisis envolvente de datos por medio de un caso práctico en el terreno de la manufactura. Los datos iniciales utilizados fueron obtenidos de una simulación de moldeo por inyección de plásticos<sup>2</sup> llevada a cabo con el programa MoldFlow. Para coleccionar los datos se utilizó un diseño de experimentos de tipo factorial con dos factores, (a) temperatura del molde y (b) presión de inyección cada uno a nueve niveles. Las medidas de desempeño (MDs) escogidas para este estudio fueron (1) la presión máxima dentro del molde y (2) el tiempo de ciclo. Se ha observado que estas MDs se encuentran en conflicto al tratar de minimizar ambas simultáneamente. Es deseable minimizar ambas MDs, (1) para no retar la capacidad de cierre del molde y (2) para aumentar la producción. Para efectos del AED, fue necesario transformar linealmente la máxima presión dentro del molde para que correspondiera a un caso de maximización. En el resto de este trabajo, a esta MD transformada se



Fig. 1. Imagen de la carátula de celular cuyo proceso de inyección fue simulado por medio del MoldFlow.

le identifica como  $P_{max}^*$ .

La parte considerada en este estudio fue la carátula de un celular, la cual se muestra en la figura 1.

A partir del diseño experimental inicial, se ajustaron expresiones empíricas o metamodelos a cada una de las MDs. La presión máxima dentro del molde fue modelada por medio de una regresión lineal y el tiempo de ciclo por una red neuronal artificial con 7 neuronas en la capa oculta. Utilizando después estos metamodelos, se generaron 10,000 predicciones para el caso práctico.

En primera instancia los 10,000 datos de las MD's

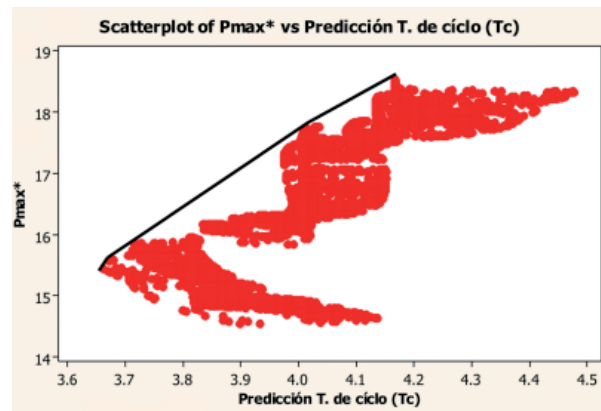


Fig. 2. Cálculo exhaustivo de la frontera eficiente, comprendida por 5 puntos.

fueron analizados exhaustivamente por medio de la herramienta de AED en Excel. Con esto se encontró la frontera real del conjunto, compuesta por 5 puntos, para su comparación posterior. Los puntos eficientes se pueden apreciar en la figura 2. Los valores de los puntos eficientes se especifican en la tabla I.

Los datos fueron agrupados posteriormente por el método de k-medias como se detalló en la sección de experimentación y resultados de la primera parte

Tabla I. Valores de los puntos eficientes.

Punto	Tiempo de ciclo	Presión Máxima
A	3.6613	15.4427
B	3.6705	15.5752
C	4.0137	17.7225
D	4.0139	17.7232
E	4.1668	18.5385

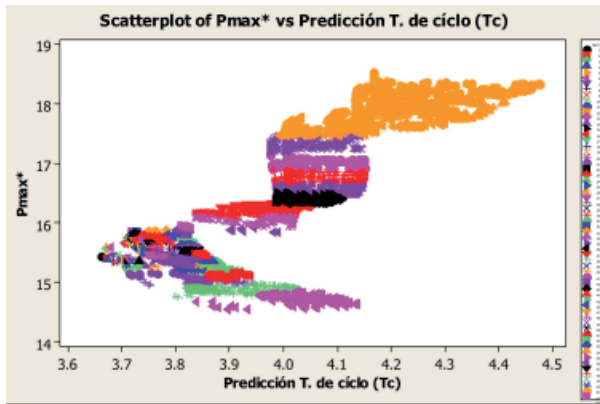


Fig. 3. Agrupamiento original de los datos.

de este trabajo. El agrupamiento para este caso se ilustra en la figura 3.

Los puntos representativos que demostraron mayor eficacia en el estudio anterior, esto es la selección de máximos de  $Y$  y la selección de mínimos de  $X$  se utilizaron en este caso como sigue:

- 1) Se seleccionaron los valores máximos en  $P_{max}^*$  de cada grupo (se recuerda que estos corresponden a los valores mínimos de  $P_{max}$ )
- 2) Se seleccionaron los valores mínimos de tiempo de ciclo (T. de Ciclo) de cada grupo
- 3) Se analizaron los 200 puntos seleccionados, obteniendo así los grupos eficientes por cada método.
- 4) Se tomaron como eficientes los grupos comprendidos en la unión de conjuntos eficientes por cada punto representativo. Por ejemplo, en la primera iteración, por máximos de  $Y$  se obtuvieron los grupos 1, 3, 61 y 96 y por mínimos de  $X$  los grupos 1, 3 y 61. Así que se tomaron como eficientes los grupos 1, 3, 61 y 96.
- 5) Se dividieron los grupos en sus componentes.
- 6) Si la cantidad de componentes era menor a 100 elementos, estos eran analizados en la herramienta de AED una vez más para hacer el cálculo de la frontera real. En cualquier otro caso, los elementos se agrupaban nuevamente por el método de  $k$ -medias y se repetían los pasos desde el principio.

Cada etapa del método realizado es reportada en la figura 4 y en la tabla II.

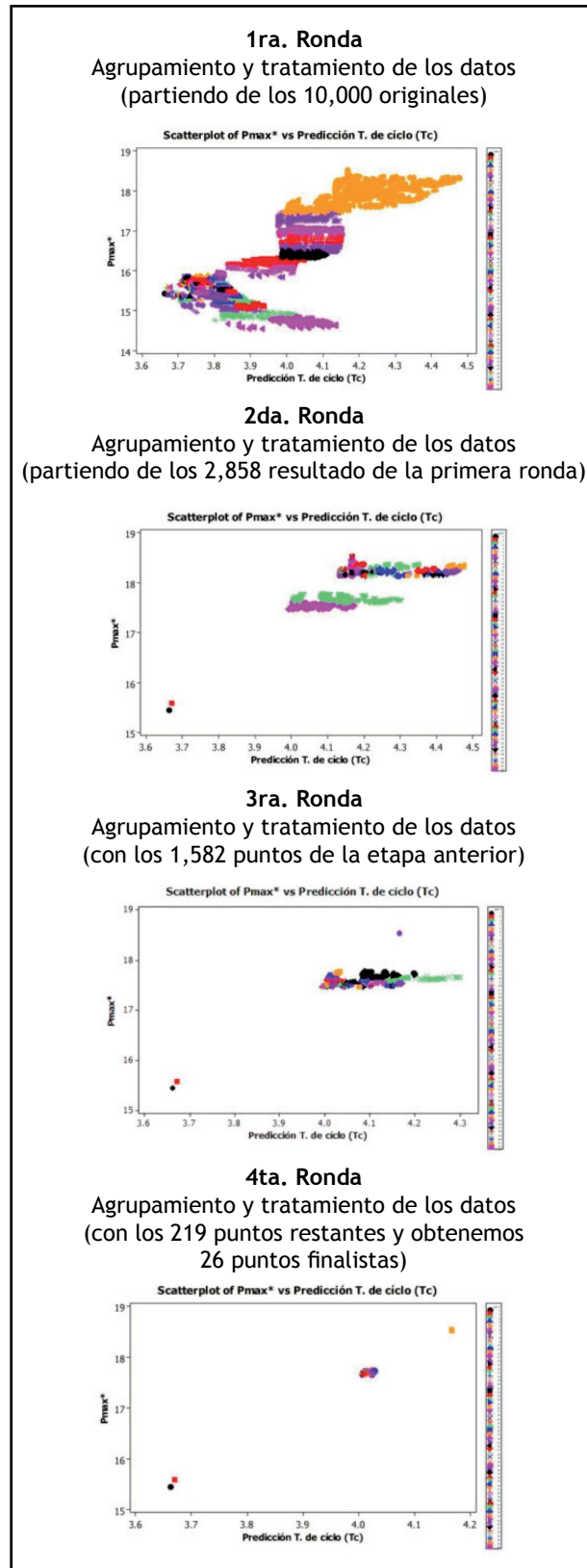


Fig. 4. Muestra la evolución de los puntos evaluados en cada tratamiento.

Tabla II. Descripción de las diferentes etapas del proceso.

	Cantidad de grupos eficientes	Cantidades de puntos contenidos en los grupos eficientes	Total de puntos comprendidos para el siguiente agrupamiento
1 <sup>a</sup> . Ronda	4	(1,1,1298,1558)	2,858
2 <sup>da</sup> . Ronda	5	(1,1,930,628,22)	1,582
3 <sup>era</sup> . Ronda	5	(1,1,80,115,22)	219
4 <sup>ta</sup> . Ronda	5	(1, 1, 1, 1, 22)	26

El total de ejecuciones que se tuvieron que hacer del AED con la herramienta de Excel, son reportadas en la tabla III.

El resultado de este método fue la obtención de la totalidad de los puntos eficientes (5 puntos), como se muestra en la figura 5.

Tabla III. Cantidad de ejecuciones que fueron necesarias en el método implementado.

Etapas	Ejecuciones
1 <sup>er</sup> . agrupamiento	200
2 <sup>do</sup> . agrupamiento	200
3 <sup>er</sup> . agrupamiento	200
4 <sup>to</sup> . agrupamiento	200
5 <sup>to</sup> . tratamiento (n<100)	100
Total	900

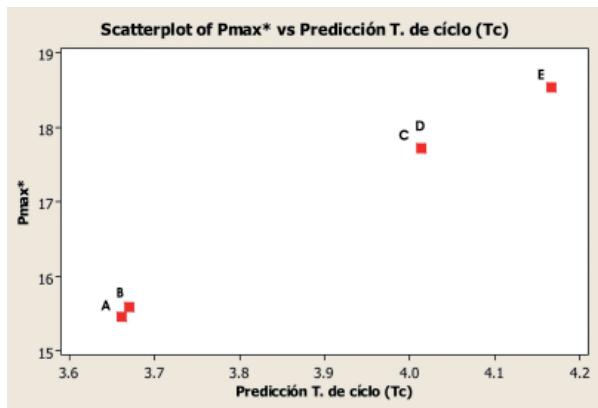


Fig. 5. Los 5 puntos de la frontera eficientes calculados por la metodología planteada.

### Utilización del punto Nadir y selección de máximos en Y y mínimos en X

Esta metodología híbrida hace uso del método de discriminación de datos por medio del Punto Nadir y es complementada con el procesamiento de estos por el agrupamiento por k-medias y la selección de los máximos en Pmax\* y los mínimos en T. de Ciclo como puntos representativos.

- 1) Se localizan en el conjunto de puntos originales el mínimo absoluto con respecto al tiempo de ciclo (punto M) y el máximo absoluto con respecto a la presión máxima (punto N).
- 2) El punto ideal estará compuesto por  $(X_M, Y_N)$ , y el punto Nadir será  $(X_N, Y_M)$ .
- 3) Del listado original, eliminamos los puntos que sean menores al punto Nadir en su valor de Pmax\*, y los que sean mayores a este en T. de ciclo.
- 4) Los puntos restantes son agrupados por el método de k-medias.
- 5) Se lleva a cabo el método como en el caso anterior

El resultado de este proceso se reporta en la tabla IV y es ilustrado en la figura 6.

Tabla IV. Ubicación de los puntos M, N, Ideal y Nadir.

Punto	T. de ciclo (X)	Pmax (Y)
M	3.6613	15.4422
N	4.1668	18.5385
Ideal	3.6613	18.5385
Nadir	4.1668	15.4422

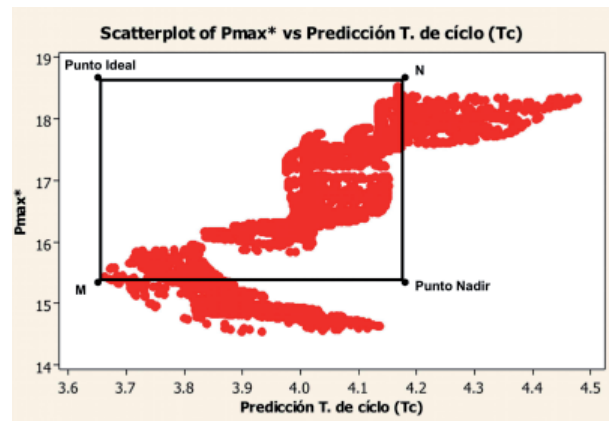


Fig. 6. Metodología de discriminación por punto Nadir.

Una vez encontrados los puntos Ideal y Nadir, se eliminaron los datos que se encontraban fuera de la región delimitada por ellos. Con esta eliminación, quedaron 7,087 puntos de los 10,000 puntos originales (figura 7).

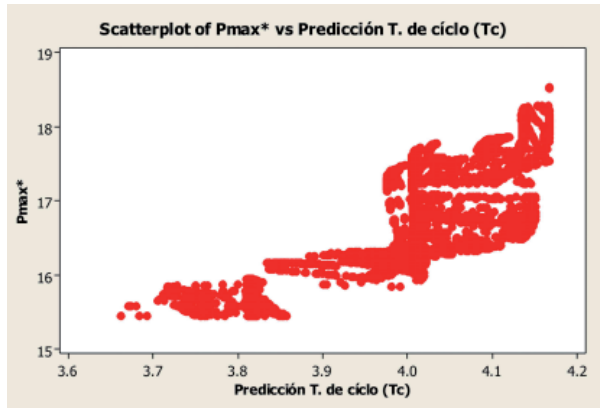


Fig. 7. Puntos resultantes de la discriminación por Punto Nadir.

Los puntos restantes se agruparon por medio de k-medias y se seleccionaron los puntos mayores en Y y mínimos en X para llevar a cabo el método como se describió en las instancias anteriores.

La tabla V y la figura 8 reportan los resultados obtenidos en cada etapa del método.

El total de ejecuciones que se tuvieron que hacer del AED con la herramienta de Excel, son reportadas en la tabla VI.

La Frontera Eficiente resultante de esta metodología híbrida corresponde en todos sus puntos a la frontera real calculada al inicio de esta sección,

Tabla V. Descripción de las diferentes etapas del proceso por método del punto Nadir.

Etapa	Cantidad de grupos eficientes.	Cantidades de puntos contenidos en los grupos eficientes	Total de puntos comprendidos para el siguiente agrupamiento
1 <sup>a</sup> . ronda	4	(1,1,1517,1322)	2841
2 <sup>da</sup> . ronda	5	(1,1,80,115,42)	239
3 <sup>ra</sup> . ronda	5	(1,1,1,1,42)	46

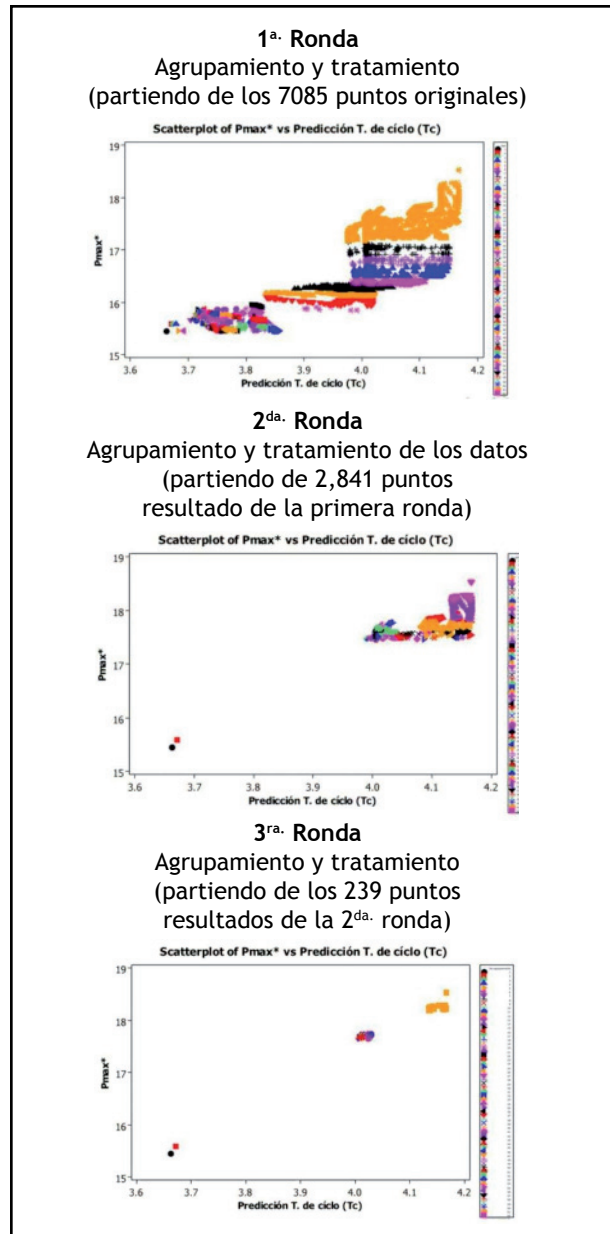


Fig. 8. Evolución de los puntos evaluados en cada tratamiento partiendo de la discriminación por Punto Nadir.

Tabla VI. Total de ejecuciones realizadas por método del punto Nadir.

Etapas	Ejecuciones
1 <sup>er</sup> . agrupamiento	200
2 <sup>do</sup> . agrupamiento	200
3 <sup>er</sup> . agrupamiento	200
Último tratamiento (n<100)	100
Total	700

de lo que concluimos que los datos eliminados no contenían información valiosa para el cálculo. El proceso de eliminación de datos contribuyó en un 22% de reducción en las ejecuciones necesarias de AED para encontrar la frontera eficiente.

### CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

La frontera eficiente encontrada, representa los mejores compromisos entre tiempo de ciclo y presión máxima dentro del molde de inyección. La figura 9 muestra los compromisos representados por los puntos eficientes identificados.

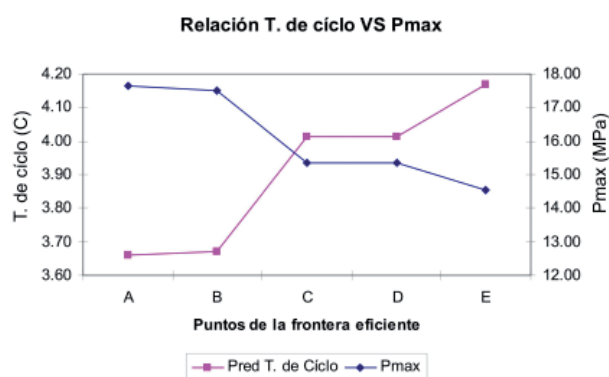


Fig. 9. Relación entre las MD's tiempo de ciclo y presión máxima en los puntos eficientes, la tendencia es opuesta en las soluciones eficientes.

Los valores de las variables controlables en la máquina de moldeo de inyección que resultarían en las soluciones eficientes se detallan en la tabla VII y en la figura 10.

Tabla VII. Valores de las variables controlables correspondientes a los puntos de la frontera eficiente.

Punto en la frontera eficiente	Presión de inyección (MPa)	Temperatura en el molde (C)
A	82.5977	192.7346
B	82.5977	193.9626
C	453.3694	213.5445
D	460.9993	213.5445
E	488.7278	224.8229

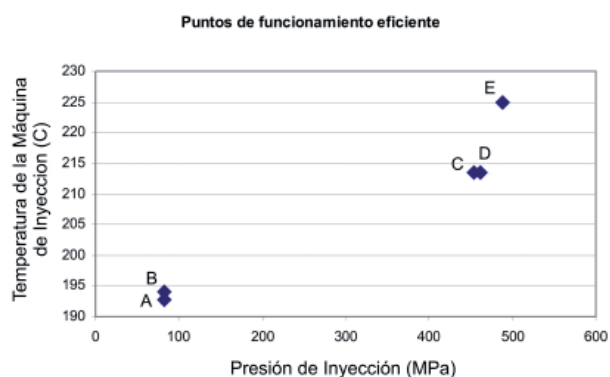


Fig. 10. Ubicación de la frontera eficiente traducido a los factores controlables en la máquina inyectora.

La forma que describe la frontera eficiente convertida en valores de los factores controlables, muestra resultados interesantes. Existe un margen de maniobra en cada uno de los factores sobre el cual se puede seguir trabajando eficientemente. Para un mismo nivel de Presión de inyección existen dos valores de temperatura en los que se pueden obtener resultados muy similares y viceversa para un nivel de Temperatura del molde.

De esta manera, al traducir la frontera eficiente de MD's en conflicto, el tomador de decisiones puede elegir qué niveles utilizará de Presión y Temperatura en la máquina para conseguir diversos propósitos. Por ejemplo, si el tomador de decisiones necesita rapidez en la producción y decide trabajar en el punto A que permite un menor tiempo de ciclo, los valores de presión y temperatura necesarios en la MI serán 82.5977 MPa y 192.7346 C respectivamente, y dentro de ese valor de presión podrá tener un margen de maniobra en el nivel de temperatura hasta 193.9626.

La utilidad de esta información es clara para la toma de decisiones en las cuales se debe de elegir entre las prioridades del proceso. El tomador de decisiones puede considerar preferentemente la durabilidad de la máquina, que depende de la presión, o bien la utilización de tiempos de ciclo más cortos con fines de aumentar la productividad de la máquina a costa de su desgaste prematuro.

Las repercusiones económicas de la elección sobre los puntos en los que trabajará el proceso se verán

reflejadas en los cambios sobre la cantidad generada en tiempos relativamente largos. Los cambios entre dos puntos eficientes elegidos en términos de piezas producidas en un día de producción pueden observarse en la figura 11 y en la tabla VIII.

Existe una diferencia de 895 partes más producidas diariamente entre el primer punto de nuestra frontera y el último. Esto, traducido en términos monetarios para la empresa productora, puede representar grandes diferencias en sus beneficios finales.

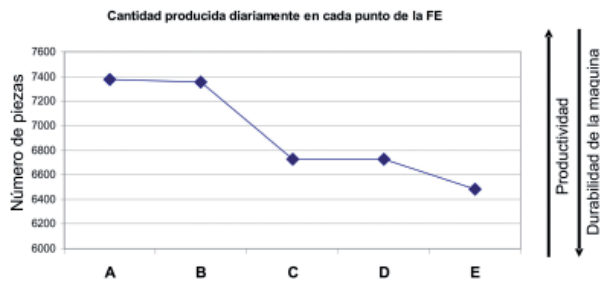


Fig. 11. Capacidad de producción en cada punto de la frontera eficiente.

**CONCLUSIONES**

En este trabajo fueron demostrados los métodos generados en el artículo precedente a través de su aplicación a un caso de inyección de plásticos. Se discutieron las implicaciones prácticas del tipo de decisiones a las que se llega a través de la ejecución de las técnicas descritas anteriormente.

En el caso analizado se puede notar una reducción considerable en el número de ejecuciones de AED para converger a la frontera eficiente real, reforzando así las bondades de las ideas presentadas. Aunque los métodos de discriminación se encuentran en una fase exploratoria, resultan una estrategia atractiva para reducir aún más el tiempo computacional llegando igualmente a una frontera eficiente fiel.

**AGRADECIMIENTOS**

La realización de este proyecto fue posible gracias al apoyo UANL-PAICYT CA-1069-05 y a PROMEP 103.5/04/2590. Se reconoce también el valioso apoyo del CONACYT, la FIME y la UANL en términos de las becas de los estudiantes involucrados en el desarrollo de este proyecto.

**REFERENCIAS**

1. Matilde Luz Sánchez Peña, M. Guadalupe Villarreal Marroquín, Mauricio Cabrera-Ríos, Optimización multicriterio por análisis envolvente de datos: Estrategias de agrupamiento y discriminación, Vol. XI, Ene-Mar 2008, No. 38, pp. 52-59, revista Ingenierías.
2. M. A. Urbano-Vázquez, M. Cabrera-Ríos, Comparación de diseños experimentales para la predicción de líneas de costura en el moldeo por inyección: Resultados Preliminares. Memorias Congreso CIINDET (2006).

Tabla VIII. Frontera eficiente en función de las MD's en conflicto, de los factores controlables y producción que los diferentes puntos pueden generar.

Puntos de la FE para las MD's en conflicto			Valores de los factores controlables en la MI		Cantidad a producir diariamente por máquina (unidades)
	Predicción T. de ciclo (seg.)	Pmax (MPa)	Presión (MPa)	Temperatura (°C)	
A	3.6613	17.6355	82.5977	192.7346	7,374
B	3.6706	17.5030	82.5977	193.9627	7,355
C	4.0138	15.3557	453.3694	213.5446	6,726
D	4.0139	15.3550	460.9994	213.5446	6,726
E	4.1669	14.5397	488.7278	224.8230	6,479