

# Diagnóstico de fallas usando observadores no lineales:

Un caso de estudio

Efraín Alcorta García\*

## ABSTRACT

*In this work is reported the application of fault detection methods to a hydraulic actuator. A nonlinear observer is used to generate a signal that only depends on the faults. This signal is called residual. An analysis of the generated residual has to be done in order to determine if a fault is present. Two kinds of fault are under consideration: component faults and additive faults. In both cases simulation results of the detection are provided.*

**Key words:** fault detection, analytical redundancy, nonlinear observers, linear matrix inequalities.

## INTRODUCCIÓN

La naturaleza física de los sistemas de control hace que estos sean vulnerables a fallas de sus componentes. Estas fallas pueden producir desde una reducción considerable del desempeño hasta cuantiosas pérdidas económicas. La posibilidad de evitar un accidente o de reducir las pérdidas relacionadas con fallas en sistemas representa una motivación para el desarrollo de sistemas de detección y corrección.

En los últimos años el desarrollo de algoritmos para la detección y localización de fallas en sistemas dinámicos ha sido investigado muy intensamente<sup>1, 2, 3, 4, 5</sup>. Los algoritmos más poderosos hacen uso explícito del modelo matemático del sistema bajo consideración. El proceso de detección se realiza en dos pasos, primero son generadas señales que contienen sólo información sobre las fallas (llamadas residuos). El segundo paso consiste en la evaluación y análisis de los residuos.

Uno de los métodos más efectivos para la generación de residuos es el basado en observadores. En la literatura se dispone de diferentes resultados para la generación de residuos basada en observadores para modelos lineales de los sistemas. Una idea semejan-



Los observadores no lineales están siendo usados en la aviación moderna para el diagnóstico de fallas.

te, basada en observadores se puede también aplicar a sistemas con modelo no lineal, sin embargo, el problema se vuelve más complicado, pues la observación de sistemas no lineales es un problema difícil aún y cuando se conozca el modelo a perfección.

En este trabajo se reporta la aplicación de un método de detección de fallas basado en observadores al modelo a un actuador hidráulico. En particular se utiliza un observador no lineal para la construcción de un generador de residuos. El observador se construye sobre la base de un modelo que cuenta con una parte lineal y una no-lineal. La construcción del observador requerido es apoyada con el método de optimización basado en desigualdades matriciales lineales. Dos tipos de fallas son estudiados: fallas de los componentes y fallas aditivas al modelo. En ambos casos los resultados de simulaciones son presentados.

La planta sujeta a estudio forma parte de un sistema de control más complejo, sin embargo, sólo la detección de fallas en este componente (que a su vez

---

\* División de Estudios de Postgrado, FIME-UANL  
E-mail: ealcorta@ieee.org

define un lazo de control) está siendo considerado. El actuador hidráulico considerado sirve como actuador de la superficie de control en un avión comercial.

**MODELO DEL SISTEMA**

La planta bajo consideración es un actuador hidráulico de la superficie de control de un avión. Este tipo de actuador puede ser utilizado donde se requiera mucha fuerza en el elemento final de control.<sup>6,7</sup> En esta sección revisaremos el modelo matemático del actuador. Un diagrama a bloques del sistema en lazo cerrado puede ser visto en la figura 1.

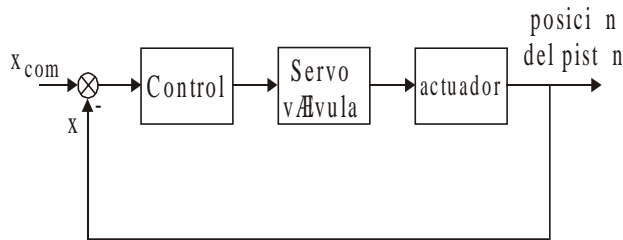


Fig. 1. Sistema en lazo cerrado.

**Modelo matemático**

Enseguida se dará una descripción del actuador hidráulico utilizado como base en este trabajo. Una explicación más detallada del actuador hidráulico puede ser encontrada en<sup>8</sup>. Una descripción esquemática del actuador hidráulico es mostrada en el diagrama de lazo cerrado de la figura 2. El correspondiente espacio de estados es:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \\ \Delta P \\ x_v \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ v \\ \Delta P \\ x_v \end{pmatrix} + f(v, x_v, \Delta P) \tag{1}$$

$$y = C(x \ v \ \Delta P \ x_v)^T$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & -6.7431 & 6.87 \times 10^{-7} & 0 \\ 0 & -3.58 \times 10^{10} & 0 & 0 \\ -1550 & 0 & 0 & -270.27 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$f(v, x_v, \Delta P) = \begin{pmatrix} 0 \\ -248.98(v|v| + \sin g(v)) \\ 1.655 \times 10^{10} \frac{x_v}{|x_0|} W\left(\sin g(x_v) - \frac{\Delta P}{2 \times 10^7}\right) \\ 1550 x_{com} \end{pmatrix}$$

$$C = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$$

y las variables de estado  $x$  es la posición del elemento final del actuador,  $v$  es la velocidad del elemento final,  $\Delta P$  es la presión diferencial,  $x_v$  es la posición de la válvula de control del actuador. La función  $W$  esta definida por

$$W(\mu) = \frac{\mu}{|\mu|} \sqrt{|\mu|}$$

Note que la matriz de observabilidad para el par  $(A, C)$  tiene rango 3. El modo no observable corresponde a la posición de la válvula de control y este es estable. Basado en este modelo, un observador será diseñado usando la teoría descrita en la siguiente sección.

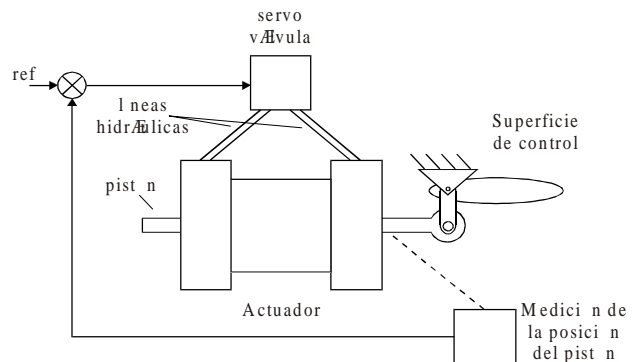


Fig. 2. Actuador hidráulico en lazo cerrado.

## DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN OBSERVADORES

Una manera de realizar la generación residual es mediante el uso de observadores de la salida. En el caso del actuador, como el modelo matemático es no lineal, es requerido un observador no lineal como el que se presenta en esta sección. La idea básica está representada en la figura 3.

En general el diseño de observadores no lineales no es una tarea fácil, a pesar del conocimiento que se tenga de las no linealidades involucradas. Un diseño

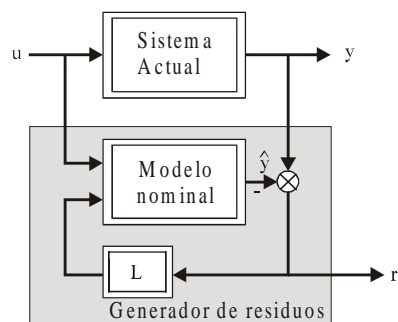


Fig. 3. Estructura de un generador de residuos basado en observadores.

disponible para la clase de sistemas con una parte lineal y otra no lineal se puede encontrar en<sup>9</sup> y es la que se utilizará en este trabajo.

En este caso el actuador tiene una estructura que permite el diseño de un observador que tiene convergencia global independientemente del valor de la entrada (un problema bien conocido para sistemas no lineales en general es que pueden perder la observabilidad para valores específicos de la entrada). El diseño es basado en la parte lineal contenida en el modelo y sobre el valor de la constante de Lipschitz de la función no lineal.

### Diseño de los residuos

En este trabajo se considera el diseño de un observador no lineal descrito en<sup>9</sup>. La idea consiste en

reformular el diseño de observadores como un problema de desigualdades lineales matriciales (LMI, por las iniciales en inglés) y entonces aplica métodos poderosos de optimización numérica (basados en el teorema del punto central<sup>10</sup>) para resolver éste. El software para resolver problemas de LMI puede ser encontrado en el toolbox de LMI de Matlab versión 5.

La clase de sistema no lineal considerada es descrita por las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= A\varepsilon(t) + \Psi(\varepsilon(t), u(t)) + \phi(y(t), u(t)) \\ y(t) &= C\varepsilon(t), \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $\Psi(\varepsilon(t), u(t))$ , es una no linealidad Lipschitz con una constante de Lipschitz  $\lambda$ , es decir,

$$\|\Psi(\varepsilon(t), u(t)) - \Psi(\varepsilon(t), u(t))\| \leq \lambda \|\varepsilon(t) - \varepsilon(t)\| \quad (3)$$

y el par  $(A, B)$  es detectable. El observador está dado por

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= A\varepsilon(t) + \Psi(\varepsilon(t), u(t)) + \phi(y(t), u(t)) + \\ &+ L(y - C\varepsilon). \end{aligned} \quad (4)$$

La dinámica del error de observación resulta en

$$\dot{\varepsilon}(t) = (A - LC)\varepsilon(t) + \Psi(\varepsilon(t), u(t)), \quad (5)$$

donde  $\varepsilon(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t)$ . La condiciones suficientes para la convergencia del error de estimación a cero son garantizadas mediante el teorema 1.

Teorema 1.<sup>9</sup> Sí una matriz  $L$  puede ser asignada tal que

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) + \lambda^2 P P + I < 0 \quad (6)$$

para alguna matriz simétrica  $P$ , definida positiva, entonces la asignación de  $L$  hace al observador del sistema asintóticamente estable.

Observación 1. Como es mostrado en<sup>9</sup>, la desigualdad con la condición puede ser re-escrita como una desigualdad lineal matricial (LMI) de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} A^T P - C^T X^T + PA - XC + 1 & P \\ P & \frac{1}{\lambda^2} I \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

con  $P > 0$ ,  $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$ . La ecuación (1.27) puede ser resuelta usando técnicas de optimización convexas,<sup>2</sup> si la desigualdad de Riccati asociada tiene una solución válida.

### Aplicación al actuador hidráulico

Como se vio en la sub-sección anterior el diseño consiste en encontrar una matriz  $L$  que satisfaga las condiciones del teorema 1. Para esto es necesario primero conocer la constante de Lipschitz para la parte no lineal del modelo dado por la ecuación (1).

El cálculo numérico de la constante de Lipschitz puede llegar a ser muy complicado si la función bajo consideración es vectorial y depende de muchas variables. La función no lineal de nuestro caso está dada por:

$$f(v, \Delta P, x_v)$$

La cota superior es calculada con la ayuda de la derivada parcial de  $f$  con respecto a  $v$ ,  $x_v$  y  $\Delta P$  y encontrando el máximo de la norma de esta función con respecto a los posibles valores de las variables  $v$ ,  $x_v$  y  $\Delta P$ , en la región de trabajo, esto es:

$$\lambda_0 = \max_{\mu} \left\| \frac{\partial}{\partial \mu} f(\mu) \right\|,$$

donde  $\mu^T = [v \quad \Delta P \quad x_v]$ . Aquí  $\lambda \leq \lambda_0$ . El cálculo del valor de  $\lambda_0$  fue obtenido utilizando un programa en Matlab. El resultado final fue  $\lambda_0 = 1.6$ .

Con este valor para la constante de Lipschitz, el cálculo del vector  $L$  se realizó utilizando desigualdades lineales. El vector  $L$  está dado por:

$$L = (2.08 \times 10^6 \quad 1.31 \times 10^7 \quad 7.24 \times 10^6)$$

Con esta retroalimentación los polos de  $A - LC$  resultan  $-2.782, -2.87+157i, -2.87-157i$ .

### Evaluación de residuos

Después de disponer de un generador de residuos, la evaluación de estos puede realizarse en dos pasos: primero es necesario contar con una función de evaluación de residuos, la cual debe de permitir ver con mayor facilidad el efecto de las fallas. Segundo, se requiere de un valor de umbral con el que la función del residuo tiene que ser comparada para decidir si una falla está presente.

### Función de evaluación

En este reporte la función de evaluación usada es la suma de los cuadrados pesados del error. Una forma de obtener esta suma recursivamente es como sigue:

$$\begin{aligned} \varepsilon_K &= \sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} r_i^2 \\ \varepsilon_K &= \lambda \varepsilon_{k-1} + r_k^2, \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $r_k$  representa la  $k$ th muestra del residuo y  $\lambda$  es un factor de olvido (valores típicos para  $\lambda$  son por ejemplo  $0.9 \leq \lambda < 1$ ). Note que si  $\lambda = 0$ , la función de evaluación en el paso  $k$ th llega a ser  $\varepsilon_k = r_k^2$ , es decir, solo depende del valor  $k$ th del residuo. Por otra parte, si  $\lambda = 1$ , el residuo diverge, a pesar de que no se tengan fallas en el residuo.

El umbral es determinado de tal manera que las perturbaciones del sistema no causen falsas alarmas. Una manera de construirlo es determinando cuando la señal obtenida de la función de evaluación del resi-

duo no cambia con una pendiente mayor a alguna pre-establecida.

El umbral es definido como sigue: Si el tiempo es menor a 3 seg., el valor de umbral es directamente el residuo más una cantidad arbitraria y pequeña (en la experimentación se utilizó 0.02). Para  $t > 3$ ., el umbral está dado por:

$$\varepsilon_k^{th} = \begin{cases} c_1 \cdot ep1_k + ep0 & \varepsilon_k^{th} > \varepsilon_{k-1} \\ c_2 \cdot ep2_k & \varepsilon_k^{th} \leq \varepsilon_{k-1} \end{cases}, \quad (9)$$

donde

$$\begin{aligned} ep1_{k+1} &= c_1 \cdot \max(\varepsilon_{k-N+1}, \lambda_1 \cdot ep1_k) \\ ep2_{k+1} &= c_2 \cdot \max(\lambda_2 \cdot \varepsilon_{k-1}, \varepsilon_{k-N}). \end{aligned} \quad (10)$$

Los valores numéricos fueron seleccionados a prueba y error de tal forma que no se presentara ninguna falsa alarma, sin embargo, algunas fallas no pueden ser detectadas y algunos retrasos considerables en la detección están también presentes. Un diseño óptimo de los valores debe, en principio, mejorar los resultados obtenidos. Una alternativa para el procedimiento presentado puede ser encontrado en la literatura.<sup>11</sup>

## RESULTADOS

Los experimentos fueron desarrollados bajo diferentes escenarios. Se consideró un conjunto de diferentes valores de parámetros, de las condiciones externas (perturbaciones) y de los tipos de falla.

Dentro de los diferentes escenarios de prueba para el algoritmo de diagnóstico se encuentra uno en el cual las fallas son tales que la posición del pistón varía de manera oscilatoria independientemente de la señal de control. Este tipo de fallas ha sido reportado en la práctica, vea por ejemplo<sup>8</sup>. Los escenarios considerados incluyen una falla con las siguientes frecuencias: 0.2, 0.5, 1, 4 y 10 Hz. La amplitud varía como sigue: 0.1 y 1 grados. Además se consideró ruido afectando con

dos niveles diferentes, perturbaciones del viento con amplitud de 0.1 ó de 0.3 grados, la presión de la fuente de alimentación se modificó de 209 a 160 bar (condición común en la práctica) y 3 tipos de forma de onda de la falla (sinusoidal, triangular y diente de sierra) y. Un ejemplo de la trayectoria que sigue el residuo y el umbral para este tipo de falla puede ser encontrada en la figura 4.

La generación de residuos basada en observadores para el diagnóstico de fallas oscilatorias resultó ser un método eficiente, pues las fallas pueden ser detectadas. Excepto en casos donde la combinación de frecuencia y amplitud de una falla (por ejemplo 0.2Hz, y 0.5°) la detección se dificultó. En la mayoría de los casos conteniendo esta combinación la detección no fue posible o solo con un retraso considerable. La detección de fallas que tienen las características antes mencionadas es en principio posible, pero el ajuste de la función de evaluación tiene que reconsiderarse.

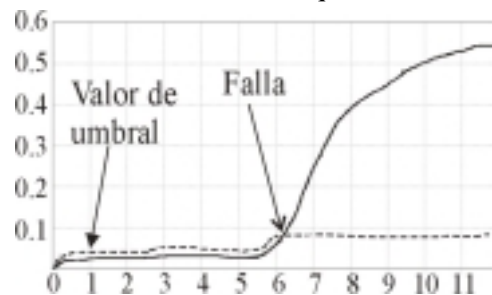


Figura 4. Ejemplo de residuo y de valor de umbral en la detección de fallas oscilatorias (con las siguientes condiciones: amplitud 1 grado, frecuencia 1 Hz, 0.1 grados de la perturbación, nivel bajo de ruido, presión de la fuente 209 bar). El resultado muestra la función de evaluación.

Un segundo tipo de fallas consideradas dentro de las pruebas fue un cambio de uno de los parámetros del pistón. Este cambio puede ser modelado como un término aditivo a la ecuación (1) del sistema. Este tipo de fallas resulta relativamente fácil de detectar. Como ejemplo vea la figura 5.

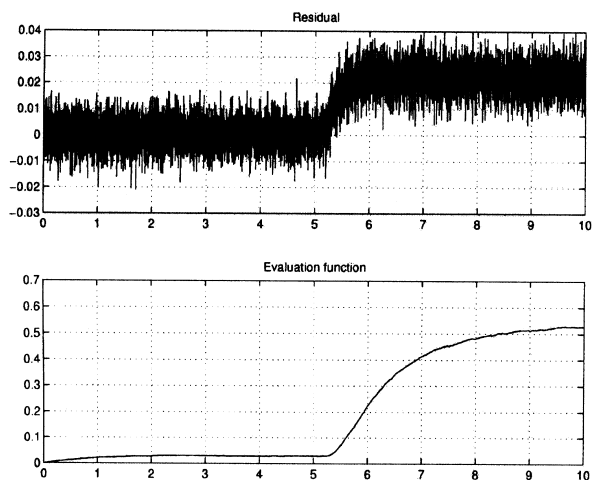


Fig. 5. Comportamiento de los residuos con fallas de los componentes.

## CONCLUSIÓN

El problema de detectar fallas utilizando un método basado en observadores fue considerado en este trabajo. El sistema sujeto a estudio fue un actuador hidráulico, que es utilizado frecuentemente donde se requiere mucha fuerza en el elemento final de control.

Primero fue presentado el modelo del actuador. Enseguida se consideró el diseño de un observador no lineal para el modelo del actuador. El método de diagnóstico de fallas está basado en el observador no lineal.

Distintos escenarios de prueba fueron considerados para verificar el algoritmo utilizado. Los resultados obtenidos permiten afirmar que los métodos basados en observadores ofrecen una alternativa interesante para el diagnóstico rápido de fallas para esta clase de sistemas.

Dos cuestiones pueden ser mejoradas en el presente trabajo, la primera es relativa a la manera de seleccionar los parámetros de la función de evaluación y la segunda es la manera de determinar la función de evaluación y umbral.

## REFERENCIAS

1. P. M. Frank. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - a survey. *Automatica*, 26:459-474, 1990.
2. J. Gertler. Model based fault diagnosis. *Control Theory and Advanced Technology*, 9(1):259-285, 1993.
3. R. Isermann. Process fault detection based on modeling and estimation methods-A survey. *Automatica*, 20:387-404, 1984.
4. R. J. Patton. Robust model-based fault diagnosis: the state of the art. In *Proc. IFAC Symp. SAFEPROCESS '94*, Espoo Finland, pages 1-24, June 1994.
5. A. S. Willsky. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, 12:601-611, 1976.
6. M. Guillon. *Hydraulische Regelkreise und Servosteuerungen*. Carl Hanser Verlag, München, 1968.
7. H. E. Merritt. *Hydraulic Control Systems*. John Wiley & Sons, Inc., New York London Sydney, 1967.
8. J. W. Edwards. Analysis of an Electrohydraulic aircraft control-surface servo and comparison with test results. NASA Technical note NASA-TN-D-6928, Washington, D. C., 1972.
9. R. Rajamani and Y. Cho. Observer design for nonlinear systems: stability and convergence. In *34rd IEEE Conference on Decision and Control*, volume New Orleans, LA USA, pages 93-94, 1995.
10. S. Boyd, S. Ghaoui, L. El, E. Ferron, and V. Balakrishnan. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. Studies in applied mathematics, SIAM, Philadelphia, PA, 1994.
11. X. Ding and P. M. Frank. Frequency domain approach and threshold selector for robust model-based fault detection and isolation. In *IFAC/IMACS Symp. SAFEPROCESS*, pages 307-312, 1991.