

# Determinación de parámetros electromagnéticos de vías férreas

Emanuele Guglielmino  
University of Bath (UK)  
E-mail: emanuele@guglielmino.com



## ABSTRACT

*This paper describes a method to determine longitudinal and transversal electromagnetic parameters of railway line tracks. The technique is based upon differential mode measurements as well as transmission line theory.*

*The results have been used to validate a distributed parameter model of the tracks which can be suitable for electromagnetic compatibility studies in particular in the design of electromagnetic equipment for signaling systems. The model represents satisfactorily enough, for design purposes, the longitudinal parameters (series resistance and inductance) dependence upon frequency. The transversal parameters (shunt capacity and conductance) strongly depend on soil conditions, hence they cannot be precisely modeled by means of a pure electromagnetic model.*

## KEYWORDS

Determination, transmission lines, railway tracks, electromagnetic compatibility.

## RESUMEN

*Este artículo describe una técnica para determinar los parámetros electromagnéticos longitudinales y transversales de los rieles de una vía férrea. La técnica está basada en medidas de modo diferencial, así como en la teoría de las líneas de transmisión. Los resultados han sido utilizados para validar un modelo matemático para estudios de compatibilidad electromagnética y en particular para el diseño y la optimización de dispositivos electromagnéticos de señalización. El modelo describe con precisión suficiente para el diseño los comportamientos de los parámetros longitudinales (resistencia e inductancia) al variar la frecuencia. Los parámetros transversales (capacidad y conductancia) dependen fuertemente de las condiciones del terreno, y no pueden ser representados con precisión por un modelo meramente electromagnético.*

## PALABRAS CLAVE

Determinación, líneas de transmisión, rieles, compatibilidad electromagnética.

## NOTACIÓN

$C$  = capacitancia transversal [mF/km]  
 $G$  = conductancia transversal [mS/km]  
 $I$  = corriente de línea (escalar o vector) [A]  
 $L$  = inductancia longitudinal [mH/km]  
 $R$  = resistencia longitudinal [ $\Omega$ /km]  
 $V$  = tensión de fase (escalar o vector) [V]  
 $Y$  = admitancia (escalar o matriz) [( $\Omega$ /km) $^{-1}$ ]  
 $Z$  = impedancia (escalar o matriz) [ $\Omega$ /km]  
 $Z_o$  = impedancia característica [ $\Omega$ /km]  
 $Z_{ca}$  = impedancia en circuito abierto [ $\Omega$ /km]  
 $Z_{cc}$  = impedancia en corto circuito [ $\Omega$ /km]  
 $Z_{loop}$  = impedancia de loop de la línea [W/km]  
 $\alpha$  = constante de atenuación [neper/m]  
 $\beta$  = constante de fase [rad/m]  
 $\gamma$  = constante de propagación [-]  
 $\mu_r$  = permeabilidad relativa de los rieles [-]  
 $\tilde{n}$  = resistividad de los rieles [ $\Omega$ m]  
 $\dot{u}$  = pulsación [rad/s]

## INTRODUCCIÓN

La construcción de trenes de alta velocidad (por ejemplo, el TGV en Francia, el Pendolino en Italia y el AVE en España) ha llevado al desarrollo de dispositivos eléctricos para la tracción y sistemas de señalización extremadamente sofisticados. La utilización frecuente de la electrónica de potencia resulta en que las corrientes y las tensiones tengan un contenido armónico muy alto y esto es causa potencial de problemas de compatibilidad electromagnética entre las diversas partes de los sistemas eléctricos ferroviarios.

Hasta ahora ha habido relativamente poca investigación sobre la compatibilidad electromagnética en el sector ferroviario, en comparación con otros sectores, como por ejemplo el aeronáutico. Sin embargo, este tipo de problemática está adquiriendo una importancia cada vez mayor.<sup>1-5</sup>

Para diseñar y optimizar dispositivos eléctricos y electrónicos fiables, es necesario tener una clara comprensión del ambiente electromagnético ferroviario.

El circuito de potencia equivalente de un sistema eléctrico ferroviario está constituido por las subestaciones, el motor y el accionamiento del tren, así como por la línea de contacto y los rieles. Los sistemas de señalización comparten parcialmente la misma infraestructura. Entre las distintas partes del sistema, tanto como con sistemas extraños, existen acoplamientos inductivos y capacitivos y además los sistemas ferroviarios producen emisiones de radiofrecuencia.<sup>6</sup> Bajo esta luz resulta clara la necesidad de desarrollar un modelo electromagnético de los sistemas eléctricos ferroviarios, adecuado para investigar los fenómenos de compatibilidad electromagnética.

Este artículo analiza la elaboración de un subsistema de este circuito, los rieles. La disponibilidad de un modelo de los rieles preciso es particularmente importante en el diseño de sistemas de señalización en audiofrecuencia, como los circuitos de vía.<sup>7,8,9</sup> Estos circuitos se utilizan para indicar la posición de los trenes a lo largo de los rieles y deben poder funcionar en todas las condiciones operativas. Para un buen diseño de estos dispositivos es extremadamente importante conocer en qué medida los parámetros electromagnéticos de los rieles dependen de la frecuencia.

Los rieles están constituidos por dos conductores de material ferromagnético, colocados en el suelo, supuesto conductor débil. Estos conductores pueden ser concebidos como una línea de transmisión multiconductora con parámetros distribuidos. A diferencia de las líneas aéreas que pueden ser consideradas lineales en buena medida, los rieles son un sistema no lineal y además con parámetros variables. Las causas de no linealidad son principalmente la presencia del hierro (saturación e histéresis) y la forma geométrica de los rieles que causa una distribución no uniforme de la corriente. La causa primera de incertidumbre y variabilidad de los parámetros eléctricos es la presencia del suelo. Éste afecta los valores de constante dieléctrica y resistividad, y por consiguiente los valores de capacitancia y conductancia transversales entre los dos rieles. Estas propiedades eléctricas varían en función de la frecuencia y de muchos parámetros no eléctricos, tales como la humedad del suelo.<sup>10,11</sup>

Este artículo analiza la determinación de los parámetros eléctricos longitudinales y transversales por unidad de longitud de los rieles en función de la frecuencia y en varias condiciones climáticas. Los resultados son sucesivamente utilizados para validar un modelo matemático de los rieles a parámetros distribuidos.

### IDENTIFICACIÓN DE LOS PARÁMETROS

Durante los últimos años se han investigado diferentes técnicas para modelar los rieles e identificar sus parámetros electromagnéticos. El enfoque tradicional consiste en modelar los rieles como un circuito equivalente de parámetros concentrados. Este modelo de los rieles ha sido utilizado durante años en el diseño de sistemas de señalización.<sup>12</sup> Tal aproximación es básica y no resulta adecuada para un diseño preciso y una optimización de los sistemas de audiofrecuencia.

El problema de la identificación de los parámetros ha sido afrontado por otros investigadores utilizando un método basado en los campos electromagnéticos:<sup>13-15</sup> utilizando el método de los elementos finitos se ha calculado la distribución de los campos eléctrico y magnético dentro y entre los rieles, obteniéndose consecuentemente los parámetros electromagnéticos. Este método es muy preciso puesto que permite describir la geometría de los rieles con gran exactitud. Aun así, el problema principal es que es necesario introducir datos confiables para las propiedades eléctricas de los materiales.

Otros estudios han afrontado el problema utilizando métodos basados en la teoría de las líneas:<sup>16,17</sup> se han desarrollado modelos de diferente nivel de complejidad. Sin embargo es importante desarrollar modelos en los que se puedan medir fácilmente los parámetros a fin de validar dichos modelos.<sup>18</sup> En este estudio se presenta un método semi-analítico basado en la teoría de las líneas de transmisión, que permite la determinación de los parámetros de los rieles a partir del conocimiento de cantidades fácilmente medibles, es decir, las impedancias en corto circuito y en circuito abierto.

El sistema está constituido por 2 conductores más el conductor de regreso, situado en el suelo. Utilizando la teoría de las líneas de transmisión,<sup>19</sup> el sistema, en régimen sinoidal, está descrito por:

$$\frac{d [ V ]}{dx} = - [ Z ] [ I ] \tag{1}$$

$$\frac{d [ I ]}{dx} = - [ Y ] [ V ] \tag{2}$$

donde [V] e [I] son vectores columna de las tensiones de fase y de las corrientes respectivamente, mientras que [Z] y [Y], son las matrices de las impedancias y de la admitancias por unidad de longitud. El problema mayor es medir los elementos de esas matrices, lo cual no es simple porque el conductor de regreso es inaccesible, y no se pueden hacer medidas de modo común. La alternativa es hacer medidas de modo diferencial y, en particular, una medida en circuito abierto y una en corto circuito. De esta manera se puede medir la impedancia de lazo de los dos rieles.

En el caso de parámetros distribuidos (figura 1) la impedancia del lazo es función de las condiciones iniciales de la línea (más las condiciones de frontera al final de la línea)

$$Z_{loop} = \frac{V_1(0) - V_2(0)}{I(0)} \tag{3}$$

El enfoque experimental desarrollado está basado en medidas de las impedancias en circuito abierto,  $Z_{ca}$ , y corto circuito,  $Z_{cc}$ , y el subsecuente cálculo de los parámetros eléctricos.

Los valores de resistencia longitudinal R, inductancia longitudinales L, capacitancia C y conductancia transversales G, se pueden calcular a partir del conocimiento de  $Z_{ca}$  y  $Z_{cc}$ , de la constante

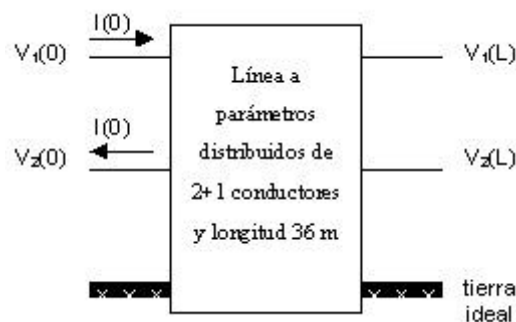


Fig. 1. Circuito equivalente de parámetros distribuidos de los rieles.

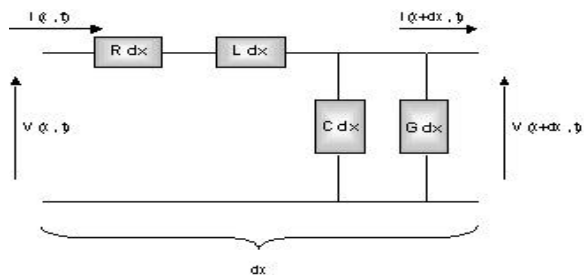


Fig. 2. Circuito equivalente por unidad de longitud de una línea de transmisión.

de propagación  $\gamma$  y de la impedancia característica de la línea  $Z_0$ .

Se define:

$$\mathbf{g} = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \mathbf{a} + j\mathbf{b} \quad (4)$$

$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\mathbf{a} + j\mathbf{b}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (5)$$

donde  $Z = R + j\omega L$  e  $Y = G + j\omega C$ .

A partir de la teoría de las líneas se obtiene:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{ca} Z_{cc}} \quad (6)$$

$$\tanh(\mathbf{g}) = \sqrt{\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}}} \quad (7)$$

utilizando la igualdad trigonométrica:

$$\tanh(\mathbf{g}) = \frac{\tanh(\mathbf{a}) + j \tan(\mathbf{b})}{1 + j \tanh(\mathbf{a}) \tan(\mathbf{b})} = p + jq \quad (8)$$

y resolviendo respecto a  $\alpha$  y  $\beta$  se obtiene:

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2l} \arctan h \left( \frac{2p}{1 + p^2 + q^2} \right) \quad (9)$$

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2l} \left( \arctan \left( \frac{2q}{1 - p^2 - q^2} \right) + n\pi \right) \quad (10)$$

A continuación, los parámetros eléctricos:

$$R = \text{Re}(\gamma Z_0) \quad (11)$$

$$L = \text{Im}((\gamma Z_0)/\omega) \quad (12)$$

$$C = \text{Im}((\gamma / Z_0)/\omega) \quad (13)$$

$$G = \text{Re}(\gamma / Z_0) \quad (14)$$

Estas ecuaciones permiten la determinación de los parámetros de los rieles directamente a partir del conocimiento de las características de la línea: la constante de propagación y la impedancia característica. El método es preciso para frecuencias menores a la frecuencia de resonancia de la línea. Cerca de la resonancia los valores de  $Z_{ca}$  y  $Z_{cc}$  son parecidos y esto causa problemas de precisión en las medidas.

## MEDIDAS DE LOS PARÁMETROS

Las medidas se efectuaron en la Universidad de Bath, Reino Unido, sobre rieles experimentales de 36 metros de longitud, con travesaños de madera. Los parámetros se midieron en varias condiciones climáticas para evaluar la influencia del suelo seco y húmedo.

En las figuras 3, 4 y 5 aparecen los rieles y la instrumentación utilizada.



Fig. 3. Rieles experimentales utilizados para efectuar las medidas.



Fig. 4. Instrumentación para efectuar las medidas: sensor de efecto Hall.

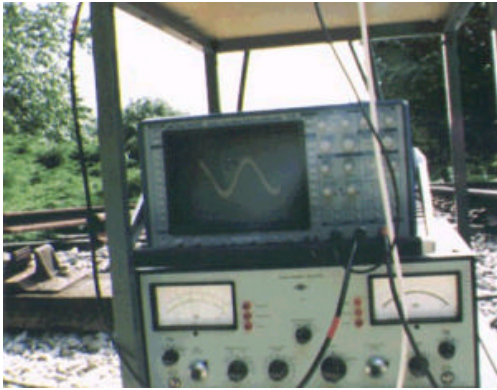


Fig. 5. Instrumentación para efectuar las medidas: osciloscopio digital y amplificador.

Se midieron las tensiones y las corrientes en circuito abierto y en corto circuito y se calcularon los valores de  $Z_{ca}$  y  $Z_{cc}$ . Los rieles han sido alimentados con una tensión sinusoidal dentro del intervalo 1 Hz-25 kHz. Las señales se adquirieron a través de un osciloscopio digital. Para hacer las medidas en corto circuito se ha empleado un sensor de efecto Hall que produce una salida proporcional a la corriente en el circuito, mientras que en la medidas en circuito abierto se empleó un resistor de medida. Las señales adquiridas han sido transferidas a una computadora y los datos procesados al fin de obtener R, L, C y G. En las figuras 6-9 se presentan los resultados de las medidas.

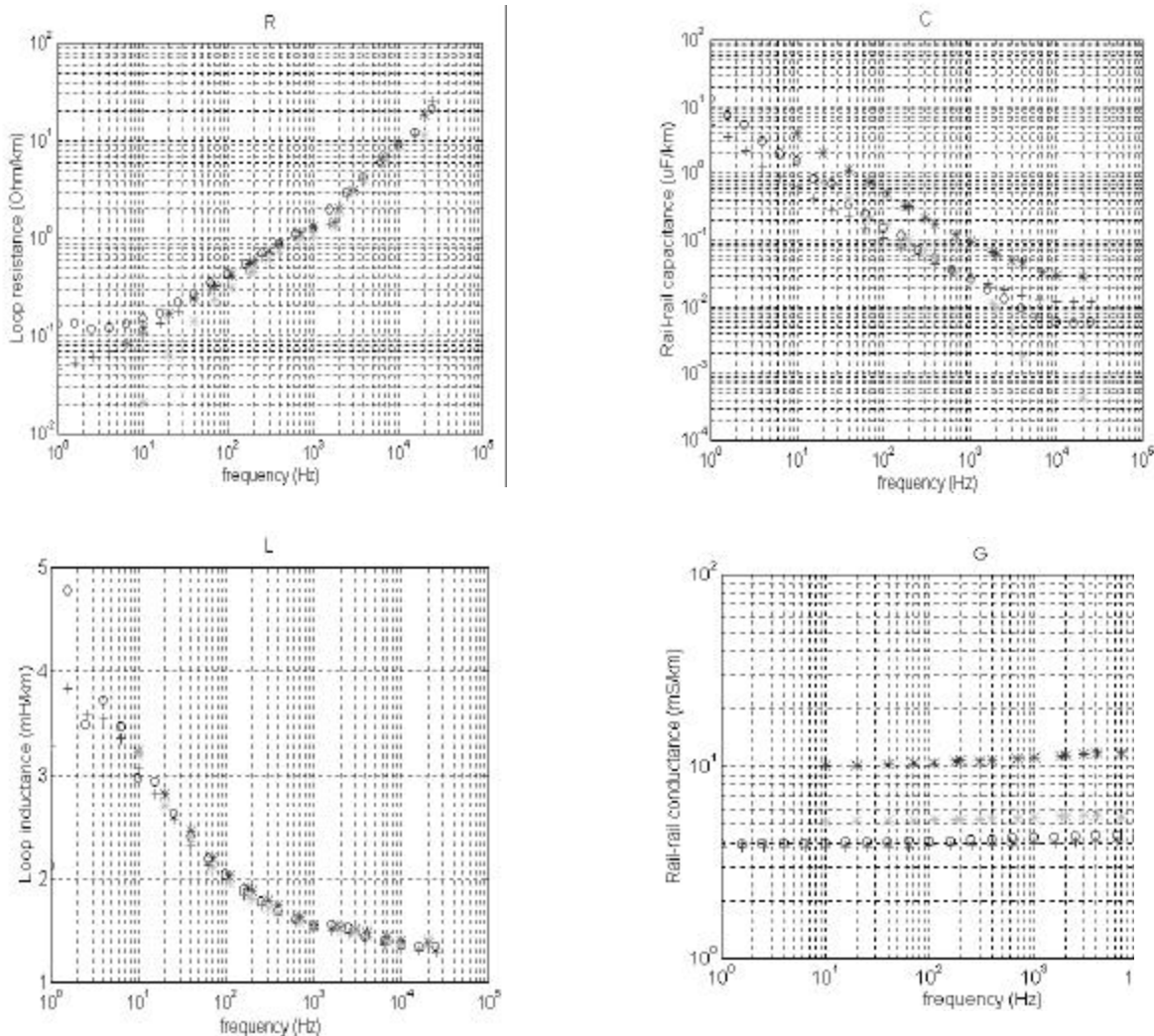


Fig. 6, 7, 8, 9. Tendencias medidas de R, L, C y G, al variar la frecuencia en varias condiciones climáticas; extremadamente seco (cruces); seco (círculos); húmedo (asteriscos negros); mojado (asteriscos grises).

Los resultados indican que la resistencia  $R$  aumenta con la frecuencia (figura 6), con una pendiente inicial acorde con la proporcionada por el modelo de conductor cilíndrico con efecto piel, es decir, proporcional a la raíz cuadrada de la frecuencia. Después de 2 kHz la pendiente aumenta y la resistencia se incrementa de manera proporcional a la frecuencia. Esto es atribuible a la forma de los rieles, que causan una distribución no uniforme de la corriente en su interior.

La inductancia  $L$  baja con la frecuencia (figura 7), a causa del efecto piel. A frecuencias mayores  $L$  comienza a aumentar ligeramente. Esto es debido a la distribución de los parámetros (formalmente lo que se ha medido no es una inductancia, sino la parte imaginaria de una reactancia dividida por una pulsación). Las condiciones climáticas influyen de manera mínima en los parámetros longitudinales  $R$  y  $L$ , como era esperado.

Las condiciones del terreno, por su parte, tienen un efecto significativo sobre los parámetros transversales de capacitancia y conductancia. La capacitancia  $C$  baja con la frecuencia y el incremento de humedad produce un incremento de los valores de  $C$  (figura 8).

La conductancia  $G$  mantiene un comportamiento casi constante al variar la frecuencia y su valor sube en terrenos más húmedos (figura 9). Es muy difícil obtener medidas repetibles de estos parámetros, debido a que la manera en que la constante dieléctrica y la resistividad del suelo dependen de la humedad es extremadamente variable.

### VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODELO DISTRIBUIDO DE LOS RIELES

Los resultados experimentales, obtenidos a través de la medida de las impedancias en circuito abierto y en corto circuito y la utilización de las ecuaciones (11)-(14), han sido comparados con un modelo matemático de los rieles de parámetros distribuidos desarrollado por la Universidad de Génova (Italia), basado en las ecuaciones de Carson.<sup>19</sup> Estas ecuaciones describen las líneas de transmisión en presencia de dos medios diferentes que, en este caso, son el hierro y el terreno. En este modelo los rieles han sido sustituidos por conductores cilíndricos de área equivalente. Los datos de entrada del modelo

son la geometría de los rieles (longitud, distancia entre los rieles, distancia desde la tierra ideal, etc.) y las propiedades eléctricas y magnéticas de los materiales.

En las figuras 10 y 11 se comparan los parámetros simulados y medidos. La comparación se ha efectuado con  $R$  y  $L$ . Para realizar una comparación sencilla entre los parámetros transversales sería necesaria una modelación más sofisticada de la constante dieléctrica y resistividad del terreno.

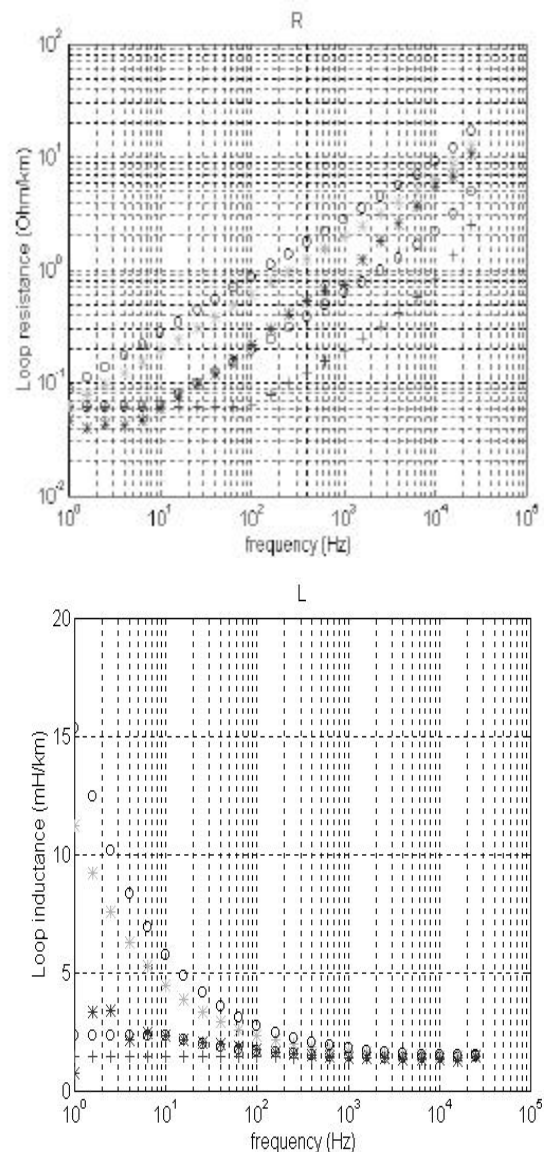


Fig. 10, 11. Tendencias medidas (asteriscos negros) y simuladas de  $R$  y  $L$ , al variar la frecuencia y la permeabilidad relativa:  $\mu_r = 1$  (cruces);  $\mu_r = 10$  (círculos grises);  $\mu_r = 100$  (asteriscos grises);  $\mu_r = 200$  (círculos negros).

Se ha hecho un estudio de sensibilidad variando el valor de la permeabilidad relativa de los rieles desde 1 hasta 200 y de resistividad desde  $10^{-7} \Omega\text{m}$  hasta  $2 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$ .

El modelo no es capaz de describir el cambio de pendiente en el comportamiento de la resistencia R, debido al efecto piel no uniforme. Un valor de  $\mu_r=10$  se aproxima bien al comportamiento a bajas frecuencias, mientras que un valor de  $\mu_r=100$  se acerca mejor a las frecuencias mayores. Con respecto a L, un valor de  $\mu_r=10$  se aproxima bien al comportamiento medido. Además, se puede observar que los

resultados simulados de L tienden a converger con aquéllos medidos al aumentar la frecuencia.

En las figuras 12 y 13 se presentan los comportamientos medidos y simulados, variando el valor de resistividad de los rieles. El valor de la resistividad en el modelo influye en la frecuencia en la cual comienza el efecto piel. Se nota que el modelo describe bien el cambio de pendiente de la L debido a las distribuciones de los parámetros en las frecuencias más altas.

### CONCLUSIONES

El artículo ha abordado el problema de la determinación de los parámetros electromagnéticos de los rieles. El objetivo final del proyecto es la modelación electromagnética de los sistemas eléctricos ferroviarios para estudios de compatibilidad electromagnética. Esto es de interés para el diseño y la optimización de dispositivos electromagnéticos ferroviarios, en particular de sistemas de señalización en audiofrecuencia.

Se ha presentado un método experimental basado en la teoría de las líneas de transmisión para determinar los parámetros por unidad de longitud de los rieles a través de medidas de impedancia en corto circuito y en circuito abierto y la utilización de éstas para validar un modelo de los rieles a parámetros distribuidos.

La principal aproximación en el modelo es que los rieles han sido sustituidos con conductores cilíndricos de área equivalente, lo que no ha permitido describir el efecto piel no uniforme. El modelo describe con suficiente precisión para el diseño los comportamientos de los parámetros longitudinales al variar la frecuencia. El modelo no puede describir con precisión los parámetros transversales: sería necesario introducir modelos de constante dieléctrica y resistividad del suelo dependientes de la frecuencia. Además sería útil tener en cuenta la dependencia de la humedad del terreno (o de otras variables no eléctricas) por medio de un modelo adecuado o, más simplemente, a partir de correlaciones experimentales.

Investigaciones posteriores analizarán la validez del modelo para frecuencias superiores a 25 kHz y con corrientes más elevadas que pueden llevar el hierro hacia la saturación.

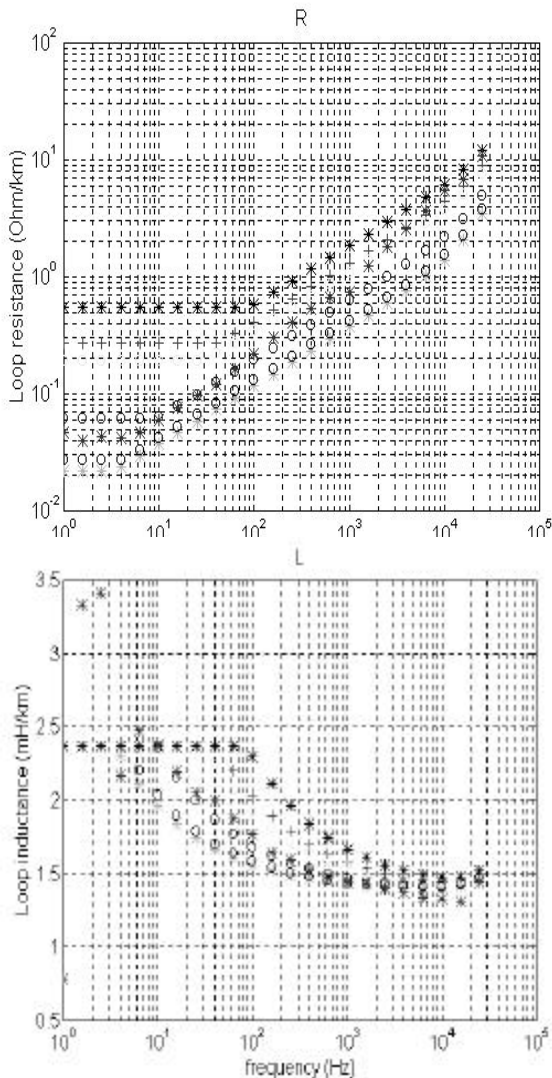


Fig. 12, 13. Tendencias medidas (asteriscos) y simuladas de R y L, al variar la frecuencia y la resistividad:  $r=2 \cdot 10^{-6}$  (asteriscos negros);  $r=10^{-6}$  (cruces);  $r=2.27 \cdot 10^{-7}$  (círculos grises);  $r=1.25 \cdot 10^{-7}$  (círculos negros);  $r=10^{-7}$  (asteriscos grises).

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece a Cecilia Lartigue, Aquiles Negrete y Pilar Mantecón por su colaboración en la redacción de este artículo.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Allan, J., "The Power Supply/Rolling Stock/ Signalling System for Compatibility with Power Frequency Track Circuits", I.Mech.E RailTech '94, Birmingham, Reino Unido, 1994.
2. Kadhim, R., Shao, Z. Y. y Allan, J., "System and EMC Modelling to Ensure System Compatibility", 2nd International Conference on Electric Transportation Systems Compatibility, Long Beach, EEUU, pp. 1-9, 1995.
3. Bialon A. y Kazimierczak, A., "High Power Locomotives and Disturbances in Signalling and Control Systems", Fourth International Conference on Drives and Supply Systems for Modern Electric Traction in Integrated XXI Century Europe, Varsovia, Polonia, 1999.
4. Yazdi, H., Roberts, C. y Fararoy, S., "Intelligent Condition Monitoring of Railway Signalling Equipment Using Simulation", IEE Seminar on Condition Monitoring for Railway Transport, Birmingham, Reino Unido, 1998.
5. CENELEC, Railway Applications - Electromagnetic Compatibility, ENV 50121, 1996.
6. Marvin, A., Marsham, C., Pearce D., McCormack, L. M. y Konefal, T., "Radio Frequency Emissions from Railways and their Potential to Interfere with the Operation of Commercial Radio Services and Other Equipment", Workshop on Protection in Complex and Distributed Systems Including Railways, Budapest, Hungría, 2002.
7. Fisher, A. J., "Track, Track Circuits and Traction", IEE International Conference on Electric Railway Systems for a New Century", Londres, Reino Unido, pp. 184-188, 1987.
8. Bergiel, K. y Solarek. T., "Influence of Track Parameters on Operational Conditions of Separation of Coded Track Circuits", Fourth International Conference on Drives and Supply Systems for Modern Electric Traction in Integrated XXI Century Europe, Varsovia, Polonia, 1999.
9. Rokita. B., "Dependence of input impedance of a track circuit on the technical condition of a track" Fourth International Conference on Drives and Supply Systems for Modern Electric Traction in Integrated XXI Century Europe, Varsovia, Polonia, 1999.
10. Scott, J. H., Carroll, R. D. y Cunningham, D. R., "Dielectric Constant and Electrical Conductivity Measurements of Moist Rock: a New Laboratory Method", Journal of Geophysic Research, Vol. 72, No. 20, pp. 5101-5115, 1967.
11. Solymar, L. y Walsh, D., "Electrical Properties of Materials", Oxford University Press, 1993.
12. Perticaroli, F., "Sistemi elettrici per i trasporti. Trazione elettrica", Masson, Milán, 1993.
13. Hill, R. J., Brillante, S. y Leonard P. J., "Electromagnetic Field Modelling for Transmission Line Distributed Parameters", IEE Proc. Electrical Power Applications, Vol. 146, No. 1, pp.53-59, 1999.
14. Hill R.J., Brillante S. y Leonard P.J. "Railway Track Transmission Line Parameters from Finite Element Field Modelling: Series Impedance", IEE Proc. Electrical Power Applications, Vol. 146, No. 6, pp. 647-660, 1999.
15. Hill R.J., Brillante S. y Leonard P.J., "Railway Track Transmission Line Parameters from Finite Element Field Modelling: Shunt Admittance" IEE Proc. Electrical Power Applications, Vol. 147, No 3, pp. 227-238, 2000.
16. Sollerkvist, F. J. y Varjú, G., "A Comparison of the AT and BT Railway Systems from an Induction Point of View, Using a Multiconductor Simulation". International Symposium on EMC, pp. 34-39, Roma, Italia, 1998.
17. Sollerkvist, F.J., Varjú, G. y Károlyi, K., "Sophisticated Multiconductor Modelling in the Frequency Domain. Part 2: Case Studies", COST 261 Workshop, Cagliari, Italia, 2000.
18. Szlag, A., "Verification of models applied in simulation analysis of electrified railway lines", Fourth International Conference on Drives and Supply Systems for Modern Electric Traction in Integrated XXI Century Europe, Varsovia, Polonia, 1999.
19. Paul, C., "Analysis of Multiconductor Transmission Lines", Wiley & Sons, Nueva York, EEUU, 1994.