

# Método de las componentes de los voltajes de nodo para la determinación de los factores de penalización

Eduardo Sierra Gil, Eugenio Martínez Balanqué  
Universidad de Camagüey, Facultad de Electromecánica.  
Carretera Circunvalación Norte Km. 5, Camagüey, CP 74650. Cuba.  
Tel: 53-322-61019 ext. 266. Fax: 53-322-61126, E-mail: sierra@em.reduc.edu.cu

## ABSTRACT

*This work describes a new method for the determination of penalty factor in economic dispatch with transmission losses, It is called Nodes Voltages Components Method and it is based on the expression of the apparent power losses and considerably simplifies the calculation process.*

## KEYWORDS

Economic Dispatch, Penalty Factor, Power Losses.

## RESUMEN

*Este trabajo describe un nuevo método para la determinación de los factores de penalización durante el despacho económico de carga, teniendo en cuenta la pérdidas en la transmisión. Este método, denominado Método de las componentes de las tensiones nodales, está basado en la expresión de las pérdidas de potencia aparente y simplifica considerablemente el proceso de cálculo.*

## PALABRAS CLAVE

Despacho Económico, Factor de penalización, Pérdidas de potencia.

## INTRODUCCIÓN

La distribución óptima de la Carga entre Plantas Generadoras o Despacho Económico de Carga es una tarea de suma importancia durante la explotación de los Sistemas Eléctricos de Potencia, ya que permite determinar las potencias activas de las fuentes de alimentación en correspondencia con el mínimo de gastos de combustible convencional y por lo tanto con el mínimo de costos en las centrales eléctricas considerando las pérdidas en la red; además constituye lo que se denomina regulación terciaria de la frecuencia, regulación que es relativamente lenta, su proceso de automatización es poco avanzado y se considera una etapa superior de los centros de despacho de cargas.

En la tarea de optimización de las potencias activas entre las plantas generadoras juegan un papel importante las vías y métodos para la determinación de los factores de penalización de las mismas. En el presente trabajo se propone dar una visión general de cómo en la actualidad se resuelve este problema con la





utilización de la computadora y además fundamentar teóricamente una propuesta innovadora que utiliza por primera vez expresiones para el cálculo de estos factores que sólo dependen de los voltajes obtenidos durante la corrida de un programa para el cálculo de los regímenes estacionarios del sistema.

**MÉTODO ACTUAL PARA LA DETERMINACIÓN DE LOS FACTORES DE PENALIZACIÓN MEDIANTE LAS COMPUTADORAS.**

Para considerar la influencia de las pérdidas de las líneas, sobre la distribución económica de la carga entre los diferentes generadores del sistema, es necesario determinar para cada uno su factor de penalización expresado según la ecuación (1) y que como se aprecia en la figura 1 modifica los costos incrementales de las plantas generadoras:

$$L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial Pl}{\partial P_i}} \quad (1)$$

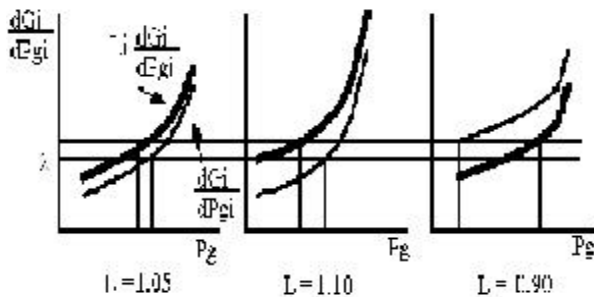


Fig. 1. Dependencia de los costos incrementales con respecto al factor de penalización.

Una de las formas de evaluar el  $\frac{\partial Pl}{\partial P_i}$  es por medio de los coeficientes B, este método consiste en aproximar las pérdidas de potencia activa a una función cuadrática de las potencias producidas por los generadores (ver figura 2).

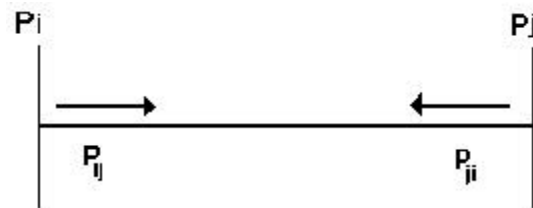


Fig. 2. Potencias activas inyectadas en cada nodo de una red simple.

$$Pl = \sum_i \sum_j B_{ij} \cdot P_i \cdot P_j + \sum_i B_{i0} \cdot P_i + B_{00} \quad (2)$$

Si se conoce Bij, Bi0 y B00, se puede obtener el factor de penalización como:

$$\frac{\partial Pl}{\partial P_i} = 2 \cdot \sum_j B_{ij} \cdot P_j + B_{i0} \quad (3)$$

Sin embargo este método además de ser muy laborioso depende de la configuración de la red, impedancia, longitud, etc.

La posibilidad de utilizar la computadora permite seguir otros caminos para alcanzar el mismo objetivo.

Existen diversas formas de resolver el problema pero todas requieren el desarrollo de cálculos complejos que llevan un tiempo de máquina apreciable. Uno de los métodos más sencillos, aunque supone

algunas simplificaciones consiste en determinar  $\frac{\partial Pl}{\partial P_i}$  de la siguiente forma:

$$\frac{\partial Pl}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^k \frac{\partial P_i}{\partial q_j} \frac{\partial q_j}{\partial P_i} \quad (4)$$

donde k es el número de barras o nodos del sistema, j es el nodo considerado, e i la planta analizada.

Recordando que la potencia activa que se trasmite entre dos barras se puede expresar como la parte real del producto de la corriente por la conjugada del

voltaje y que las pérdidas se determinan, como la suma de las potencias que entran a la línea por sus dos extremos tenemos que:

$$P_{ij} = \text{Re} V_i^* [(V_i - V_j)(G_{ij} + jB_{ij})] \quad (5)$$

$$P_i = P_{ij} + P_{ji} \quad (6)$$

Basándonos en estas expresiones, podemos decir que la potencia total que entra en la red por el nodo *i*, esta dada por:

$$P_i = 2V_i^2 G_{ii} + V_i B_{ii} - \sum_{j=1}^k V_i V_j G_{ij} \cos(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) - \sum_{j=1}^k V_i V_j B_{ij} \text{sen}(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) \quad (7)$$

Y las pérdidas totales serán:

$$P_l = 2 \sum_{j=1}^k V_i^2 G_{ii} - \sum_{j=1}^k V_i V_j G_{ij} \cos(\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i) \quad (8)$$

De donde se deduce que:

$$\frac{\partial P_l}{\partial \mathbf{q}_j} = 2 \sum V_i V_j G_{ij} \text{sen}(\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i) \quad (9)$$

Esta expresión permite determinar el primer término de la ecuación:

$$B_{ij} = \frac{\cos(\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j)}{V_i V_j (F_{pi})(F_{pj})} \sum_{k=1}^m N_{ki} N_{kj} R_k \quad (10)$$

Usada normalmente para hallar los coeficientes *B*.

La mayor dificultad de este método consiste en

evaluar  $\frac{\partial \mathbf{q}_j}{\partial P_i}$  ya que no se puede obtener una expresión que pueda ser diferenciada, ahora bien como este término expresa la variación del ángulo de fase del voltaje en el nodo *j* cuando se varía la potencia de la planta *i*, si todas las demás plantas mantienen su generación constante, el término puede evaluarse para incrementos discretos de carga con la ayuda de un programa de flujo de carga.

Así para un estado de operación dado la carga total del sistema se incrementa y todo este aumento más las nuevas pérdidas son suministradas por la planta *i*, lo que permite evaluar la relación.

$$\frac{\Delta \mathbf{q}_j}{\Delta P_i}$$

Este proceso se repite por todas las plantas del sistema lo que permite calcular un conjunto de coeficientes *A<sub>ij</sub>*

$$A_{ij} = \frac{\Delta \mathbf{q}_j}{\Delta P_i} \quad (11)$$

Entonces el incremento de pérdida se determina mediante:

$$\frac{\partial P_l}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^k \frac{\partial P_l}{\partial \mathbf{q}_j} A_{ij} \quad (12)$$

Con lo cual se puede calcular el factor de penalización.

### MÉTODO DE LAS COMPONENTES DE LOS VOLTAJES DE NODOS PARA EL CÁLCULO DE LOS FACTORES DE PENALIZACIÓN.

Las pérdidas de potencia aparente en las redes eléctricas pueden ser calculadas por la expresión:

$$\Delta S = \sum_{k=2}^m I_k \Delta U_k^* \quad (13)$$

Donde:

*I<sub>k</sub>*: Corriente que circula por la rama.

$\Delta U_k^*$  : Conjugada de la caída de tensión desde el nodo *k* hasta el nodo de balance que es aquel que entrega la potencia requerida para suministrar las pérdidas del sistema y que se cumpla el balance de las potencias activas, se toma como referencia y por tanto el ángulo del voltaje en este nodo es igual a cero.

Por tal motivo la expresión (13) puede transformarse en:

$$\Delta S = \sum_{k=2}^m \frac{S_k}{U_k} \cdot (U_b - U_k) \quad (14)$$

Si el nodo 1 es tomado como nodo de balance.

Multiplicando los términos de la sumatoria por la conjugada del término inferior obtenemos:

$$\Delta S = \sum_{k=2}^m S_k \cdot \frac{U_b \cdot U_k - U_k^2}{U_k^2} \quad (15)$$

$$\Delta S = \sum_{k=2}^m S_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_k}{U_k^2} - 1 \right) \quad (16)$$

Consideremos que:

$$U_k = U_{ak} + jU_{rk} \quad (17)$$

Después de algunas sencillas operaciones y utilizando las reglas de multiplicación de números complejos la expresión se transforma en:

$$\Delta S = \sum_{k=2}^m \left( P_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{ak}}{U_k^2} - 1 \right) - Q_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{rk}}{U_k^2} \right) \right) + j \left( P_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{rk}}{U_k^2} \right) + Q_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{ak}}{U_k^2} - 1 \right) \right) \quad (18)$$

Si conocemos que:

$$\Delta S_{\Sigma} = \Delta P_{\Sigma} + j\Delta Q_{\Sigma} \quad (19)$$

Entonces:

$$\Delta P_{\Sigma} = \sum_{k=2}^m \left( P_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{ak}}{U_k^2} - 1 \right) - Q_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{rk}}{U_k^2} \right) \right) \quad (20)$$

$$\Delta Q_{\Sigma} = \sum_{k=2}^m \left( P_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{rk}}{U_k^2} \right) + Q_k \cdot \left( \frac{U_b \cdot U_{ak}}{U_k^2} - 1 \right) \right) \quad (21)$$



Como puede observarse en las expresiones (20) y (21) las pérdidas totales del sistema tanto reactivas como activas han quedado expresadas como una función de las potencias generadas y consumidas en los nodos del sistema (de carga o de generación) y además como una función que depende de las componentes activas y reactivas de las tensiones en los nodos, las cuales nos permiten con extrema facilidad determinar los llamados coeficientes de pérdidas activas de las estaciones ( $\sigma_k$ ) y a través de ellos los diferentes factores de penalización de las diferentes plantas generadoras. Esto se logra si derivamos las pérdidas de potencia activa con respecto a cada una de las potencias generadas por las diferentes plantas.

En forma general puede plantearse que:

$$s_k = \frac{\partial \Delta P_k}{\partial P_k} \quad (22)$$

Para una estación K cualquiera que sea:

$$s_k = \frac{U_b \cdot U_{ak}}{U_k^2} - 1 \quad (23)$$

$$s_k = \frac{U_b \cdot U_{ak}}{(U_{ak})^2 + (U_{rk})^2} - 1$$

De aquí pueden ser calculados los factores de penalización de cada planta, según la expresión conocida.

$$L_k = \frac{1}{1 - s_k} \quad (24)$$

## RESULTADOS

De acuerdo a lo antes expuesto, el presente método es más eficiente y requiere menos información para llegar al mismo resultado.

A fin de mostrar este aspecto, se hace una comparación del método propuesto, basado en las componentes de los voltajes de nodo, y el método de los coeficientes B, utilizando el sistema de potencia de prueba mostrado en la figura 3. En este caso se determina el factor de penalización que afecta al costo incremental de la planta No 1 tomando como nodo de balance la planta No 2.

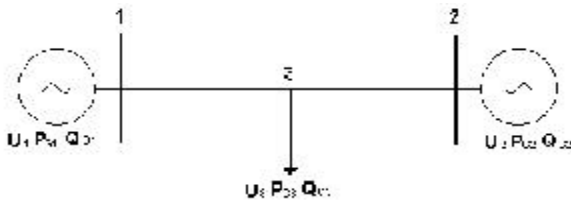


Fig. 3. Monolineal del Ejemplo 1.

En la tabla I se muestran el número de operaciones y el tiempo de cómputo promedio empleado por ambos métodos.

Tabla I. Comparación de métodos.

MÉTODO	L1	# DE OPERACIONES	TIEMPO DE CÁLCULO (s)
Coefficientes B	0.995	19	0.1967
Componentes de los voltajes de nodo	0.9945	8	0.0097

Se puede apreciar que el resultado es prácticamente el mismo (L1), con un menor número de operaciones y, en consecuencia, un menor tiempo de cómputo.

## CONCLUSIÓN

Al incorporar al método de los multiplicadores de Lagrange el método de las componentes de los voltajes de nodos para la determinación de los factores de penalización se ahorra considerablemente tiempo de cómputo al no tener que recurrir a los coeficientes B ya que este método permite resolver la expresión no derivable del coeficiente incremental de pérdidas mediante la corrida de un flujo de potencia para un

estado de carga determinado y no se hace necesario realizar corridas para intervalos discretos de carga.

La interacción entre el flujo de carga y el método de las componentes de los voltajes de nodos se realiza en la práctica de una forma sencilla y rápida de programa.

## REFERENCIAS

1. C.C. Caroe, M.P. Nowak, W. Römisch, R. Schultz. Power scheduling in a hydro-thermal system under uncertainty, Proceedings 13th Power Systems Computation Conference (Trondheim, Norway, 1999), Vol. 2, 1086-1092.
2. C.M. Shen. Determination of power system operating conditions under constraints, Proceedings IEEE, Vol 116, No 2, 1969.
3. D. Dentcheva, W. Römisch. Optimal power generation under uncertainty via stochastic programming, in: Stochastic Programming Methods and Technical Applications (K. Marti and P. Kall Eds.), Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems Vol. 458, Springer-Verlag, Berlin 1998, 22-56.
4. J. Guddat, W. Römisch, R. Schultz. Some applications of mathematical programming techniques in optimal power dispatch, Computing 49 (1992), 193-200.
5. Miriam López, Carlos Haug. Optimización de la distribución de potencia activa usando programación lineal, Energética II, Vol XV, 1994.
6. Rothelder Mark. MD02 Real Time Economic Dispatch (RTED) and Uninstructed Desviation (UID) Penalties, Market Issues Forum, California ISO, 2002.

