

Estabilización de una clase de sistemas no lineales. Aplicación a un generador síncrono[♦]

Jesús de León Morales*
Salvador Acha Daza*

Resumen

En este trabajo se propone un algoritmo de control basado en un observador no lineal para estabilizar una clase de sistemas no lineales observables para toda entrada. La aplicación de este algoritmo se lleva a cabo sobre un modelo reducido de un generador síncrono. Resultados en simulación son presentados para mostrar la eficiencia de este algoritmo.

1- INTRODUCCIÓN

El estudio sobre problemas de estabilidad para sistemas de control descritos por ecuaciones diferenciales no lineales afines en el control, y en particular, con aplicaciones a los sistemas eléctricos de potencia, ha atraído recientemente la atención de diversos grupos de investigadores en el mundo, prueba de ello han sido los innumerables artículos en revistas internacionales sobre el tema. Los diferentes enfoques que han sido considerados, y en especial aquellos que se basan en los elementos de la geometría diferencial han permitido el análisis de estabilidad y el diseño de controladores mucho más eficientes que con los métodos anteriores basados en técnicas clásicas de control. La diferencia primordial entre el enfoque basado en técnicas de control clásico y los más recientes que usan métodos de la geometría diferencial es que estos últimos resultan más poderosos, y además ayudan a comprender muchos de los fenómenos que antes eran despreciados o que limitaban su aplicación

♦ Proyecto galardonado con el Premio de Investigación UANL 1997 en la categoría de ciencias exactas, otorgado en sesión solemne del H. Consejo Universitario de la UANL en septiembre de 1998.

a sólo pequeñas regiones de funcionamiento. El objetivo de este trabajo es presentar un algoritmo de control basado en un observador. Un observador (sensor computacional) es un sistema auxiliar que permite estimar las variables de estado que no son medibles físicamente, y que permite implementar un algoritmo de control a un sistema descrito por ecuaciones diferenciales no lineales en variables de estado.

Los sistemas considerados pertenecen a una clase conocida como sistemas afines en el control, que son observables para toda entrada, es decir, sistemas con la propiedad de que la observabilidad del sistema no se ve afectada por las entradas aplicadas al sistema. Mediante un cambio de coordenadas apropiado (difeomorfismo) es posible, bajo ciertas condiciones estructurales, transformar un sistema no lineal en otro el cual es controlable, además, éste es linealizable mediante un feedback de estado, para posteriormente diseñar un feedback lineal para estabilizar al sistema.

Además un análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado será presentado, es decir, se dan condiciones necesarias para garantizar la estabilidad del sistema aumentado; formado por el sistema controlado y un observador.

Finalmente, un modelo reducido de un generador síncrono será considerado. A éste se le aplicará el algoritmo de control propuesto y mediante simulaciones se mostrará su buen desempeño.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma:

En la sección 2 se darán algunos conceptos básicos sobre la geometría diferencial, así como definiciones y la notación utilizada. Un modelo reducido de un generador síncrono, además la determinación de las propiedades de contabilidad y de observabilidad son

* Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica, FIME-UANL. Apdo. Postal 148-F, San Nicolás, N.L., CP 66451, México.

presentadas en la sección 3. La clase de sistemas considerada para la cual es posible diseñar un controlador linealizante-estabilizante será considerada en la sección 4. Posteriormente en la sección 5, se establece el resultado principal de este trabajo, y en la sección 6, se presentan los resultados de simulación, los cuales son obtenidos al aplicar el algoritmo de control al modelo del generador síncrono. Finalmente, las conclusiones y trabajos futuros cierran este artículo.

2. PRELIMINARES MATEMÁTICOS Y DEFINICIONES.

En esta sección se presentan matemáticas básicas y definiciones que serán utilizadas a lo largo del trabajo. Para mayores detalles, se invita al lector a que consulte las referencias [1, 2].

Un **campo vectorial** f sobre un abierto (denominado vecindad) U de R^n es una función que asocia a cada punto p de U , un vector f_p del Espacio Tangente.

La **diferencial** de una función suave $h: U \subset R^n \rightarrow R$ está definida en coordenadas locales como:

$$dh = \frac{\partial h}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial h}{\partial x_n} dx_n$$

Si (U, φ) es una carta de coordenadas en una vecindad U del punto $p(p \in U)$, y $x_1(p), \dots, x_n(p)$, son las coordenadas locales, un campo vectorial f , el cual está expresado como:

$$f = f_1(x) \frac{\partial}{\partial x_1} + \dots + f_n(x) \frac{\partial}{\partial x_n}$$

Si f es una función suave sobre U que es una vecindad del punto p , entonces $L_f h$ es llamada la

derivada de Lie de la función h a lo largo del campo f , la cual está definida como

$$L_f h = f_1(x) \frac{\partial h}{\partial x_1}(p) + \dots + f_n(x) \frac{\partial h}{\partial x_n}(p)$$

Cuando se tienen derivadas de Lie repetidas a lo largo del mismo campo vectorial f , se denota como:

$$L_f^i h = f(L_f^{i-1} h), \forall i \geq 1; \quad L_f^0 h = h$$

y para cualquier otro campo vectorial f_0, f_2, \dots, f_n , se tiene que:

$$L_{f_n} \dots L_{f_2} L_{f_1} \left(L_{f_0} h \right)$$

Se define el paréntesis de Lie entre dos campos vectoriales f y g como:

$$[f, g](h) = L_f L_g h - L_g L_f h$$

que en coordenadas locales en una vecindad U , se tiene que:

$$[f, g] = \frac{dg}{dx} f - \frac{df}{dx} g$$

siendo $\frac{dg}{dx}$ la matriz Jacobiana de g definida por

$$\frac{dg}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Para paréntesis de Lie repetidos se sigue la siguiente notación:

$$ad_f^0 g = g,$$

$$ad_f g = [f, g]$$

$$ad_f^i g = [f, ad_f^{i-1} g]; \quad \forall i = 0, 1, 2, \dots$$

Además, $\text{Span}\{f, g\}$ significa el espacio generado por los campos vectoriales f y g .

Definición 1: *Dos sistemas*

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)u$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_2) + g_2(x_2)u$$

donde f_1, f_2, g_1, g_2 son campos vectoriales en R^n con $f_1(0) = 0, f_2(0) = 0$ y $g_1(0) \neq 0, g_2(0) \neq 0$, se dicen ser feedback equivalentes si existen dos funciones suaves $k(x)$ y $b(x)$ con $k(0) = 0, b(0) \neq 0$, que definen un feedback de estado de la forma

$$u = k(x_1) + b(x_1)v$$

y un difeomorfismo (cambio de coordenadas) en una vecindad U del origen de R^n

$$x_2 = T(x_1), \quad T(0) = 0$$

tal que el sistema en lazo cerrado

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)k(x_1) + g_1(x_1)b(x_1)v$$

en coordenadas x_2 es

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{dT}{dx_1} (f_1 + kg_1) \circ T^{-1}(x_2) \\ &+ \left(\frac{dT}{dx_1} (g_1 b) \circ T^{-1}(x_2) \right) u \\ &= f_2(x_2) + g_2(x_2)u \end{aligned}$$

Definición 2: *El sistema no lineal con una sola entrada se dice ser localmente linealizable por un feedback de estado si es localmente equivalente a un sistema lineal en la forma de controlador de Brunovsky*

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{0} & \dot{0} & \dot{0} & \dots & \dot{1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \dot{0} \\ 1 \end{pmatrix} u \\ \dot{z} &= A_c z + B_c u, \quad z \in R^n, \quad u \in R \end{aligned}$$

3. MODELO DEL GENERADOR SÍNCRONO

Considere el modelo de un generador síncrono conectado mediante líneas de transmisión puramente reactivas al resto de la red eléctrica, la cual está representada por una barra infinita (i. e. una máquina que gira a velocidad síncrona ω_s constante y capaz de tomar o entregar cualquier cantidad de potencia) está modelado por un sistema de tercer orden.

$$M \ddot{\delta}_m + D \dot{\delta}_m + P_G = P_M$$

$$T'_d \left| \dot{E}'_a \right| = -\frac{\tilde{x}'_d}{x'_d} |E'_a| - \left(\frac{\tilde{x}'_d - \tilde{x}_d}{x'_d} \right) |V_\infty| \cos(\delta_m) + E_{fd}$$

donde

$$\begin{aligned} P_G &= \frac{1}{x'_d} |E'_a| |V_\infty| \sin(\delta_m) + \left(\frac{1}{x'_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \frac{|V_\infty|^2}{2} \sin(2\delta_m) \\ \delta_m &= \delta - \angle V_\infty \\ E_{fd} &= \frac{\omega_s M_f}{\sqrt{2} r_f} u_f \end{aligned}$$

Hipótesis 1: Se considera el caso donde no hay amortiguamiento, es decir $D = 0$.

Luego, el modelo del generador síncrono tiene una representación de estado como la siguiente:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_m = \omega - \omega_s \\ \dot{\omega} = \frac{PM}{M} - \frac{|V_\infty|}{M \bar{x}'_d} |E'_a| \sin(\delta_m) \\ \quad - \frac{1}{M} \left(\frac{1}{\bar{x}'_q} - \frac{1}{\bar{x}'_d} \right) |V_\infty|^2 \sin(\delta_m) \cos(\delta_m) \\ \left| \dot{E}'_a \right| = - \frac{\bar{x}'_d}{T'_{do} \bar{x}'_d} |E'_a| - \left(\frac{\bar{x}'_d - \bar{x}'_d}{T'_{do} \bar{x}'_d} \right) |V_\infty| \cos(\delta_m) + \frac{E_{fd}}{T'_{do}} \end{cases}$$

o en forma más compacta:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_m = \omega - \omega_s \\ \dot{\omega} = m_1 - \{m_2 |E'_a| + m_3 \cos(\delta_m)\} \sin(\delta_m) \\ \left| \dot{E}'_a \right| = -m_4 |E'_a| + m_5 \cos(\delta_m) + u_f \end{cases}$$

con la siguiente notación para los parámetros

$$m_1 = \frac{PM}{M}; \quad m_2 = \frac{|V_\infty|}{M \bar{x}'_d}; \quad m_3 = \frac{|V_\infty|^2}{M} \left(\frac{1}{\bar{x}'_q} - \frac{1}{\bar{x}'_d} \right) \\ m_4 = \frac{\bar{x}'_d}{T'_{do} \bar{x}'_d}, \quad m_5 = - \left(\frac{\bar{x}'_d - \bar{x}'_d}{T'_{do} \bar{x}'_d} \right) |V_\infty|, \quad \frac{\omega_s M f}{T'_{do} \sqrt{2} r_f} = 1$$

en donde δ_m es el ángulo del rotor del generador referido a la barra infinita, ω es la velocidad angular del rotor, $|E'_a|$ representa un voltaje interno con magnitud proporcional a enlaces de flujo λ_f , el voltaje de excitación de campo está representado por u_f , m_1 es la aceleración proporcionada por la turbina y se considera constante; y u_f es la variable de control que estabilizará al generador una vez que ocurre un disturbio eléctrico o posiblemente una falla en el par proporcionado por la turbina. Las m_i 's son constantes que dependen de parámetros de la máquina, de la línea de transmisión eléctrica, de la inercia del rotor y del voltaje constante de la barra infinita. Se considera que la única variable del sistema a ser medida es δ_m , ángulo del rotor,

otras variables se consideran no medibles. Entonces, el modelo está representado por:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_m \\ \dot{\omega} \\ \left| \dot{E}'_a \right| \end{cases} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_f$$

donde

$$\begin{aligned} f_1 &= \omega - \omega_s \\ f_2 &= m_1 - \{m_2 |E'_a| + m_3 \cos(\delta_m)\} \sin(\delta_m) \\ f_3 &= -m_4 |E'_a| + m_5 \cos(\delta_m) \end{aligned}$$

que tiene la forma general

$$\sum_{NL} \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ y = h(x) = Cx = x_1; \end{cases}$$

donde $x \in R^n$ es el estado del sistema, con dimensión n . La entrada $u \in R$, y la salida $y \in R$, donde para el modelo del generador síncrono, $n = 3$, la salida y es el ángulo del rotor δ_m y la entrada está dada por $v_f = v_{fe} + u$, con v_{fe} el valor del voltaje de excitación de campo para un punto dado de operación.

Antes se establece el siguiente resultado importante:

Teorema 1: Considere el sistema no lineal \sum_{NL} con una sola entrada. El sistema \sum_{NL} es localmente linealizabile feedback de estado si, y sólo si, en una vecindad U del origen:

- (i) $Span\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\} = R^n$
- (ii) La distribución $G_{N-2} = Span\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\}$

es involutiva y de rango constante $n - 1$.

Por otra parte, el punto de equilibrio (o punto de operación) de este sistema se puede obtener a partir de:

$$f(x) + g(x)u = 0$$

que para el modelo del generador síncrono resulta ser todas aquellas soluciones que satisfacen

$$\begin{aligned} \omega_e - \omega_s &= 0 \\ m_1 - \{m_2 |E'_{ae}| + m_3 \cos(\delta_{me})\} \sin(\delta_m) &= 0 \\ -m_4 |E'_{ae}| + m_5 \cos(\delta_{me}) + u_f &= 0 \end{aligned}$$

donde el subíndice e denota equilibrio.

Nota 1: A continuación el punto definido por

$$x_e = (\delta_{me}, \omega_s, |E'_{ae}|)$$

se considera un punto de equilibrio para el modelo del generador síncrono. Como el punto de equilibrio es distinto de cero, y los resultados están determinados a partir del origen, una transformación de coordenadas

$$\xi = x - x_e, \quad u = u_f - u_{fe}$$

permite resolver el problema.

Nota 2: El modelo reducido del generador síncrono resulta ser controlable y observable, es decir que la controlabilidad del sistema se puede obtener a partir del cálculo de los paréntesis de Lie de los diferentes campos f y g . Para ello se calcula el rango de la distribución G_1

$$\begin{aligned} G_1 &= \text{Span} \{g, ad_{f g}\} \\ G_1 &= \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ m_2 \sin(\delta_{me}) \\ m_4 \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$

que resulta ser una distribución involutiva de rango 2 en una vecindad del punto de operación $x_e = (\delta_{me}, \omega_s, |E'_{ae}|)$, solución de las ecuaciones algebraicas (1); y además

$$G_2 = \text{Span} \{g, ad_{f g}, ad^2_{f g}\}$$

$$(1) \quad G_2 = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ m_2 \sin(\delta_{me}) \\ m_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -m_2 \sin(\delta_{me}) \\ m_2(\omega - \omega_s) \cos(\delta_{me}) + m_4 \sin(\delta_{me}) \\ m_4^2 \end{pmatrix} \right\}$$

Se puede apreciar que

$$\dim(G_2) = 3$$

lo cual implica que el sistema es controlable, excepto en $\delta_m = 0, \pm\pi$, o múltiplos de estos valores.

Por otra parte, se tiene la siguiente

Definición 3: Considere el sistema no lineal Σ_{NL} . El espacio de observación θ de Σ_{NL} es el espacio lineal sobre R de funciones en una variedad M que contiene a h y todas las derivadas de Lie repetidas de la forma:

$$L_{\Delta_k} \dots L_{\Delta_2} L_{\Delta_1} (L_{\Delta_0} h)$$

con $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_k$ como campos vectoriales dentro del conjunto $\{f, g\}$.

Si se denota por $d\theta = \{d\varphi | \varphi \in \theta\}$ donde d es la diferencial exterior.

Definición 4: Se dice que el sistema no lineal Σ_{NL} verifica la **condición de rango** en X_e si

$$\dim(d\theta(x_e)) = n$$

Cuando la condición de rango se cumple para todo $x \in R^n$, se dice que el sistema no lineal Σ_{NL} es observable en el sentido del rango.

Para el modelo del generador síncrono, resulta que

$$\begin{aligned} \dim(d\theta(x_e)) &= \dim \{ \text{span} \{ d\delta_m, d\omega, \\ &+ (-m_2 |E'_{ae}| \cos(\delta_{me}) + 2m_2 \cos(2\delta_{me})) d\delta_m \\ &- m_2 \sin(\delta_{me}) d|E'_{ae}| \} \} \end{aligned}$$

o simplemente

$$(d\theta(x_e)) = \dim \{ \text{span} \{ d\delta_m, d\omega, m_2 \sin(\delta_{me}) d|E'_{ae}| \} \}$$

excepto en los puntos donde $\delta_m = 0 \pm \pi$, o múltiplos de estos valores, ya que en estos puntos se tiene pérdida de dimensión, y en consecuencia pérdida de observabilidad.

Dado que el modelo satisface las condiciones del **Teorema 1**, entonces es posible determinar una transformación que permite representar al sistema (en este caso el modelo del generador) en una forma para la cual se puede diseñar un controlador linealizante. Una transformación feedback linealizante está dada por:

$$\begin{aligned} x_1 &= \delta_m \\ x_2 &= \omega - \omega_s \\ x_3 &= m_1 - m_2 |E'_{ae}| \sin(\delta_m) - m_3 \sin(\delta_m) \cos(\delta_m) \end{aligned}$$

Escribiendo en forma diferencial resulta que

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = \phi(x) + \psi(x)u \end{cases}$$

donde las funciones $\phi(x)$ y $\psi(x)$, en coordenadas originales $(\delta_m, \omega, |E'_a|)$, están dadas por:

$$\begin{aligned} \phi(x) &= m_2 m_4 |E'_a| \sin(\delta_m) \\ &+ m_2 \{ -m_2 u_{fe} - m_5 \cos(\delta_m) \} \sin(\delta_m) \\ &+ m_3 \{ \cos^2(\delta_m) - \sin(\omega - \omega_s) \} \\ &- m_2 |E'_a| (\omega - \omega_s) \cos(\delta_m) \\ \psi(x) &= -m_2 \sin(\delta_m) \end{aligned}$$

Así, el sistema se encuentra en una forma de controlador de Brunovsky (ver Definición 1) para la cual el diseño de una ley de control linealizante y estabilizante resulta de manera directa en la siguiente forma:

$$u = \frac{L_f^n h(x)}{L_g L_f^{n-1} h(x)} + \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(x)} u$$

en donde

$$\phi(x) = L_f^n h(x), \quad \psi(x) = L_g L_f^{n-1} h(x)$$

El control auxiliar u puede ser seleccionado de la siguiente manera:

$$u = \sum_{i=1}^n a_{i-1} x_i = -Lx$$

que tiene una estructura de un controlador proporcional. Los parámetros a'_i se pueden seleccionar de modo que el polinomio característico:

$$s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

presente raíces con parte real negativa.

4. ESTABILIZACIÓN DE UNA CLASE DE SISTEMAS NO LINEALES.

Considere la clase de sistemas no lineales los cuales son observables para toda entrada y que descritos por

$$\sum_T \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = \phi(x) + \psi(x)u \end{cases}$$

con $\phi(x) + \psi(x)u$ como funciones globalmente Lipschitz. Se puede escribir en forma condensada el sistema \sum_T como sigue:

$$\sum_T \begin{cases} \dot{x} = Ax + \Phi(x) + \Psi(x)u \\ y = Cx \end{cases}$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \phi(x) \end{pmatrix},$$

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \psi(x) \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0 \dots 0)$$

Siendo el objetivo el diseñar una ley de control que permita estabilizar al sistema no lineal considerado. Para ello se aplican las ideas del Teorema 1, considerando la siguiente ley de control expresada como

$$u(x) = \frac{-\sum_{i=1}^n a_{i-1} x_i - \phi(x)}{\psi(x)}$$

que linealiza y estabiliza al sistema \sum_T . Sin embargo, dado que no se tienen disponibles en la medición todas las variables del vector de estado, de hecho sólo se mide el ángulo del rotor, entonces es necesario estimar las variables que no son medidas físicamente, para poder implementar la ley de control linealizante-estabilizante obtenida.

Un observador para esta clase de sistemas puede ser diseñado, i. e. el sistema dinámico descrito por:

$$\Omega : \begin{cases} \dot{\bar{x}} = A\bar{x} + \Phi(\bar{x})u - S^{-1}C^T(C\bar{x} - y) \end{cases}$$

es un observador para \sum_T , donde S es una matriz positiva definida simétrica, que es solución de la ecuación:

$$\theta S + A^T S + SA = C^T C$$

Para valores de θ suficientemente grandes y \tilde{x} es un estimado del vector de estado x. El símbolo (\sim) será utilizado para indicar el estimado de la variable en cuestión.

Nota 3: Como se puede apreciar, resulta que el observador es una copia del sistema a observar más un término de corrección, $S^{-1} C^T$, que representa la ganancia del observador. Al observador Ω se le conoce también como observador no lineal de alta ganancia.

Entonces se tiene el siguiente resultado sobre el diseño de un observador no lineal para la clase considerada:

Teorema 2: El sistema dinámico Ω es un observador asintótico para el sistema \sum_T . Más precisamente, el error de estimación definido por $e = \tilde{x} - x$, converge hacia cero asintóticamente a medida que el tiempo t tiende hacia infinito, i. e.

$$\|e(t)\| \leq K e(t_0) \|\exp\{-\lambda(t-t_0)\}\}$$

λ es una constante positiva que puede ser seleccionada arbitrariamente y determina la velocidad de convergencia del observador, t_0 es el tiempo inicial, K es una constante positiva.

Nota 4: La prueba de este teorema está incluida en el Teorema 3 de la siguiente sección.

Nota 5: El modelo del generador síncrono resulta ser observable debido a que mediante el cambio de coordenadas propuesto, el sistema transformado resulta ser la forma \sum_T , el cual es observable, y en consecuencia es posible construir un observador tipo Ω .

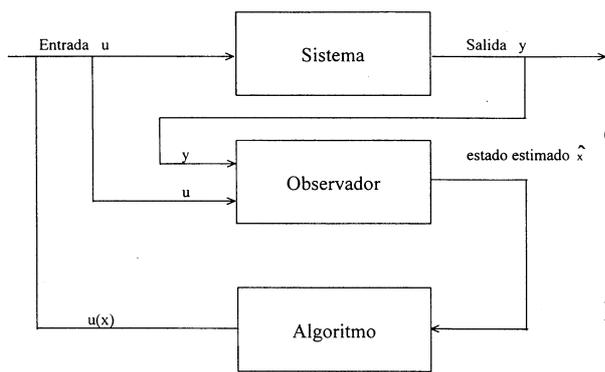


Fig. 1. Esquema de control en lazo cerrado (controlador-observador).

5. PRINCIPIO DE SEPARACIÓN

En esta Sección se tiene interés en el estudio de estabilidad del sistema en lazo cerrado descrito en la Figura 1.

En otras palabras, se considera el problema de estabilidad de una pareja formada por el observador Ω y la ley de control $u(x)$, cuando el control linealizante estabilizante es considerado como una función de los estimados proporcionados por el observador Ω , en lugar de las componentes del vector de estado verdadero, de las cuales algunas son medibles. Para resolver este problema, se considera el siguiente sistema aumentado descrito en forma general:

$$\Sigma_A : \begin{cases} \dot{x} = A\tilde{x} + \Phi(\tilde{x})u\Psi(\tilde{x}) - S^{-1}C^T(C\tilde{x} - y) \\ \dot{e} = (A - S^{-1}C^T C)e + \{\Phi(\tilde{x}) - \Phi(\tilde{x} - e)\} \\ + \{\Psi(\tilde{x}) - \Psi(\tilde{x} - e)\}u(\tilde{x}) \end{cases}$$

o en forma más compacta

$$\Sigma_A : \begin{cases} \dot{x} = M\tilde{x} - S^{-1}C^T C e \\ \dot{e} = (A - S^{-1}C^T C)e + \{\Phi(\tilde{x}) - \Phi(\tilde{x} - e)\} \\ + \{\Psi(\tilde{x}) - \Psi(\tilde{x} - e)\}u(\tilde{x}) \end{cases}$$

donde la matriz M tiene la forma

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

las a 's que aparecen de la aplicación del control

$$u(\tilde{x}) = \frac{-\sum_{i=1}^n a_{i-1} \tilde{x}_i - \phi(\tilde{x})}{\psi(\tilde{x})}$$

dependen del estado estimado, el cual es proporcionado por el observador Ω . Ahora se establece el resultado principal de este trabajo.

Teorema 3: Sea $u(x)$ el feedback dado por (1). Asuma

que $\frac{Sup}{x \in \mathfrak{R}^n} \|u(x)\| < \infty$. Así el sistema aumentado

Σ_A es globalmente y en forma asintótica estable.

Demostración. Considere la siguiente función de Lyapunov

$$V(\tilde{x}, e) = V_1(\tilde{x}) + V_2(e)$$

A partir de la definición de $V(\tilde{x}, e)$, se calcula la derivada con respecto al tiempo a lo largo por Σ_A .

$$\begin{aligned} \frac{dV_2(e)}{dt} &= \frac{d(e^T S e)}{dt} 2e^T \dot{e} \\ &= 2e^T S \{ (A - S^{-1}C^T C)e + \{\Phi(\tilde{x}) - \Phi(\tilde{x} - e)\} \\ &\quad + \{\Psi(\tilde{x}) - \Psi(\tilde{x} - e)\}u(\tilde{x}) \} \\ &= -\phi e^T S e - (C e)^2 + 2e^T S \{ \{\Phi(\tilde{x}) - \Phi(\tilde{x} - e)\} \\ &\quad + \{\Psi(\tilde{x}) - \Psi(\tilde{x} - e)\}u(\tilde{x}) \} \end{aligned}$$

Denotando por $\|e\|_s$ la norma de $(e^T S e)^{1/2}$ y utilizando la desigualdad de Schwart, se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{d(\|e\|_s)^2}{dt} &\leq -\phi(\|e\|_s)^2 \\ &+ 2\|e\|_s\|\Phi(\bar{x}) - \Phi(\bar{x} - e)\|_s \\ &+ 2\|e\|_s\|\Psi(\bar{x}) - \Psi(\bar{x} - e)\|_s \rho \end{aligned}$$

donde

$$\rho = \sup_{x \in \mathfrak{X}^n} \|u(x)\|$$

Ahora usando la forma particular de S, ϕ , y ψ ; además del hecho de que son globalmente Lipschitz, se obtiene:

$$\begin{aligned} \|\Phi(\bar{x}) - \Phi(\bar{x} - e)\|_s &\leq \lambda_1 \|e\|_s \\ \|\Psi(\bar{x}) - \Psi(\bar{x} - e)\|_s &\leq \lambda_2 \|e\|_s \end{aligned}$$

para algunas constantes λ_1 y λ_2 , las cuales no dependen del parámetro θ , para $\theta \geq 1$.

Entonces

$$\frac{d\|e\|_s}{dt} \leq -\left\{ \frac{\theta}{2} - \lambda_1 + \rho\lambda_2 \right\} \|e\|_s$$

Seleccionando θ tal que $\frac{\theta}{2} - \lambda_1 - \rho\lambda_2 = \mu > 0$, se obtiene:

$$\frac{d\|e\|_s}{dt} \leq -\mu \|e\|_s$$

cuya solución está expresada como

$$\|e(t)\|_s \leq \|e(t_0)\|_s \exp\{-\mu(t - t_0)\}$$

Por otro lado, se tiene que

$$\frac{dV_1(\bar{x})}{dt} = \bar{x}^T P(M\bar{x} - S^{-1}C^T C e) + (M\bar{x} - S^{-1}C^T C e)^T P\bar{x}$$

Reemplazando expresiones adecuadas y tomando la norma, resulta en:

$$\frac{dV_1(\bar{x})}{dt} = -\alpha \|\bar{x}\|_p^2 + 2\sigma(\theta)\|\bar{x}\|_p \|e\|_s$$

donde

$$\|(M\bar{x} - S^{-1}C^T C e)^T P\bar{x}\| \leq \sigma(\theta)\|\bar{x}\|_p \|e\|_s$$

para alguna σ constante la cual depende de θ . Finalmente, se tiene

$$\frac{d\|\bar{x}\|_p}{dt} = -\alpha \|\bar{x}\|_p + 2\sigma(\theta)\|e\|_s$$

cuya solución está dada por

$$\|e(t)\|_s \leq \|e(t_0)\|_s \exp\{-\mu(t - t_0)\}$$

con

$$K_1 = \|\bar{x}(t_0)\|_p + \frac{\sigma(\theta)\|e(t_0)\|_s}{\mu + \frac{\alpha}{2}}$$

$$K_2 = \frac{\sigma(\theta)\|e(t_0)\|_s}{\mu + \frac{\alpha}{2}}$$

En consecuencia, se puede concluir que:

$$\begin{aligned} \|\bar{x}(t)\|_p &\leq \{K_1 + K_2\} \exp\left\{-\min\left(\mu, \frac{\alpha}{2}\right)(t - t_0)\right\} \\ \|e(t)\|_s &\leq \|e(t_0)\|_s \exp\{-\mu(t - t_0)\} \end{aligned}$$

Si se selecciona θ tal que $\theta > 2(\lambda_1 - \rho\lambda_2) + \alpha$, se puede garantizar que:

$$\|\bar{x}(t)\|_p \leq \{K_1 + K_2\} \exp\left\{-\frac{\alpha}{2}(t - t_0)\right\}$$

Esto termina la demostración. Δ

6. SIMULACIONES

En esta sección se presentan resultados de simulación para el algoritmo de control propuesto, considerando el modelo del generador síncrono. Para ello se han considerado los siguientes valores de parámetros:

$$m_1 = \frac{PM}{M}; m_2 = \frac{|V_\infty|}{M\tilde{x}'_d}; m_3 = \frac{|V_\infty|^2}{M} \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right)$$

$$m_4 = \frac{\tilde{x}'_d}{T'_{do}\tilde{x}'_d}; m_5 = -\left(\frac{\tilde{x}'_d - \tilde{x}_d}{T'_{do}\tilde{x}'_d} \right) |V_\infty|$$

donde los valores deben estar en pu, excepto T'_{do}

$$\begin{aligned}
 P_M = 1; \quad M = 0.026525; \quad H = 1; \quad \omega_s = 1 & \quad a_1 = 350.0; \quad a_2 = 155.0; \quad a_3 = 22.0 \\
 \bar{x}_q = \bar{x}_d = 1.4; \quad \bar{x}'_d = 0.8; \quad T'_{do} = 4 \text{ seg} & \quad \theta = 20 \\
 |V_\infty| = 1.0; \quad u_{fe} = 0.375 &
 \end{aligned}$$

Por otro lado, se debe considerar que el objetivo del control es mantener el ángulo del rotor del generador referido al bus infinito, lo más cercano a un valor deseado δ_{ref} . La señal de referencia para el ángulo del rotor del generador δ_{ref} está dada por

$$\delta_{ref} = 0.3 \text{ rad}$$

Como sólo el ángulo del rotor del generador es la única variable medible físicamente y por otro lado, la ley de control depende explícitamente de todo el vector de estado del sistema, i. e. de las variables del modelo del generador síncrono, esto impide que la ley de control sea aplicada directamente. Para evitar este problema, se diseña un observador que estima la parte del vector de estado no medible. Reemplazando los estimados en la ley de control propuesta, el esquema de control permite controlar el ángulo del rotor del generador.

Las condiciones iniciales con las cuales se efectuaron las simulaciones, tanto para el sistema como para el observador, están dadas por:

$$(\delta_m, \omega, |E'_a|) = (0.1, 1.0, 1.0)$$

para el modelo del generador síncrono, y

$$(\hat{\delta}, \hat{\omega}, |\hat{E}'_a|) = (0.2, 0.8, 0.9)$$

para el observador (los estimados).

Los valores de los parámetros del controlador, así como los del observador fueron los siguientes:

Las simulaciones de las diferentes variables así como los de sus estimados se presentan a continuación.

Como puede apreciarse en las Figuras 2, 3 y 4, las variables de estado convergen hacia el valor verdadero, tiempo después de comenzar las simulaciones. Además, el ángulo del rotor δ_m converge también hacia la señal de referencia deseada δ_{ref} , (ver Figura 2).

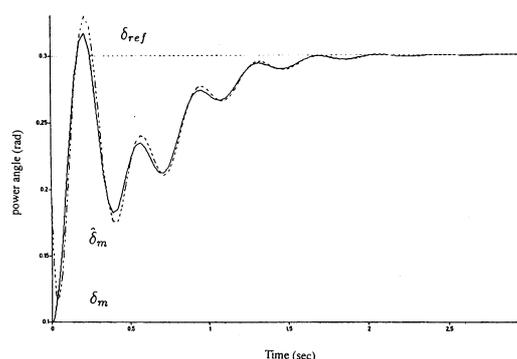


Fig. 2. Ángulo del rotor y su estimado.

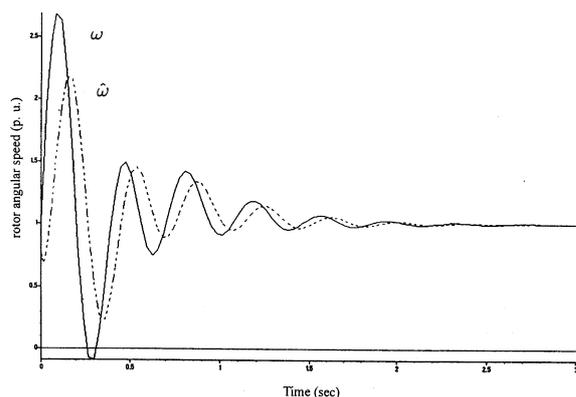


Fig. 3. Velocidad síncrona y su valor estimado.

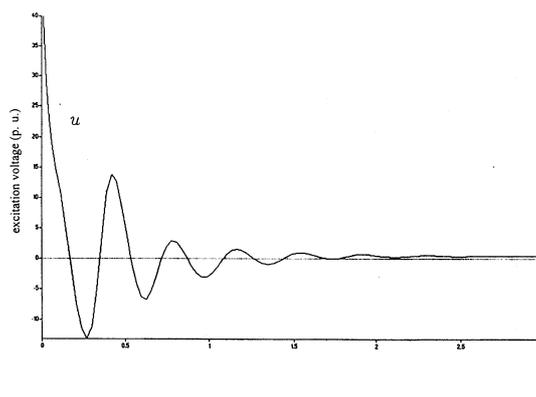


Fig. 5. Control aplicado al generador síncrono.

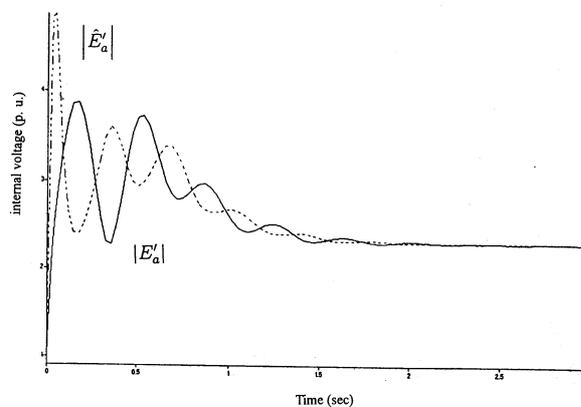


Fig. 4. Voltaje interno y su valor estimado.

En la Figura 5 se muestra el control aplicado al sistema.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se propuso un algoritmo de control basado en un observador para una clase de sistemas afines en el control. Condiciones suficientes fueron dadas para garantizar que el sistema controlado y el observador resultaran ser estables. Los resultados de simulaciones mostraron el buen funcionamiento de este algoritmo cuando se aplicó a un modelo reducido de un generador síncrono. Los trabajos futuros sobre el mismo tema son aquellos que consideran el caso cuando los parámetros para una clase de sistemas no lineales.

Además, la aplicación de estas y otras técnicas al control de los sistemas eléctricos de potencia sigue siendo un área de gran interés dentro del sector eléctrico, así como de los grupos de investigación relacionados con el tema.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Isidori, "Nonlinear Control Systems," Communications and Control Engineering, Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [2] H. Khalil, "Nonlinear Systems," 2nd. Edition, Prentice Hall, 1996.
- [3] A. Bergen, "Power System Analysis," Prentice-Hall, 1986.