Aplicación de la programación lineal en el sector forestal

Leticia Vargas Suárez, Israel Cano Robles
Roger Z. Ríos Mercado
División de Posgrado en Ingeniería de Sistemas. FIME-UANL
{leti, israel, roger}@yalma.fime.uanl.mx

RESUMEN

Aunque en los últimos 50 años diversas industrias han obtenido beneficios económicos sustanciales a través de modelos de optimización, en el sector forestal los esfuerzos para desarrollar estos modelos han sido escasos. Sin embargo en los inicios de los noventa, importantes compañías forestales privadas chilenas, junto con académicos de la Universidad de Chile, desarrollaron un conjunto de modelos de optimización que han permitido competir en la economía globalizada. Este escrito describe uno de los problemas operativos optimizados (la tala de corto plazo), su representación matemática simplificada, su resolución a través de un lenguaje de modelado matemático y los beneficios que ha reportado.

PALABRAS CLAVE

Investigación de operaciones, sector forestal, tala de corto plazo, programación lineal, modelo de optimización, método símplex.

ABSTRACT

Despite the fact that during the last 50 years diverse industries have found great economical benefits from optimization models, the forestry sector had seen very few efforts in the development of such models. However, in the early nineties, the mayor Chilean private forestry firms together with academics from the University of Chile developed a set of optimization models that has enabled them to compete in the globalized economy. This article describes one of the operative problems studied (short-term harvesting), its simplified mathematical representation, its resolution using a modelling language and the benefits it has brought.

KEYWORDS

Operations research, forestry sector, short-term harvesting, linear programming, optimization model, simplex method.

INTRODUCCIÓN

George Dantzig, uno de los más brillantes precursores de la ciencia de la toma de decisiones, explica, en su trabajo con Thapa,[1] como disciplinas muy diversas pueden conceptualizarse en términos similares a partir de los principios de la programación lineal (PL). La programación lineal puede verse como parte de un desarrollo tecnológico que le ha dado a la humanidad la capacidad de formular objetivos generales y establecer el camino de decisiones detalladas que deben tomarse para alcanzar estos objetivos en forma óptima. Las herramientas para lograr lo anterior son: métodos para formular problemas reales en términos matemáticos detallados (modelos), técnicas para resolver los modelos (algoritmos) y las máquinas para construir los modelos y ejecutar los algoritmos (computadoras y programas de cómputo).

Hillier y Lieberman[2] expresan en forma breve, el tipo más común de aplicación abarca el problema general de asignar recursos limitados entre actividades competitivas de manera óptima. Con más precisión, este problema incluye elegir el nivel de ciertas actividades que compiten por recursos escasos necesarios para realizarlas. Después, los niveles de actividad elegidos dictan la cantidad de cada recurso que consumirá cada una de ellas. La variedad de situaciones a las que se puede aplicar esta descripción es, sin duda, muy grande, y va desde la asignación de instalaciones de producción hasta la asignación de los recursos nacionales a las necesidades de un país; desde la selección de una cartera de inversiones, hasta los patrones de envío; desde la planeación agrícola, hasta el diseño de una terapia de radiación, etc. No obstante, el ingrediente común de estas situaciones es la necesidad de asignar recursos en ambientes restringidos.

En este artículo se explica cómo se aplicaron los principios de la PL para establecer el nivel de las actividades necesarias para lograr una tala de corto plazo óptima en un grupo de compañías forestales latinoamericanas. Se presenta el modelo matemático que representa a dicho problema operativo en forma simplificada, las herramientas para su solución y, finalmente, los beneficios que pueden obtenerse al aplicar esta técnica de optimización.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Un administrador forestal debe considerar diversas cuestiones al aprovechar un bosque para obtener beneficios económicos. Una de las áreas a estudiar es la tala a corto plazo, definiéndolo como un período de cuatro a doce semanas. Para responder a la pregunta: ¿cuáles y cuántos árboles deben talarse el siguiente trimestre para obtener el máximo beneficio?, debe conocerse la *demanda* de madera en términos de la longitud y el diámetro de los troncos.

Para decidir cómo talar un bosque, se divide en rodales (secciones) razonablemente homogéneos en cuanto a: edad de los individuos (árboles), calidad del terreno y esquema de administración. La maquinaria utilizada la determina el tipo de terreno donde se ubica el bosque. En bosques con pendiente alta, por ejemplo, se usan grúas y cables; mientras que en los terrenos planos se utilizan tractores o deslizaderos. Una vez obtenidas las trozas (troncos), debe establecerse cómo cortarlas a fin de poder cubrir la demanda. Los cortes pueden realizarse en el bosque mismo y las piezas obtenidas distribuirse directamente a los puntos de demanda. Otra alternativa es transportar las trozas completas a un centro de corte para su distribución posterior.

Las instrucciones de corte (patrón de corte) son simplemente una secuencia de longitudes y diámetros que deben obtenerse de acuerdo a un orden decreciente de diámetro (cada diámetro define a un producto con su correspondiente valor comercial), tal como se aprecia en la figura 1.

La idea es respetar el orden dado, pero obteniendo el mayor número posible de piezas. Por ejemplo (figura 2), se trata de obtener primeramente, una pieza de 8.10 m de longitud y que cumpla con un diámetro de al menos 24 cm. Si después de cortar los primeros 8.10 m el diámetro se reduce a menos de 24 cm, entonces se trata de obtener una pieza de 4.10 m de longitud con un diámetro no menor a 20 cm. El resto del tronco se utiliza para celulosa con un diámetro mínimo de 8 cm.

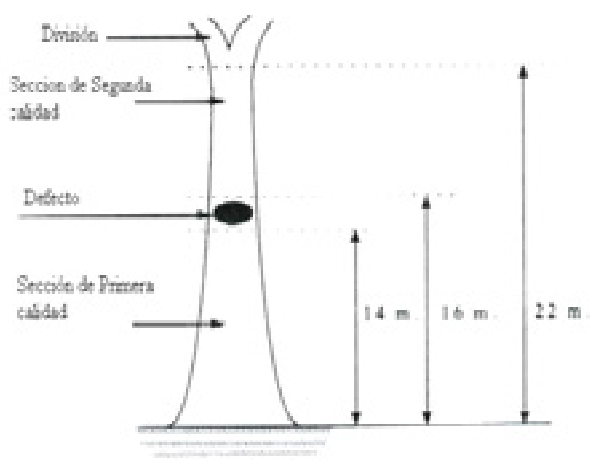


Fig. 1. Clasificación de la madera por su longitud.

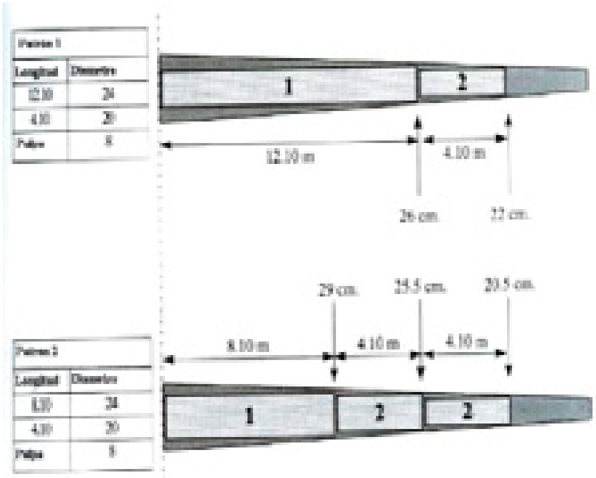


Fig. 2. Ejemplos de patrones de corte.

Cuáles árboles hay que talar y cómo cortarlos no son las únicas decisiones. Los costos de transporte asociados a las parejas origen-destino también deben considerarse. Además de que, para cubrir la demanda, no sólo es necesario contar con los árboles cortados adecuadamente; sino también con la maquinaria necesaria para su tala, corte y transporte. El problema es entonces:

1. Conocer la demanda y, en base a ella,
2. Definir los rodales de bosque a talar, sus patrones de corte y las asignaciones de maquinaria necesaria para producción y transporte de producto terminados.

Hacer manualmente la asignación de la madera-en-pie con la demanda es un problema combinatorio difícil, cuya solución no óptima produce tala excesiva y pérdida significativa por degradación, con la consecuente pérdida económica. Además, existe el problema adicional de lograr la asignación óptima de maquinaria de tala y transporte.

El grupo chileno de Weintraub *et al.*[3] desarrolló un conjunto de 5 modelos. Tres atacan problemas operativos:

1. El ya descrito en el inciso anterior,
2. La calendarización diaria de camiones de transporte para la entrega de materia prima y producto terminado y
3. La ubicación de la maquinaria de tala y transporte y de las rutas de acceso. Los dos restantes resuelven la calendarización táctica de la tala de mediano plazo y la planeación estratégica de largo plazo.

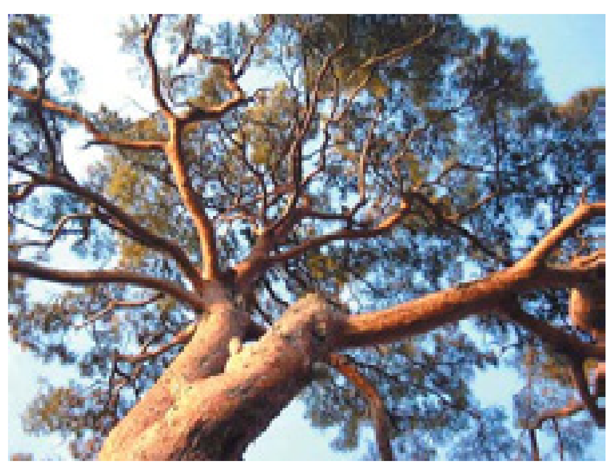
REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA EN UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN

Este artículo considera sólo uno de los cinco modelos documentados: OPTICORT, un sistema para resolver la planeación de la tala a corto plazo. OPTICORT es un modelo lineal con un procedimiento de generación de columnas (véase Murty[4]). Las principales decisiones que apoya son:

a. Qué rodales de bosque talar, entre los que tienen árboles ya maduros y carreteras de acceso,
b. Qué maquinaria utilizar en cada fase del proceso,
c. Qué volumen cortar y sus correspondientes patrones de corte y
d. Qué productos entregar para satisfacer la demanda, es válido guardar inventario.

Un punto medular del desarrollo fue la definición de los patrones de corte, ya que su número crece en forma exponencial. En un primer intento, el modelo se construyó con un conjunto de patrones predeterminado y de cardinalidad moderada para cada rodal de bosque. Cuando el modelo funcionó exitosamente, se desarrolló un esquema de generación de columnas para construir automáticamente los patrones de corte. Los beneficios de esta automatización han sido:

a. Ahorro de tiempo en comparación con la alternativa de generar patrones manualmente,
b. Obtener un conjunto mayor de buenos patrones,
c. Se observó que la solución (función objetivo) mejora entre un 3 y 6 % en comparación con la solución obtenida usando un conjunto fijo de patrones.



El esquema de generación de columnas se basa en un algoritmo de ramificación y acotamiento ligado al inventario de bosques de la organización. La idea básica del esquema es: en el nodo inicial se selecciona un primer corte y en cada nodo hijo se generan nuevas ramas de posibles alternativas de corte. El valor de cada rama lo determina el valor de venta de la pieza correspondiente de acuerdo a su diámetro y longitud. Cada ruta posible desde el nodo padre hasta el final del árbol corresponde a un patrón de corte. El esquema comprende también decisiones de paro y elección de rutas.

A continuación se explica el modelo matemático lineal del problema descrito. Este modelo está compuesto por:

1. Los parámetros o datos del problema, los cuales se conocen con certeza,
2. Las variables de decisión,
3. La función objetivo a ser optimizada y
4. Las restricciones.

Estos cuatro elementos forman entonces una representación matemática de la realidad que puede resolverse utilizando las técnicas explicadas en el siguiente apartado. Si los datos no se conocen con certeza, el modelo matemático es diferente. Se plantea entonces en términos de un valor esperado lo cual implica distribuciones de probabilidad.

Índices y conjuntos:

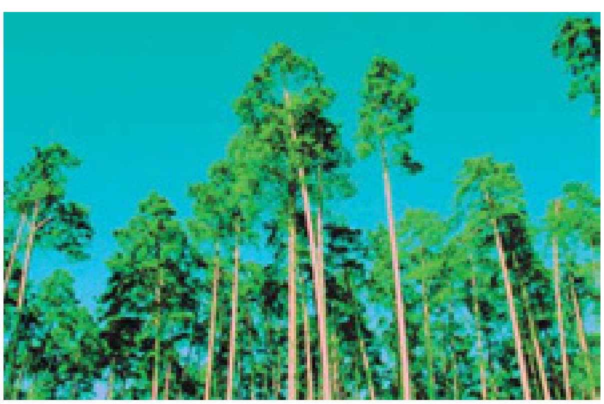
$i \in I$ Conjunto de terrenos disponibles para cosechar

$j \in J$ Conjunto de los patrones de corte

$k \in K$ Conjunto de los tipos de productos

$d \in D$ Conjunto de los destinos a proveer de madera

$t \in T$ Conjunto de los períodos de tiempo



Parámetros:

VOL_i Volumen de madera disponible en el terreno i (m^3); $i \in I$

DM_k Diámetro de producto k (cm); $k \in K$

$COST_i$ Costo de cosechar terreno i ($\$/m^3$); $i \in I$

CAC_t Capacidad de producción en tiempo t (m^3); t Î T

$DI_{d,t}$ Diámetro promedio requerido en destino d en período t (cm); $d \in D, t \in T$

D^{min}_{ktd} Demanda mínima del producto k en el período t para el destino d (m^3); $k \in K, t \in T, d \in D$

D^{max}_{ktd} Demanda máxima del producto k en el período t para el destino d (m^3); $k \in K, t \in T, d \in D$

$PV_{d,k}$ Precio de venta del producto k a destino d ($\$/m^3$); $k \in K, d \in D$

CTA_{idk} Costo de transportación del producto k entre el terreno i y el destino d ($\$/m^3$); $i \in I, d \in D, k \in K$

R_{ijk} Fracción del producto k obtenido por m^3 cortado con patrón j en terreno i; $i \in I, j \in J, k \in K$

Variables de decisión:

Y_{idkt} Volumen de madera transportado (vendido) desde el terreno i al destino d de un producto k en el período t (m^3); $i \in I, d \in D, k \in K, t \in T$.

K_{ijt} Volumen de madera producida en el terreno I usando el patrón de corte j en el período t (m^3); $i \in I, j \in J, t \in T$

Modelo:

Maximizar $f(Y,K) =$

$$\sum_{i,d,k,t} \left(PV_{dk} - CTA_{idk} \right) Y_{idkt} - \sum_{ijt} COST_i \, K_{ijt} \qquad (1a)$$

sujeta a:

$$\sum_{j,t} K_{ijt} \leq VOL_i \qquad i \in I \qquad (1b)$$

$$\sum_{i,j} K_{ijt} \leq CAC_t \qquad t \in T \qquad (1c)$$

$$\sum_{j} R_{kij} K_{ijt} \geq \sum_{d} Y_{idkt} \qquad \forall\ i,k,t \qquad (1d)$$

$$D^{min}_{ktd} \leq \sum_{i} Y_{idkt} \qquad \forall\ k,d,t \qquad (1e)$$

$$D^{max}_{ktd} \geq \sum_{i} Y_{idkt} \qquad \forall\ k,d,t \qquad (1f)$$

$$\sum_{i,k} DM_k Y_{idkt} \geq DI_{dt} \sum_{i,k} Y_{idkt} \qquad \forall\ d,t \qquad (1g)$$

$$K_{ijt}, Y_{idkt} \geq 0 \qquad \forall\ i,j,k,d,t \qquad (1h)$$

donde (1a) representa la ganancia total de la venta, (1b) es la restricción de existencia de madera, (1c) denota la capacidad de producción, (1d) es la restricción de transporte de acuerdo a la producción de cada producto, en cada terreno y durante cada período de tiempo, (1e) y (1f) son los límites de demanda (mínima y máxima) para cada producto en cada destino durante cada período, (1g) modela el diámetro promedio mínimo necesario para los productos de cada destino durante cada período y (1h) es la restricción de no negatividad de las variables. Como puede apreciarse, este es un modelo de programación lineal.

MÉTODO DE SOLUCIÓN

Es común que, en la práctica, los modelos de PL tengan cientos o miles de restricciones funcionales (ecuaciones lineales) y variables de decisión (nivel de las actividades). Formular modelos tan enormes puede ser una tarea desalentadora. Sencillamente no es práctico escribir la formulación algebraica ni introducir los parámetros en una hoja de cálculo. Entonces, ¿cómo se construyen estos modelos grandes en la práctica? Se requiere el uso de un lenguaje de modelado (LM). Un LM de programación matemática es un "software" de diseño especial para formular de modo eficiente los modelos de programación lineal. Aún cuando un modelo tenga miles de restricciones funcionales, éstas son de relativamente pocos tipos y las del mismo tipo siguen el mismo patrón. De igual manera, las variables de decisión estarán dentro de unas cuantas categorías. Así, si se usan grandes bloques de datos en bases de datos, un lenguaje de modelado construirá todas las restricciones del mismo tipo a la vez tomando en cuenta las variables de cada tipo.

Además de formular con eficiencia un modelo, un LM facilita:

1. Las tareas de administración del modelo, inclusive el acceso a los datos (todavía mejor, el modelo es independiente del tamaño de los datos),
2. La modificación del modelo cuando se desee y
3. El análisis de las soluciones.

También puede producir informes resumidos en el lenguaje de los tomadores de decisiones, al igual que documentar el contenido del modelo. Otro beneficio es la independencia entre el lenguaje y los algoritmos de solución. Se han desarrollado varios lenguajes de modelado excelentes en las últimas dos décadas, que incluyen AMPL, MPL, GAMS y LINGO. En el desarrollo del presente trabajo hacemos uso de GAMS.[5]

Una vez construído el modelo formulado (trabajo hecho por el LM), éste debe resolverse utilizando algún algoritmo, en este caso el Método Símplex. Este método es un algoritmo eficiente y confiable para resolver problemas de PL. También proporciona la base para llevar a cabo, en forma muy eficiente, las distintas etapas del análisis posóptimo. Aunque tiene una interpretación geométrica útil, el Método Símplex es un procedimiento algebraico basado en la eliminación de Gauss para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

GAMS permite el acceso a varios solucionadores, CPLEX es uno de ellos. Durante más de una década, CPLEX ha sido la marca comercial del "software" que ha marcado el camino de la solución de problemas de PL cada vez más grandes. Los extensos esfuerzos de investigación y desarrollo han permitido una serie de actualizaciones con incrementos drásticos en la eficiencia. CPLEX usa el método símplex y sus variantes (como el método símplex dual) para resolver estos problemas masivos. Además del método símplex, CPLEX cuenta con otras herramientas para resolver tipos especiales de problemas de PL. Una es un algoritmo de punto interior, otra es el método símplex de redes. Pero CPLEX va más allá de la PL e incluye algoritmos modernos para programación entera y programación cuadrática.

Retomando la resolución del modelo reducido de OPTICORT, éste omite el análisis de la asignación de maquinaria y utiliza un conjunto fijo de patrones de corte. La solución de los rodales de bosque a talar es simplemente en base a costos de producción vs. ganancias, y no se contempla ningún análisis del terreno o características de los árboles. Recordando las cuatro decisiones que OPTICORT apoya se observa entonces que el modelo simplificado sólo contempla tres, no resuelve qué maquinaria utilizar en cada fase del proceso. Esto debido a que los parámetros utilizados no indican el tipo de terreno ni la maquinaria disponible o si se cuenta con un camino para llegar a este terreno.

Otra diferencia es que la función objetivo en el modelo reducido no contempla el costo de la madera en pie. En el modelo real este costo es importante para evitar decisiones equivocadas. No necesariamente es mejor cortar los árboles más valiosos, ello mejora las ganancias a corto plazo pero, en el largo plazo, puede significar una reducción del valor en el mercado de la empresa. Otra variación con el modelo real es que este último agrupa las secciones del bosque vecinas a fin de optimizar el transporte del producto.

EVALUACIÓN COMPUTACIONAL

Para propósitos didácticos se usó GAMS[5] para modelar una versión simplificada del modelo OPTICORT y se usó CPLEX para resolverlo en una estación de trabajo SUN Ultra 10 bajo el sistema operativo Solaris 7 (UNIX). También, con fines didácticos, se seleccionó un conjucto de datos representativos. Al construir los datos uno debe pensar en: establecer las demandas para los diferentes productos en diferentes períodos de tiempo, sugerir la cantidad de madera en pie disponible, definir la capacidad de tala y producción (que en la realidad depende de la disponibilidad de la maquinaria de tala, corte y transporte), proponer las secciones a talar suponiendo que se asigna la maquinaria adecuada, concretar los patrones de corte que permitan obtener los productos definidos y finalmente obtener un conjunto de precios de producción, transporte y venta para los diversos productos. El modelo se resolvió para tres diferentes conjuntos de datos. Estos varían en cuanto a tamaño y los datos no

necesariamente se repiten. Existen tres productos correspondientes a diámetros de 24, 20 y 8 cm respectivamente.

Los resultados de la evaluación se muestran en la tabla I. Los primeros siete renglones corresponden a características de los datos del problema. Las últimas cuatro filas reflejan resultados del optimizador como

Tabla I. Resultados obtenidos en cada uno de los tres modelos.

Característica	Tamaño del Modelo		
	Pequeño	Mediano	Grande
Número de terrenos	3	5	10
Número de destinos	3	6	15
Tipo de productos	3	3	3
Períodos de tiempo	3	4	4
Patrones de corte	3	3	4
Número de variables	109	441	1961
Número de ecuaciones	97	238	555
Max Z* ($)	1,120,222	162,792	249,104
Tiempo de solución (seg)	.010	.030	.12
Volumen vendido (m^3)	9,430	16,949	65,304
Volumen producido (m^3)	13,366	16,949	65,383

lo son: el valor de la función objetivo, el volumen vendido y producido, respectivamente, y el tiempo de solución. Las columnas dos a cuatro indican los tres diferentes modelos resueltos.

La diferencia tan marcada en la función objetivo puede explicarse porque la mezcla de productos vendida es muy diferente en cada modelo. No necesariamente se están vendiendo los más caros siempre, ya que su demanda puede ser cero. Los precios de venta y costos de producción son también muy diferentes en cada modelo.

El análisis de esta información arroja los resultados que auxilian en la toma de decisiones. Por ejemplo, para el modelo pequeño se consideró la existencia de tres terrenos con un volumen de madera para tala determinado; así como tres destinos o aserraderos con una demanda conocida. Los resultados de este modelo son útiles para el administrador forestal porque puede formar las siguientes conclusiones:

- La mayor explotación ocurre en el terreno 3 (tiene el menor costo de producción y en general los costos de transporte más baratos).
- Éste abastece a los tres destinos,
- El terreno 2 (con el mayor costo de producción) no se corta.
- El terreno 1 únicamente abastece al destino b pero en pequeñas cantidades.
- Se entregan todos los productos a todos los destinos y durante todos los períodos.
- El patrón de corte 3 no se usa.

Análisis similares se hacen para los modelos de tamaño mediano y grande.

Weintraub et al.[3] sostienen que OPTICORT ha sido el primer sistema desarrollado para este tipo de aplicación. El esfuerzo tomó dos años y el usuario y la alta dirección de la empresa se involucraron fuertemente en esta solución, siendo ello un factor clave de éxito. El sistema está en uso desde 1991, está codificado en un software de PL comercial en plataforma PC.

CONCLUSIONES

La PL es una técnica poderosa para tratar problemas de asignación de recursos escasos entre actividades que compiten, al igual que otros problemas cuya formulación matemática es parecida. Se ha convertido en una herramienta estándar de gran importancia para muchas organizaciones industriales y de negocios.

Sin embargo, no todos los problemas de asignación de recursos limitados se pueden formular de manera que se ajusten a un modelo de PL, ni siquiera como una aproximación razonable. Cuando no se cumplen una o más de las suposiciones de PL, tal vez sea posible aplicar otro tipo de modelos matemáticos, por ejemplo, los modelos de programación entera o de programación no lineal.

Tanto en Chile como en otros países, el uso de estos modelos ha cambiado drásticamente la planeación y la administración de los bosques. La toma de decisiones se apoya fuertemente en ellos y en la actualidad una administración exitosa se concibe íntimamente ligada al uso de ellos. El sector forestal chileno representa el 13% de las exportaciones de este país, siendo este sector el segundo en importancia después de la minería. Lo componen compañías privadas dueñas de bosques maderables de pinos y eucaliptos, aserraderos y fábricas de celulosa y papel. Las dos compañías forestales más importantes de Chile están entre las 50 empresas de este ramo más grandes del mundo. Tienen ventas anuales de aproximadamente un billón de dólares. El beneficio económico generado por el cambio de estrategia para la toma de decisiones se reporta en una ganancia de al menos 20 millones de dólares al año, además de beneficios de mayor y mejor protección del ambiente.

En el caso concreto de OPTICORT los beneficios financieros no derivan de una sola fuente, sino de varias:

(a) Contempla el apareamiento del binomio madera en pie-demanda a cubrir evitando así la tala innecesaria.

(b) Ha permitido la reducción de costos de transportación. Por ejemplo, OPTICORT determinó que era mejor transportar directamente a los centros de demanda el 50% del volumen que originalmente se transportaba a través de centros intermedios de proceso.

(c) El uso sistematizado de esta herramienta ha hecho posible que las firmas manejen mayores volúmenes de bosque y más productos y destinos, además de que hace posible saber si la demanda de la temporada podrá ser cubierta.

(d) Usar la maquinaria de tala adecuada reduce la erosión y aunque la reducción de daño ambiental es difícil de cuantificar financieramente, es vital.

(e) También ha sido posible reducir la flotilla de camiones de transporte así como el personal dedicado a la programación y supervisión del sistema de transporte.

Algo notable, y que en México debemos propiciar que ocurra con mayor frecuencia, es que el esfuerzo sea desarrollado por empresas privadas y un grupo de académicos apoyados para la investigación aplicada. Otro aspecto a notar es la cultura en el ramo, fuertemente arraigada, de compartir conocimientos no solamente entre empresas afines, sino con empresas de otros países o de otros giros.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue mejorado gracias a las sugerencias y comentarios de dos revisores anónimos. Los dos primeros autores son apoyados económicamente por el CONACyT como estudiantes de posgrado.

REFERENCIAS

1. G. B. Dantzig y M. N. Thapa. Linear Programming 1: Introduction. Springer-Verlag, New York, EUA, 1997.
2. F. Hillier y G. Lieberman. Investigación de Operaciones. McGraw-Hill, México, 2001.
3. A. Weintraub, R. Epstein, R. Morales, y J. Serón. Use of OR systems in the Chilean forest industries. Interfaces, 29(1):7-29, 1999.
4. K. Murty. Linear Programming. Wiley, New York, EUA, 1983.
5. A. Brooke, D. Kendrick y A. Meeraus. GAMS: A User's Guide. The Scientific