

Estimación fasorial con fasoretas

José Antonio de la O. Serna

FIME-UANL

jdelao@mail.uanl.mx

RESUMEN

Se establece la formulación matemática para estimar fasores a partir de fasoretas, obtenidas de segmentos de señal de fracciones de ciclo, y se evalúan las respuestas en frecuencia de los filtros que las generan. De la teoría y las simulaciones numéricas se concluye que, cuando el segmento de señal involucrado en la generación de la fasoreta, corresponde a una senoidal pura, esta técnica ofrece una estimación fasorial más exacta y rápida, mejorando la velocidad del filtro de Fourier de un ciclo. Sin embargo, ante señales transitorias o senoidales impuras, la exactitud y comportamiento dinámico de este método de estimación fasorial, que incluye al filtro de Fourier de un ciclo, dependerá en gran medida de la técnica de extracción de ruido, dada la gran sensibilidad de los filtros generadores de fasoretas a señales no senoidales.

PALABRAS CLAVE

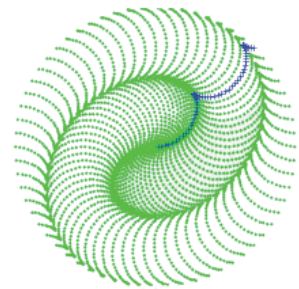
Estimación fasorial, fasoreta, filtro digital, respuesta en frecuencia, proyección de señales, bases no ortogonales, plano oblicuo.

ABSTRACT

The mathematical formulation for estimating phasors from phasorlets, obtained from signal segments of a fraction of a cycle, is established and the frequency responses of the phasorlet generator filters are evaluated. From the theory and the numerical simulations it is concluded that, when the signal segment involved in the phasorlet generation corresponds to a pure sinusoidal signal, this estimation technique offers the quickest measurement of its phasor, improving the speed of the well known one-cycle Fourier filter estimate. The new estimates were found very useful for detecting and locating abrupt changes in amplitude or phase between two sinusoidal states. However, before transients or impure sinusoids, the exactness and the dynamic behavior of this estimation method (which includes the one-cycle Fourier filter) will depend in great extent on the applied noise extraction technique, given the huge sensitivity to non-sinusoidal signals of the phasorlet generator filters.

KEYWORDS

Phasor estimation, phasorlet, digital filter, frequency response, signal projection, non-orthogonal basis, oblique planes.



INTRODUCCIÓN

La medición fasorial es muy importante para monitorear y diagnosticar sistemas eléctricos de potencia.¹ Los fasores portan la amplitud y la fase de una señal senoidal en estado estable (frecuencia, amplitud y fase constantes). Para calcularlos, los algoritmos actuales procesan segmentos de señal (de voltaje o corriente) de duración igual a un múltiplo de ciclo fundamental. Esto se debe a que las señales coseno y seno de frecuencia fundamental son ortogonales entre sí para esas duraciones. Bajo esa ortogonalidad, ellas forman las referencias para obtener directamente las componentes real e imaginaria del fasor, con la ventaja adicional de que las armónicas, por ser ortogonales al plano fasorial, son eliminadas automáticamente en el proceso de estimación.

Para señales de duración inferior al ciclo, las referencias coseno y seno (de frecuencia fundamental) forman una base oblicua y generan un plano no ortogonal al plano fasorial. En este caso, es necesario referir al plano fasorial la proyección de la señal en el plano oblicuo. Desgraciadamente, en esta composición de transformaciones se infiltran en las estimaciones fasoriales armónicas y otras componentes no ortogonales a los planos oblicuos.

Recientemente se propuso en² un algoritmo para estimar fasores a partir de estimaciones parciales obtenidas sobre segmentos de señal sucesivos de duración inferior al ciclo, ahí llamadas fasículas (phaselets). Y con secuencias de éstas se va formando un estimado fasorial de duración variable, hasta llegar a un ciclo. En vez de la palabra fasícula, la cual evoca solamente fase, en este trabajo utilizaremos el término fasoreta, con la intención de significar también magnitud. Las fasoretas son los “diminutos vectores” en los que un fasor puede ser descompuesto y desde los cuales éste se puede estimar.

En este artículo se establece matemáticamente el proceso de estimación fasorial a partir de señales con duración de fracciones de ciclo, se analiza la respuesta en frecuencia de los filtros generadores de fasoretas, y se evalúan tanto los errores por infiltración como el comportamiento dinámico de los estimados ante señales transitorias. Lo anterior con el objeto de poder plantear nuevas y mejores estrategias para obtener estimaciones fasoriales más rápidas y

precisas, y con mejor comportamiento transitorio.

La principal contribución de este trabajo es el haber demostrado que para señales senoidales puras, las estimaciones fasoriales con fasoretas ofrecen el mismo valor exacto que el filtro de Fourier de un ciclo, pero en un intervalo de tiempo mucho más corto. Se encontró también que los fasores estimados a partir de fasoretas son muy buenos localizadores de cambios abruptos en amplitud o fase entre dos estados senoidales sucesivos. Además, la plataforma matemática aquí planteada es muy útil para aquellos que desean entender mejor lo que los modernos equipos comerciales de protecciones de sistemas eléctricos de potencia están aplicando con éxito para conformar estimaciones fasoriales.

ESTIMACIÓN DEL FILTRO DE FOURIER DE UN CICLO

Las partes real e imaginarias de la secuencia

$$\varphi(n) = \frac{2}{N} e^{i\omega_0 n}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

que resulta al tomar N muestras por ciclo ($\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$), de una exponencial compleja continua, forman una base ortogonal que genera un plano en el espacio N -dimensional. En cualquier instante k , la señal discreta definida por la secuencia $\{s(n), n = 0, 1, 2, \dots, N-1\}_k$ se proyecta ortogonalmente en el punto $\sigma(k)$ de dicho plano, mediante la siguiente suma de convolución:

$$\sigma(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \varphi(n) s(k-n). \quad (2)$$

En el caso particular de la señal exponencial compleja

$$s(n) = A e^{i(\omega n + \theta)}, \quad 0 \leq \omega < 2\pi, \quad (3)$$

la secuencia de proyecciones es dada por la siguiente ecuación:

$$\sigma(k) = A e^{i(\omega k + \theta)} \sum_{n=0}^{N-1} \varphi(n) e^{-i\omega n} = \Phi(\omega) A e^{i(\omega k + \theta)} \quad (4)$$

donde $\Phi(\omega)$ es la función de transferencia de $\varphi(n)$. Así, el proceso de proyección (o su interpretación geométrica) se puede considerar también como un proceso de filtrado, en el cual el filtro es un sistema lineal con respuesta a un impulso $\varphi(n)$.

Obsérvese que para obtener el fasor de una señal cosenoidal $\tilde{s}(n) = A \cos(\omega_0 n + \theta)$, de frecuencia fundamental ω_0 , se requirieren $\Phi(-\omega_0) = 0$ y $\Phi(\omega_0) = 2$, y compensar negativamente la rotación en (4). En este caso, la secuencia fasorial de $\tilde{s}(k-n)$ será dada por

$$\tilde{\rho}(k) = e^{-i\omega_0 k} \tilde{\sigma}(k) = A e^{\theta} \quad (5)$$

correspondiente a una secuencia de valores complejos exactamente iguales al fasor de la señal cosenoidal. Estos son los tradicionales estimados fasoriales proporcionados por el filtro de Fourier de un ciclo.

En Teoría de Espacio de Señales,³ es bien sabido que el operador en (2) proyecta la señal $s(n)$ sobre el plano fasorial, generado por la base ortogonal $\{\cos(\omega_0 n), \sin(\omega_0 n), n = 0, 1, \dots, N-1\}$. La proyección es dada por las coordenadas del punto en el plano formado por esa base. Si $s(n)$ no es una senoidal pura, digamos $s(n) = A \cos(\omega_0 n + \theta) + r(n)$, donde $r(n)$ es una señal residual arbitraria, entonces la proyección descompone $r(n)$ en dos componentes, una paralela al plano fasorial, y la otra ortogonal a él. De manera que $r(n)$ puede escribirse como $r(n) = r_{\parallel}(n) + r_{\perp}(n)$. La componente paralela $r_{\parallel}(n)$ puede escribirse pues en términos de la base $\{\cos(\omega_0 n), \sin(\omega_0 n)\}_{n=0}^{N-1}$ y constituye un ruido para el estimado fasorial de la componente senoidal $\tilde{s}(n)$. Por otra parte, la proyección de la componente perpendicular al plano, $r_{\perp}(n)$ es nula, y no afecta al estimado fasorial.

La ventaja del filtro de Fourier de un ciclo es que todas las armónicas son ortogonales a los vectores de la base que genera el plano fasorial, por lo que ofrece la mejor estimación bajo condiciones de periodicidad, para las cuales la carga espectral del filtro se encuentra solamente en múltiplos de la frecuencia fundamental ω_0 . Sin embargo, cuando componentes transitorias están presentes en la señal, o cuando no es constante la amplitud, fase, o frecuencia de la señal senoidal, este filtro tiene importantes defectos.⁴ Es por esto que el filtro de Fourier de un ciclo es raramente utilizado solo en aplicaciones donde la señal contiene transitorios importantes. A menudo cuenta con un extractor de señal aperiódica detrás de él, o un algoritmo de mínimos cuadrados adelante, con el objeto de mejorar la precisión de su estimación fasorial.

ESTIMACIÓN FASORIAL CON FASORETAS

Al calcular la proyección en (2), es posible separar la suma de convolución en $P_j = 2^j, j = 0, 1, 2, \dots, \log_2(N)$ sumas parciales, cada una con $W_j = N/P_j$ términos, como se muestra a continuación:

$$\sigma(k) = \sum_{p=1}^{P_j} \sum_{n=(p-1)W_j}^{pW_j-1} \varphi(n) s(k-n) = \sum_{p=1}^{P_j} \sigma_p^j(k). \quad (6)$$

Para cada partición j , los términos $\sigma_p^j(k), p = 1, 2, 3, \dots, 2^j$, serán llamados fasoretas de la señal $s(n)$. Con más precisión, diremos la fasoreta p de orden j . La ecuación (6) se puede interpretar como la descomposición de la proyección (o del fasor) en fasoretas de orden j . Recuerde que el fasor difiere de la proyección sólo por una rotación inversa.

Observe que cada partición j , divide un ciclo en intervalos diádicos (fracciones de potencias enteras de dos), de manera que las fasoretas se obtienen a las salidas de filtros digitales de duración fraccionaria de ciclo, al ser excitados por la señal $s(n)$. La menor resolución ($j = 0$), corresponde al filtro de Fourier de un ciclo. La siguiente consta de dos filtros de Fourier de medio ciclo, luego cuatro de un cuarto, y así sucesivamente hasta la más fina resolución, con N filtros de un solo coeficiente. Con el fin de mantener el mismo espacio N -dimensional, es posible obtener las fasoretas por convolución sobre un ciclo completo, definiendo 2^j secuencias $\varphi_p^j(n)$, en las cuales se rellenan con ceros los coeficientes $\varphi(n)$ que no intervienen en el cálculo de la correspondiente fasoreta

$$\varphi_p^j(n) = \begin{cases} \varphi(n) & (p-1)W_j \leq n \leq pW_j - 1 \\ 0 & \text{los restantes} \end{cases} \quad (7)$$

Así, para cualquier partición, la fasoreta p se obtiene mediante la siguiente ecuación de convolución:

$$\sigma_p^j(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_p^j(n) s(k-n), \quad p = 1, 2, 3, \dots, 2^j \quad (8)$$

Esta es la ecuación para generar fasoretas con filtros de duración fraccionaria y respuesta impulsional $\varphi_p^j(n)$. Note que entre más alto es el orden j , más angosta es la ranura, y más diminuta es la fasoreta. De hecho, cada fasoreta de orden de resolución inmediato inferior se obtiene sumando las dos fasoretas posteriores, esto es:

$$\sigma_p^{j-1}(k) = \sigma_{2^{p-1}}^j(k) + \sigma_{2^p}^j(k), \quad p = 1, 2, 3, \dots, P_{j-1}. \quad (9)$$

La figura 1 ilustra con cruces en el plano fasorial las fasoretas más pequeñas (de sexto orden), de la señal $\cos(\omega_0 n + \pi/4), n = 0, 1, \dots, N-1$ con $N = 64$. Los puntos corresponden a las fasoretas de 64 señales senoidales con fases igualmente distribuidas en la circunferencia unitaria, $\theta_k = \omega_0 k, k = 0, 1, 2, \dots, N-1$. En esa figura, las fasoretas para cualquiera de las fases se obtienen girando la línea radial ($\theta_+ = \pi/4$) con el haz de cruces, a la fase correspondiente. Dado que la figura 1 muestra el nivel de resolución más fino, el conjunto de fasoretas del nivel anterior se obtiene agregando pares de fasoretas adyacentes como se indica en (9). Esto reduce a la mitad el número de fasoretas. El proceso de agregación de pares adyacentes puede ser aplicado hasta que se obtiene una única fasoreta ($j = 0$), la cual corresponde al fasor del filtro de Fourier de un ciclo.

La figura 2 muestra la suma de fasoretas de resolución más fina correspondientes a los 64 puntos equiespaciados en la circunferencia unitaria. Como ejemplo se ilustra con cruces la composición de $e^{j\pi/4}$. Observe que la agregación sucesiva de fasoretas para cada señal cosenoidal genera dos curvas cicloides desde el centro al punto en la circunferencia unitaria correspondiente a su fase.

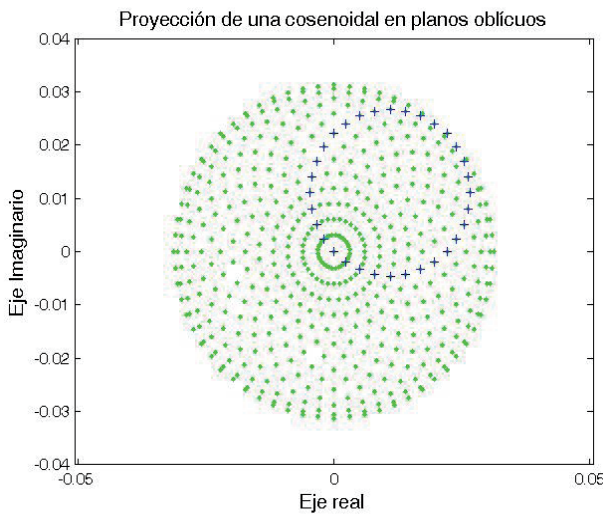


Fig. 1. (+) Fasoretas en el plano fasorial de la señal cosenoidal de amplitud unitaria y fase $\pi/4$. (.) Fasoretas de 64 señales cosenoidales con fases uniformemente separadas.

Dada la ecuación (9) y la naturaleza aditiva de la figura 2, la composición en fasoretas de nivel de resolución antecedente se obtendrá simplemente diezmado por dos puntos de la curva correspondiente. Así, desde las fasoretas de más fina resolución, cualquier conjunto de fasoretas se puede obtener por diezmados de dos en dos, equivalentes a diezmados por factores de 2, 4, 8, 16, 32 y 64, el cual corresponde al menor nivel de resolución, y es igual al fasor mismo. Puede demostrarse que cuando la señal de entrada corresponde a una señal senoidal de la forma $\tilde{s}(n) = A \cos(\omega_0 n + \theta)$ las fasoretas son periódicas de período $P_j/2$ (el coseno cuadrado tiene el doble de la frecuencia del coseno). Así, para señales cosenoidales, cuyos puntos se encuentran en el plano fasorial, tenemos

$$\tilde{\sigma}_p^j(k) = \tilde{\sigma}_{p+P_j/2}^j(k), \quad p = 1, 2, 3, \dots, P_j/2. \quad (10)$$

Esto explica, porqué en la figura 1 sólo se observan 32 cruces, en vez de 64.

La magnífica estructura de las fasoretas en la figura 1 sugiere que existen relaciones matemáticas en el proceso de generación. De hecho, si se expresa (2) para $\tilde{s}(n)$, y $j = 6$, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\tilde{\sigma}_p^6(k) = \frac{A}{N} (e^{j(\omega_0 k + \theta)} + e^{-j(\omega_0 k + \theta)} e^{-j2\omega_0(p-1)}) \quad (11)$$

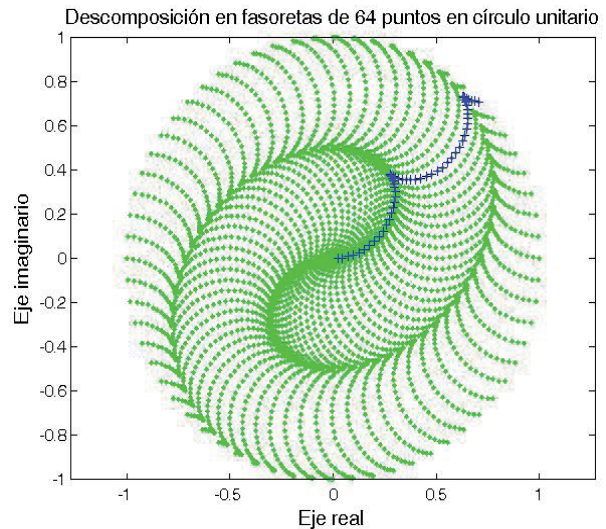


Fig. 2. Descomposición en fasoretas de 64 puntos igualmente separados en la circunferencia unitaria. Los puntos extremos de las componentes de $\sigma = e^{j\pi/4}$ se muestran con cruces.

para $p = 1, 2, 3, \dots, N$. Y aplicando la rotación inversa se tiene

$$e^{-i\omega_0 k} \tilde{\sigma}_p^6(k) = \frac{A}{N} (e^{i\theta} + e^{-i(2\omega_0 k + \theta)} e^{-i2\omega_0(p-1)}). \quad (12)$$

Para $k = 0$, el primer término del lado derecho de (12) representa el centro del círculo en la figura 1, y el segundo al “eslabón” que gira al doble de la frecuencia fundamental. Esta ecuación explica cómo trabaja el estimado fasorial del filtro de Fourier de un ciclo: al agregar las fasoretas sobre un ciclo completo, la suma de los primeros términos crece linealmente en la dirección (y hasta) el fasor, y la suma de los segundos términos, produce las curvas cicloides en la figura 2, las cuales se cancelan dos veces: una a la mitad del ciclo, la otra a su término. También se sabe que la adición sobre un ciclo cancela las fasoretas de todas las armónicas. Pero la estructura simétrica mostrada en la figura 1, sugiere que para señales senoidales puras, una mejor y rápida cancelación del segundo término sería la adición de fasoretas apartadas de un cuarto de ciclo. Así, un estimado mucho más rápido sería dado por:

$$\tilde{\rho} = Ae^{i\theta} = \frac{N}{2} e^{-i\omega_0 k} (\tilde{\sigma}_p^6 + \tilde{\sigma}_{p+\frac{N}{4}}^6), p = 1, 2, 3, \dots, \frac{N}{4} \quad (13)$$

produciendo el mismo valor exacto del filtro de Fourier de un ciclo, pero en un cuarto de ciclo. Ecuaciones cerradas similares resultan de (2) cuando se aplican a otros grados de resolución. En la próxima sección, se analiza la respuesta en frecuencia de los filtros ranura.

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE FILTROS RANURA

De acuerdo con (7), las fasoretas son generadas por filtros cuya respuesta en frecuencia⁵ es dada por su función de transferencia

$$\Phi_p^j(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_p^j(n) e^{-i\omega n}, \quad p = 1, 2, \dots, 2^j. \quad (14)$$

Aplicando series geométricas se obtiene la siguiente expresión en forma cerrada para la respuesta en frecuencia de los filtros ranura:

$$\Phi_p^j(\omega) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2W_j}{N} & \text{para } \omega = \omega_0 \\ \frac{2}{N} \frac{\sin[(\omega - \omega_0)(\frac{W_j}{2})]}{\sin[(\omega - \omega_0)(\frac{1}{2})]} e^{-i(\omega - \omega_0)[(2^j - 1)\frac{W_j}{2} - \frac{1}{2}]} & \omega \neq \omega_0 \end{array} \right\} \quad (15)$$

La figura 3 muestra las respuestas en magnitud de $\Phi_p^j(\omega)$ para $j = 0, 1, 2$. Se puede observar que el

ancho de banda de los filtros aumenta cuando aumenta el orden de resolución. También se puede constatar que las respuestas en frecuencia de los filtros son simétricas con respecto a $\omega = \omega_0$, y no con respecto a $\omega = 0$. Lo anterior implica que la respuesta en intervalos de frecuencias negativas no es la imagen del intervalo correspondiente positivo (como en el caso de filtros con respuesta impulsional real), de tal manera que los filtros ponderan distintamente las componentes de frecuencia positiva y negativa de cada armónica. Por ejemplo, el filtro $\Phi_1^2(\omega)$ permite el paso de la frecuencia fundamental positiva y negativa con ganancias disímiles, dejando pasar una fracción de la componente de frecuencia positiva de la 3ª armónica, pero suprime completamente la componente negativa.

Observe en (15) que los filtros de mismo orden de resolución j tienen la misma respuesta en magnitud, la cual depende solamente de la cantidad de coeficientes W_j del filtro, pero no del índice p . El retraso debido a la diferencia de fase entre filtros adyacentes del mismo orden de resolución corresponde a su posición relativa en el intervalo de tiempo, y para cada partición es igual a W_j . Por tanto, ante una misma señal de entrada, las salidas de los filtros de igual longitud serán idénticas, excepto por su retraso. Y por tanto, únicamente el primer filtro de la partición será de interés, los otros son redundantes. Es por esta razón que, en las simulaciones numéricas, sólo se considerarán los resultados del primer filtro ($p = 1$) de cada partición.

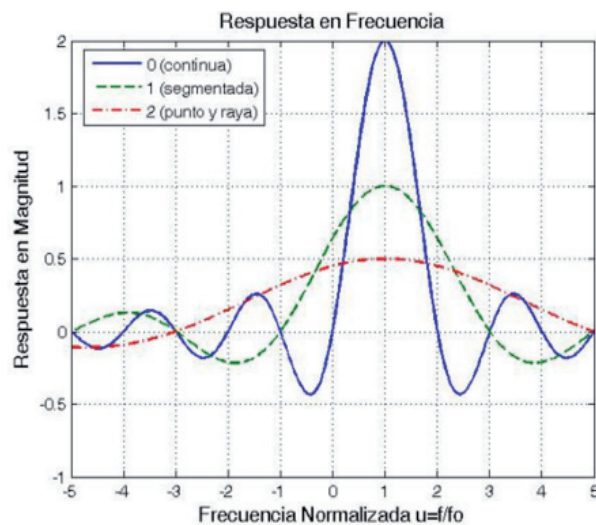


Fig. 3. Respuestas en Magnitud $\Phi_p^j(\omega)$, $j = 0, 1$ y 2 .

CÁLCULO FASORIAL COMO TRANSFORMACIÓN LINEAL

Es interesante expresar la formulación anterior en ecuaciones matriciales. En el instante de tiempo k , la fasoreta p de resolución j queda definida por

$$\sigma_p^j(k) = \Phi_p^j \mathbf{s}_k, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \log_2(N) \quad (16)$$

donde \mathbf{s}_k es un vector $N \times 1$ conteniendo las N muestras de señal que preceden al instante k

$$\mathbf{s}_k = (s(k), s(k-1), \dots, s(k-N+1))^T \quad (17)$$

y Φ_p^j es una matriz rectangular $2 \times N$ con las partes real e imaginaria de los coeficientes del filtro correspondiente a la fasoreta p de resolución j . Así, las fasoretas son las proyecciones del vector \mathbf{s}_k en los planos generados por los renglones de Φ_p^j .

El vector de señal de la secuencia $s(n) = \tilde{s}(n) + r(n)$, donde $\tilde{s}(n) = A \cos(\omega_0 n + \theta)$ puede expresarse como

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{F} \mathbf{R}^k \tilde{\rho} + \mathbf{r}_k \quad (18)$$

donde $\tilde{\rho}$ es el fasor de la señal senoidal

$$\tilde{\rho} = A \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (19)$$

\mathbf{R}^k es la k ésima potencia de la matriz de rotación

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \omega_0 & -\sin \omega_0 \\ \sin \omega_0 & \cos \omega_0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

y \mathbf{F} es la matriz $N \times 2$ formada por las partes real e imaginaria de los coeficientes del filtro de Fourier de ciclo completo

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \cos 0 & \sin 0 \\ \cos \omega_0 & \sin \omega_0 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \omega_0(N-1) & \sin \omega_0(N-1) \end{pmatrix} \quad (21)$$

Sustituyendo (vectmat) en (LinTrans) y resolviendo para $\tilde{\rho}$ se obtiene

$$\tilde{\rho} = \mathbf{R}^{-k} (\Phi_p^j \mathbf{F})^{-1} (\sigma_p^j(k) - \Phi_p^j \mathbf{r}_k) \quad (22)$$

para $j = 0, 1, \dots, \log_2(N)$. De nuevo, el valor exacto del fasor puede ser obtenido (a condición de que la matriz cuadrada $\Phi_p^j \mathbf{F}$ sea invertible) a partir de

esta ecuación, la cual corresponde a la proyección indirecta y rotada de la señal Coseno $\tilde{s}(n)$. Pero esta ecuación implica que $r(n)$ es conocida *a priori*. Cuando $r(n)=0$, el segmento de señal considerado en el cálculo de la fasoreta σ_p^j corresponde a la fasoreta de señal senoidal pura $\tilde{\sigma}_p^j$, y las estimaciones fasoriales dadas por (22) son exactas para cualquier orden de resolución j (incluyendo $j=0$). De acuerdo con esto, para señales senoidales de la forma $\tilde{s}(n)$, no se requiere esperar un ciclo completo para obtener un fasor exacto. Es posible utilizar una base no ortogonal intermedia, construida en un intervalo de tiempo mucho más corto, para obtener una medición exacta.

El problema del error aparece cuando la señal $r(n)$ no es nula. Esto incluye los casos de señales transitorias, señales armónicas (señales periódicas), o señales con ruido aditivo, tal como la exponencial atenuada que aparece comúnmente en corrientes de falla. En estos casos el error de la estimación fasorial será dado por

$$\tilde{e}_p^j(k) = \mathbf{R}^{-k} (\Phi_p^j \mathbf{F})^{-1} (\Phi_p^j \mathbf{r}_k), \quad j = 0, 1, 2, \dots, \log_2(N) \quad (23)$$

y corresponde a la proyección indirecta rotada de la señal $r(n)$ en el plano fasorial. Note que, para ($j \neq 0$), en esta proyección compuesta de $r(n)$, no sólo la componente paralela al plano fasorial ($r_{\parallel}(n)$) contribuye con un error, sino también la componente ortogonal ($r_{\perp}(n)$),⁶ debido a que los renglones de las matrices Φ_p^j no están en el plano fasorial, generado por los de la matriz $\Phi_1^0 = \mathbf{F}^T$. Esto explica los valores no nulos en las frecuencias armónicas de las respuestas en magnitud de $\Phi_p^j(\omega)$, para $j \neq 0$, en la figura 3. Y es el precio a pagar por la proyección indirecta necesaria para obtener los estimados fasoriales a partir de fasoretas.

En la aplicación reportada en,² las matrices inversas (22) fueron almacenadas en memoria para diferentes valores de j y p , y aplicadas según el caso. Pero estas matrices pueden también resolverse en forma cerrada para $p=1$ como funciones de W_j y ω_0 .

El propósito de las técnicas de prefiltrado que normalmente acompañan al filtro de un ciclo en aplicaciones prácticas es suprimir la componente $r(n)$. Este es el caso del extractor aperiódico usado antes del filtro de Fourier de un ciclo.⁷ Pero el error fasorial

puede también reducirse en aplicaciones prácticas, como se reporta en la referencia², aplicando técnicas a posteriori, tales como el algoritmo de mínimos cuadrados, cuando $\tilde{\rho}$ es estimado de una nube de puntos obtenida de (22), asumiendo que $\sigma_p^j = \tilde{\sigma}_p^j$. En la próxima sección, presentamos las estimaciones fasoriales con fasoretas obtenidas en señales de fallas reales asumiendo la suposición anterior.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Con el fin de evaluar la dinámica de las estimaciones fasoriales con fasoretas, consideramos a continuación los estimados de fasoretas de diversos órdenes, y los comparamos con los del filtro de Fourier de un ciclo (fasoreta de orden cero). Compararemos las estimaciones de amplitud y fase de una señal de corriente y una de voltaje, registradas durante una falla. Dichas señales, muestreadas a $N=64$ muestras por ciclo, se encuentran disponibles en⁸ en un archivo llamado “reclosed”.

La figura 4 muestra las estimaciones de amplitud de la señal de corriente, la cual se ilustra con la línea con puntos y rayas. Como se puede apreciar, dicha señal contiene una importante exponencial atenuada, seguida por un segmento de estado estable, una súbita interrupción, y un corto intervalo de restablecimiento. Se puede observar, del lado izquierdo, que los estimados de amplitud con la fasoreta σ_1^4 (línea continua) contienen una fuerte infiltración de la exponencial atenuada, la cual se manifiesta por la importante oscilación a la frecuencia fundamental. Mientras que en el segmento de estado estable, las estimaciones de amplitud contienen ruido de alta frecuencia. Este ruido se detectó en las estimaciones de fasoretas de orden superior (superior a tres), y es debido al amplio ancho de banda de los filtros ranura más angostos, los cuales son muy susceptibles al aliasing. Esto también se explica por el hecho de que los filtros ranura más angostos tienen menos coeficientes, de manera que la matriz σ_1^4 en (22) es casi singular. De hecho, para las fasoretas de 6° orden la matriz es singular.

La figura 5 muestra las estimaciones de amplitud cuando se aplica un extractor de aperiódica a la señal de corriente.⁹ Se muestran los estimados con fasoretas de orden cero (línea segmentada) y tres (línea continua). Como se puede apreciar, la

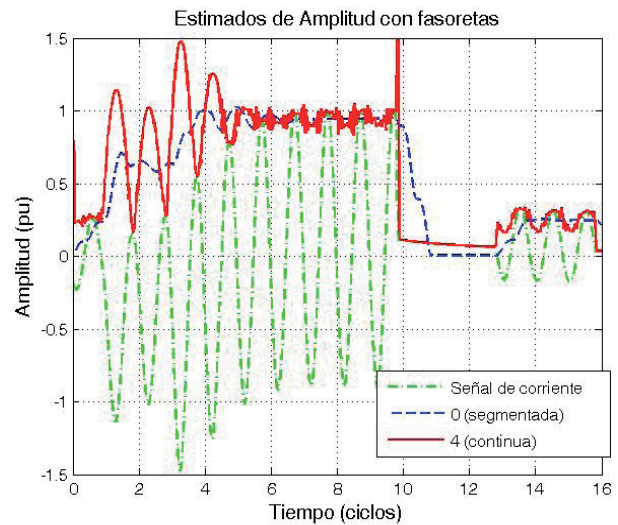


Fig. 4. Estimaciones de amplitud con fasoretas σ_1^0 (línea segmentada) y σ_1^4 (línea continua) de la corriente de falla (línea con puntos y rayas).

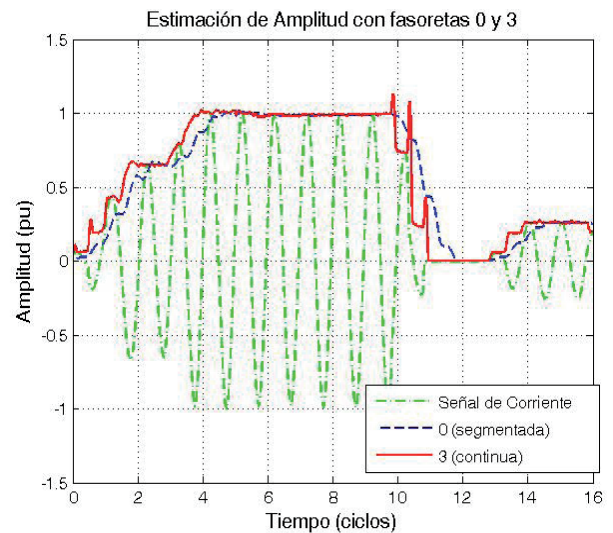


Fig. 5. Estimaciones de amplitud de la señal de corriente sin componente exponencial (línea con puntos y rayas) con fasoretas σ_1^0 (línea segmentada) y σ_1^3 (línea continua).

gran oscilación de la figura 4 fue cancelada, y las estimaciones con la fasoreta de tercer orden tienen un retraso menor que las obtenidas con la de orden cero. Note también que el ruido de alta frecuencia no aparece en los estimados obtenidos a partir de σ_1^4 . Este ejemplo ilustra el caso de una técnica de pre-filtrado para extraer una componente indeseable. Observe, sin embargo, que un retraso inevitable es introducido por el extractor aperiódico.

Al comparar las estimaciones de amplitud obtenidas con fasoretas de diferentes órdenes, se observa que poseen una dinámica muy semejante (excepto por el ruido de alta frecuencia) a las de la figura 4 y 5. Y cuando el orden de resolución disminuye, convergen a la estimación de la fasoreta de orden cero. Como éste corresponde al del filtro de Fourier de un ciclo, se concluye que el método de fasoretas aquí planteado nunca mejorará las deficiencias transitorias de dicho filtro.

Ahora consideremos las estimaciones de amplitud de la señal de voltaje. La figura 6 muestra las estimaciones de amplitud obtenidas con la fasoreta de orden cero (línea segmentada) y cuarto (línea continua). Esta señal de falla está formada por cuatro pedazos claramente separados por los picos de los estimados con la fasoreta de cuarto orden. Como se puede apreciar, las estimaciones contienen nuevamente ruido de alta frecuencia. Este ruido desaparece cuando los estimados se obtienen con fasoretas de orden inferior o igual a 3 como se muestra en la figura 7, en la cual se ilustran las estimaciones con la fasoreta de segundo orden. Note que estas estimaciones son muy buenas (rápidas y precisas) debido a que los intervalos cortos siempre contienen un segmento de señal senoidal, a excepción de los intervalos bajo los picos, los cuales contienen un cambio abrupto. Por lo que se concluye que las estimaciones fasoriales de estas fasoretas son excelentes para detectar y localizar con precisión los cambios abruptos en amplitud.

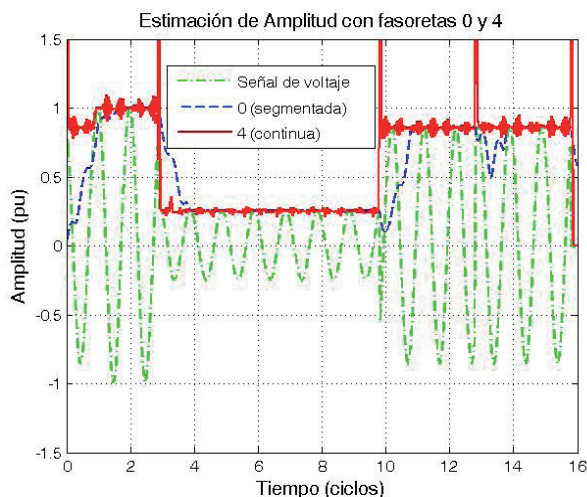


Fig. 6. Estimaciones de amplitud de una señal de voltaje (línea con puntos y rayas) con fasoretas σ_1^0 (línea segmentada) y σ_1^4 (línea continua).

Las mismas observaciones hechas para las estimaciones de amplitud son válidas para las de fase: alta sensibilidad a componentes no senoidales, como presencia de ruido de alta frecuencia en estimados de fasoretas de alto orden. Las figuras 8 y 9 muestran las estimaciones de fase correspondientes a las señales de las figuras 4 y 7 respectivamente. Se observa nuevamente una oscilación (de fase) debida nuevamente a la presencia de la componente exponencial en la corriente, la cual hace balancear al estimado fasorial. Nuevamente observe que las estimaciones constituyen buenos detectores y localizadores de cambios rápidos en fase, mejorando por tanto la velocidad y capacidad de localización temporal de los estimados del filtro de Fourier de un ciclo, los cuales llegan mucho más tarde y con menos resolución temporal.

Considerando la formulación matemática y las simulaciones digitales anteriores, se desprende que es necesario que la estimación fasorial con fasoretas vaya acompañada de otra etapa de filtrado. Ésta puede darse a priori (prefiltrado), para depurar la componente de frecuencia fundamental antes de entrar al algoritmo de estimación; o bien a posteriori (postfiltrado) para reducir el error, cuando el segmento de señal de entrada no corresponde a uno de señal senoidal pura.

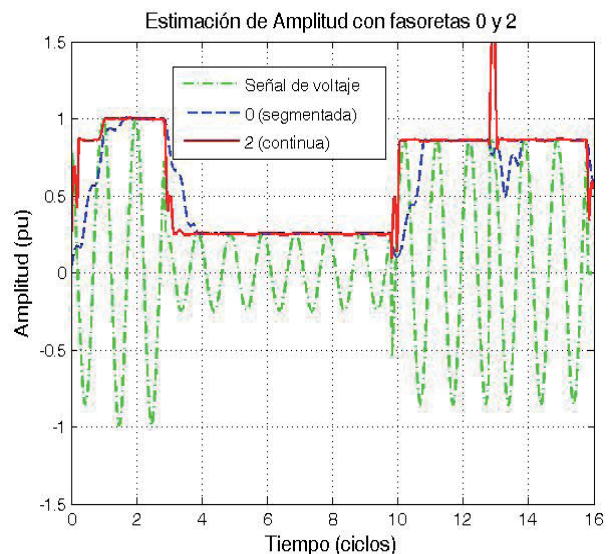


Fig. 7. Estimaciones de amplitud de la señal de voltaje (línea con puntos y rayas) de fasoretas σ_1^0 (línea segmentada) y σ_1^2 (línea continua).

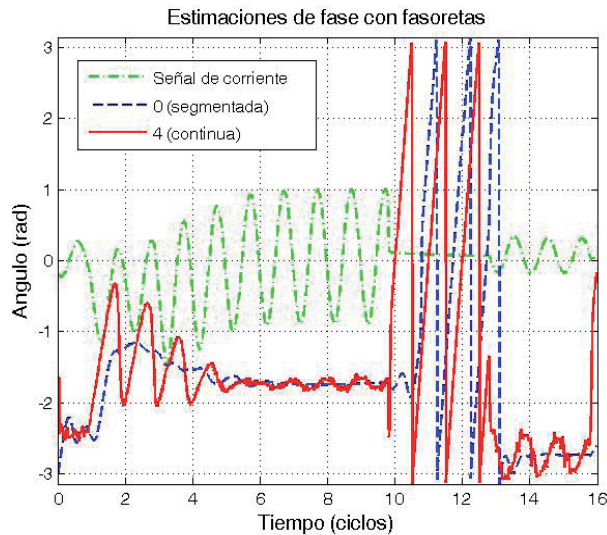


Fig. 8. Estimaciones de fase de la señal de corriente con fasoretas σ_1^0 (línea segmentada) y σ_1^4 (línea continua).

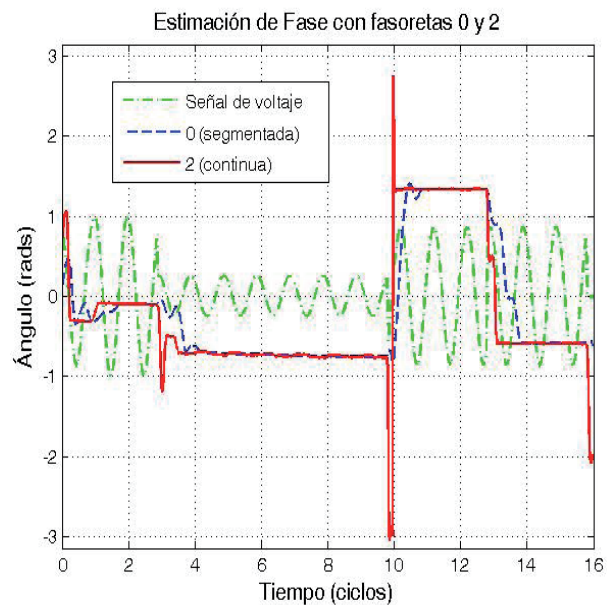


Fig. 9. Estimados de fase de la señal de voltaje con las fasoretas σ_1^0 (línea segmentada) y σ_1^2 (línea continua).

Dado que los filtros generadores de fasoretas de un mismo orden poseen la misma respuesta en magnitud (sólo difieren en fase), el proceso de conformación del fasor deberá tener en cuenta la secuencia de fasoretas de orden decreciente $\sigma_1^4, \sigma_1^3, \sigma_1^2, \sigma_1^1$ para aproximarse a la estimación de un ciclo

σ_1^0 , que constituye el mejor extractor de ruido. Sin embargo, aun cuando esta última estimación ofrezca el fasor exacto bajo condiciones de estado estable, es todavía susceptible a infiltración de transitorios.^{4,10} Y de nuevo, se requiere una etapa adicional de pre- o post-filtrado para reducir este tipo de error.

Sin embargo, cuando la señal de entrada es una senoidal pura, las estimaciones fasoriales más rápidas (y exactas) se logran con fasoretas en intervalos de fracciones de ciclo, y son además excelentes para localizar cambios abruptos de amplitud o de fase, mejorando la velocidad y capacidad de localización temporal de los estimados del filtro de Fourier de un ciclo.

DISCUSIÓN

Entre las principales aportaciones del trabajo están: la definición misma de fasoreta; la demostración de que todas las estimaciones fasoriales a partir de fasoretas de distinta duración proveen el valor exacto del fasor (su medición) cuando la señal de entrada corresponde a una senoidal pura; y finalmente, el advertir de la alta sensibilidad de las fasoretas a los ruidos no senoidales.

Este trabajo establece la base matemática para obtener estimaciones fasoriales a partir de fasoretas en fracciones de ciclo. Estas ofrecen una respuesta más rápida y mejoran la velocidad de la representación fasorial de señales de onda de los sistemas eléctricos. Muestra también, a través de simulaciones, el comportamiento del proceso de estimación, así como sus ventajas y deficiencias. Aun cuando se concentre en aplicaciones de relevadores de protección, el artículo demuestra la dificultad general de las técnicas de medición que pretenden ser rápidas y precisas. De esta manera, el artículo contribuye a acrecentar los conocimientos en ésta área de medición. La principal limitación de esta técnica es que requiere una etapa adicional de filtrado cuando la señal de entrada no es una senoidal pura. De manera que este trabajo debe continuar con el análisis del comportamiento dinámico de los estimados fasoriales cuando técnicas complementarias de filtrado son aplicadas para mitigar los efectos de las componentes no senoidales comúnmente presentes en las aplicaciones conocidas.

CONCLUSIONES

Las estimaciones fasoriales a partir de fasoretas trabajan muy bien cuando el segmento de señal de entrada corresponde a una senoidal pura. Esta técnica de estimación ofrece fasores rápidos y precisos cuando no existen otras componentes en la señal, es por esto que es excelente para localizar con precisión cambios abruptos de amplitud o fase. Sin embargo, cuando el segmento de señal bajo la ventana de observación no es una senoidal pura, se deben aplicar técnicas de extracción de error a priori o a posteriori. Y el comportamiento dinámico de las estimaciones fasoriales dependerá fuertemente de la técnica de extracción de ruido.

Finalmente, no se recomienda la técnica de estimación de fasores a partir de fasoretas de alto orden de resolución debido a que son susceptibles a ruido de alta frecuencia y errores de redondeo generados en el cálculo de la inversa de la matriz involucrada en la fórmula de estimación.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo de investigación fue financiado por la Universidad Autónoma de Nuevo León a través del Proyecto PAICYT CA561-01: "Medición Fasorial desde Bases Oblicuas".

REFERENCIAS

1. Advancements in Microprocessor Based Protection and Communication, IEEE Tutorial Course, Power System Relaying Committee of the IEEE Power Engineering Society. IEEE Catalog Number 97TP120-0, N. J., 1997.
2. M. G. Adamiak, G. E. Alexander, W. Premerlani, "Advancements in Adaptive Algorithms for Secure High Speed Distant Protection", GE Power Management, Malvern, PA.
3. J. G. Proakis, Digital Communications, 4th Ed., New York:McGraw Hill Edición Internacional, 2001, pp. 231-238.
4. J. A. de la O, Martin K., "Improving Phasor Measurements under Power System Oscillations", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No. 1, Febrero 2003. pp. 160-166.
5. L. Wang, "Frequency Responses of phasor-based Microprocessor Relaying Algorithms," IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 14, No. 1, pp 98-105, Enero 1999.
6. L. A. Sadun, Applied Linear Algebra: The Decoupling Principle, New York:Pearson Education,2000, pp. 145-163.
7. G. Benmouyal, "Removal of dc-offset in Current Waveforms Using Digital Mimic Filtering," IEEE Trans. Power Delivery, Vol 10, No. 2, Abril 1995.
8. URPTM Program, disponible en la página web de General Electric Industrial Systems: <http://www.geindustrial.com/cwc/products?famid=31>
9. J. A. de la O, "Complementary Filters for Fault Detection and Phasor Measurement", Proceedings of the International Conference on Signal Processing, Orlando, FL, USA, Nov 99, available at <http://www.icspat.com>.
10. J. A. de la O, "Improving the Transient Shortcomings of the Fourier Filter," Proceedings of the Instrumentation, Systems and Automation (ISA) Conference and Exhibition, Chicago, IL, USA, Oct 2002.

Ingenierías
en línea
<http://ingenierias.uanl.mx>

Ingenierías Ingenierías Ingenierías Ingenierías