

Análisis y medición de incertidumbre en redes de actividades

Emilio Isaí Córdova Córdova

Subdirección de Ingeniería y Desarrollo de Obras Estratégicas (PEMEX)
ecordovac@pep.pemex.com

RESUMEN

Se presenta una propuesta para calcular la duración de un proyecto considerando condiciones de riesgo e incertidumbre tomando como base el Método de Ruta Crítica y PERT (Program Evaluation and Review Technique) y utilizando conceptos de Análisis de Decisiones. El modelo propuesto proporciona notación gráfica para modelar la relevancia probabilística entre al menos dos actividades de una red, el uso de distribuciones de probabilidad diferentes a la distribución Beta, así como incluir en el análisis, eventos inciertos que no son actividades pero cuyos resultados pueden ser relevantes para el plazo de ejecución de un proyecto.

PALABRAS CLAVE

Incetidumbre, programación de redes, ruta crítica, análisis de decisiones.

ABSTRACT

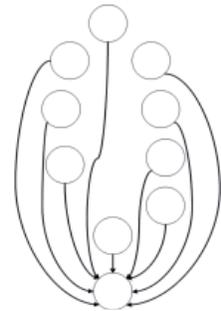
In this paper, we develop a practical proposal to calculate the project completion time, under risk conditions and uncertainty using as base both, the “Critical Path Method” and “Program Evaluation and Review Technique” (PERT) and including Decision Analysis concepts. Basically, the proposal provides three elements, graphics tools to represent the probabilistic relevance between at least two activities of a network, also the possibility of using different probability distributions in addition to the Beta type distribution probability. Finally, the possibility of including uncertain events, which are not activities but could represent potential implications, in the project completion time calculation.

KEYWORDS

Uncertainty, network programming, critical path, decision analysis.

INTRODUCCIÓN

Hace ya más de cincuenta años, se desarrolló la que hasta ahora es la herramienta más ampliamente utilizada para cálculo del plazo de ejecución de un proyecto, conocida como el Método de la Ruta Crítica.¹⁻² Este método permite construir una red de actividades que representa gráficamente la forma en que se realizará una obra, incluyendo todas las actividades necesarias para su terminación. En lo básico, con los tiempos de ejecución de cada una de las actividades y la relación de dependencia de cada actividad con respecto a las



otras actividades, se puede obtener el tiempo total de ejecución de una obra.

Posteriormente se desarrolló lo que se conoce como PERT (Program Evaluation and Review Technique)² como un avance al Método de Ruta Crítica. PERT permite hacer un análisis de tipo probabilístico considerando los tiempos de ejecución de las actividades como eventos inciertos y el estimado de tiempo de ejecución también como un evento con resultados inciertos.

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE RUTA CRÍTICA

Suponga que tiene los datos de la red indicada en la figura 1 en donde:

- i = El número de la actividad,
- t_e Inicio = Unidad de tiempo en que la actividad i inicia
- t_e Final = Unidad de tiempo en que la actividad i termina
- t_i = Tiempo de ejecución de la actividad i

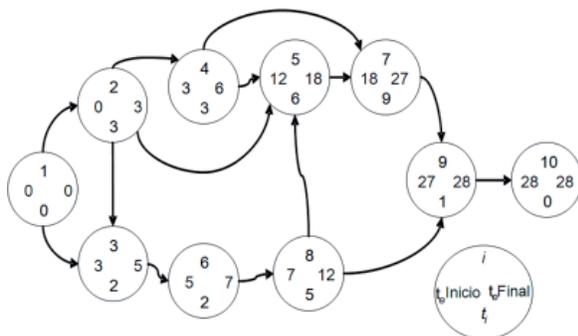


Fig. 1. Red de ruta crítica.

Estos datos se pueden mostrar mediante una red de actividades, en donde las actividades se indican mediante nodos y la precedencia entre estas, se indica mediante flechas que salen y llegan a los nodos. Los datos relacionados a t_e Inicio y t_e Final se obtienen mediante la aplicación del Procedimiento 1.

Procedimiento 1

El tiempo de ejecución del proyecto se puede calcular mediante el siguiente procedimiento:

- Para cada nodo, el t_e Inicio, es igual al máximo t_e Final de los nodos precedentes.
- Para cada nodo el t_e Final es igual a la suma de t_e Inicio más t_i

- Se revisa iteradamente hasta que los valores t_e Inicio y t_e Final de cada nodo no sufren modificaciones.

La ruta crítica es la ruta de actividades desde el inicio del proyecto hasta la última actividad en las que no existe diferencia de tiempo entre el t_e Inicio de una actividad y el t_e Final de al menos una de sus actividades predecesoras. Para el ejemplo, la ruta crítica es la formada por las actividades 1, 2, 3, 6, 8, 5, 7, 9, 10.

PRIMER ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE

La primera consideración necesaria es establecer cada t_i como una variable aleatoria y que para obtener su valor esperado se requiere estimar la duración más probable denotada por m , también se debe estimar la duración optimista denotada por a y la duración pesimista denotada por b .

En términos estadísticos se hacen varias suposiciones, la primera se refiere a que el tiempo de ejecución de una actividad tiene un comportamiento aproximadamente al de una distribución de probabilidad tipo *Beta* y que m representa la moda, a representa la cota inferior y b la cota superior de dicha distribución de probabilidad, en donde la desviación estándar es $1/6$ del rango entre las cotas y el valor esperado es igual a $(a+4m+b)/6$. Una suposición adicional pero igual de importante es que los tiempos de ejecución son estadísticamente independientes.

Una primera aproximación, es calcular la distribución de probabilidad del tiempo de ejecución del proyecto utilizando las variables aleatorias de t_i de las actividades de la ruta crítica, donde el valor esperado del tiempo de ejecución del proyecto es la suma de los valores esperados del tiempo de ejecución de cada actividad, y la varianza del tiempo de ejecución del proyecto es la suma de las varianzas del tiempo de ejecución de cada actividad.³⁻⁴

Es importante mencionar que las posibles combinaciones de los tiempos de ejecución de las actividades pueden dar como resultado otras rutas críticas en el mismo proyecto. En este caso, se puede usar simulación de Montecarlo para obtener una aproximación a la distribución de probabilidad del tiempo de ejecución del proyecto.

Actualmente, la aplicación del Método de la Ruta Crítica y de PERT es amplia y existe en el mercado

paquetería de cómputo como es *Primavera Project Planner*.⁵ También se cuenta con *Microsoft Project*, aunque este último paquete requiere de software adicional como *@risk for Project*⁶ para obtener la máxima potencia de cálculo en un análisis tipo PERT. Ambos paquetes utilizan simulación de Montecarlo para estimar la distribución de probabilidad conjunta del tiempo de ejecución del proyecto. En lo básico, estos paquetes al tomar como base PERT también integran los supuestos y límites indicados para dicho método y por consecuencia para un análisis más detallado se requieren utilerías, programación de Macros o paquetería adicional.

A efecto de superar algunos de los límites y supuestos de PERT, se propone un modelo que utiliza conceptos de Análisis de Decisiones para obtener la distribución de probabilidad del tiempo de ejecución de un proyecto.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El Método de la Ruta Crítica y PERT, permiten un análisis de incertidumbre con la suposición inicial de la independencia del tiempo de ejecución entre actividades. Así mismo, no es explícito en el método PERT el análisis del impacto de eventos que no se modelan como actividades, pero que pudieran tener relevancia probabilística para otras actividades de la red y como consecuencia para el tiempo de ejecución del proyecto.

Por lo anterior, en este trabajo se proponen conceptos y técnicas de Análisis de Decisiones en la programación de actividades para analizar y medir la incertidumbre involucrada en el tiempo de ejecución de un proyecto, aplicando dichas técnicas para:

- a) La programación de una obra, integrando variables aleatorias al modelo de red de actividades de un programa de obra que utilice como fundamento el Método de Ruta Crítica.
- b) Permitir la modelación de variables aleatorias que no representan actividades.
- c) Permitir la evaluación de una red de ruta crítica considerando dependencia probabilística en el tiempo de ejecución de entre al menos dos actividades.
- d) Permitir el uso de variables aleatorias con distribuciones de probabilidad diferentes a la distribución *Beta*.

BREVE DESCRIPCIÓN DE LOS DIAGRAMAS DE RELEVANCIA

El análisis de Decisiones provee de herramientas gráficas para la modelación y medición de la incertidumbre, siendo una de ellas la modelación mediante diagramas de relevancia.

En un diagrama de relevancia, como el mostrado en la figura 2, un círculo indica un nodo que representa la distribución de probabilidad de los resultados de un evento incierto. Una flecha entre dos nodos indica relevancia entre las distribuciones de probabilidad, entendida esta relevancia como cambio en la distribución de probabilidad del nodo destino en función de los sucesos en el nodo de origen.^{8,7-8}

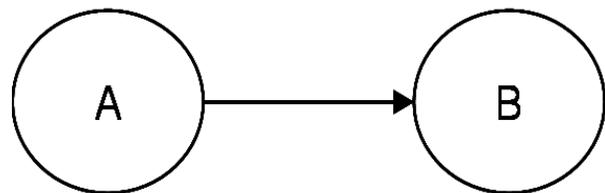


Fig. 2. Ejemplo de diagrama de relevancia.

Suponga que se tienen para el evento A dos posibles resultados A1 y A2 y que B tiene también dos posibles resultados, entonces la información del diagrama de relevancia también puede mostrarse en un árbol de probabilidad como el de la figura 3. Es importante indicar que si $\{B1|A1\&\} = \{B1|A2\&\}$ no existe relevancia probabilística entre los eventos A y B, nótese que en este escrito se utiliza la notación inferencial.⁹⁻¹⁰

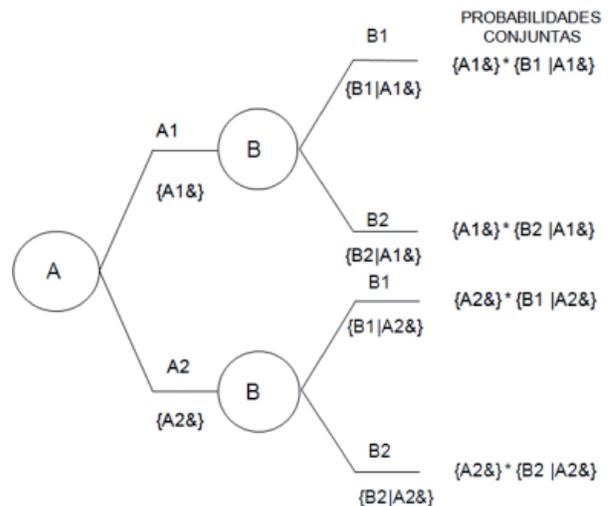


Fig. 3. Árbol de probabilidades para los eventos A y B.

Ahora bien, considerando los datos de la figura 1, suponiendo que los tiempos de ejecución de todas las actividades son variables aleatorias independientes y aplicando la modelación de incertidumbre mediante un diagrama de relevancia, se obtendría el diagrama de relevancia de la figura 4, en donde se utiliza como distribución de probabilidad conjunta la actividad 10, que en la Red de Ruta Crítica de la figura 1 representa el fin del proyecto.

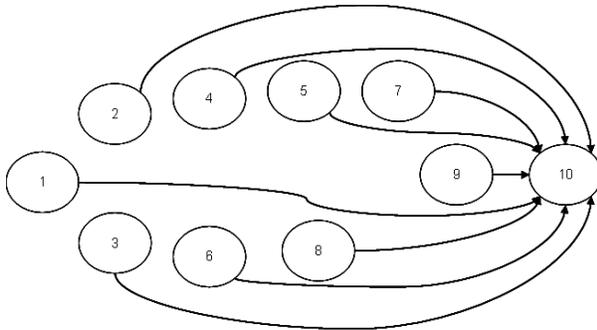


Fig. 4. Diagrama de influencia del tiempo de ejecución del proyecto.

Nótese que la información de la relación entre las actividades y su secuencia, ya no se indica en el diagrama y sólo se muestran todos los tiempos de ejecución de las actividades como variables independientes, en lo práctico, este diagrama de “relevancia” es el modelo de análisis de incertidumbre mediante el método PERT.

DESARROLLO DE LA PROPUESTA PARA MODELACIÓN Y ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE EN UNA RED DE ACTIVIDADES

Herramientas propuestas para la modelación de incertidumbre dentro de un diagrama de ruta crítica

En este trabajo se propone la notación indicada en las figuras 5, 6, 7 y 8 de donde en la figura 5 una flecha entre dos actividades indica que la actividad 3 es predecesora de la actividad 6.

En la figura 6 una flecha entre dos actividades con una *p* sobre la flecha, indica que existe relevancia probabilística entre los tiempos de ejecución de las actividades y además que la actividad origen precede a la actividad destino.

En la figura 7 una flecha punteada entre dos actividades con una *p* sobre la flecha, indica que existe relevancia probabilística entre las

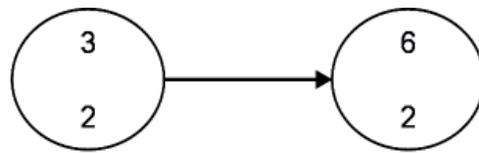


Fig. 5. Modelación de precedencia.

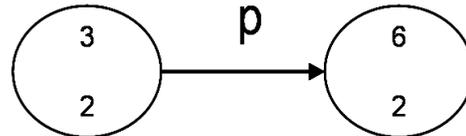


Fig. 6. Modelación de precedencia y relevancia probabilística.

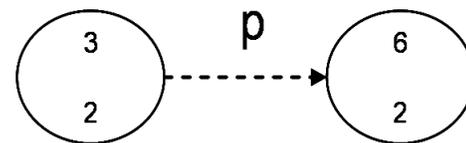


Fig. 7. Modelación de relevancia probabilística sin precedencia.



Fig. 8. Modelación de incertidumbres no asociadas a actividades físicas.

distribuciones de probabilidad de los tiempos de ejecución de las actividades, pero que la actividad origen no es precedente de la actividad destino.

En la figura 8, suponga que existe un evento incierto que tiene relevancia para una o más distribuciones de probabilidad de los tiempos de ejecución de actividades, pero que no está representado en el modelo por no tener un tiempo de ejecución asociado, por lo que ahora, es necesario crear una actividad “ficticia” para representar este evento y se modelará como una actividad con tiempo de ejecución igual a cero y se indicará mediante un nodo punteado, otra característica de esta actividad ficticia es que tendrá como precedente la actividad 1 de la Red de Ruta Crítica, lo anterior permite utilizar el procedimiento 1.

Aplicación de la modelación de incertidumbre en una red de actividades compleja

Tomando como referencia la Red de Ruta Crítica mostrada en la figura 1, suponga que se han identificado las relaciones probabilísticas entre

actividades, también se han identificado factores externos no considerados en la red original, pero que tienen relevancia para el tiempo de ejecución de algunas actividades de la red y que todo lo anterior se muestra en la figura 9.

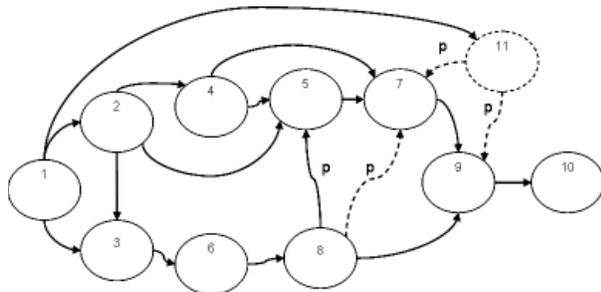


Fig. 9. Modelo de red de ruta crítica modelando incertidumbre y relevancia entre actividades.

En la figura 9 se indica que entre las actividades 8 y 5 existe además de la relación de precedencia, una relevancia probabilística entre el tiempo de ejecución de la actividad 8 y el tiempo de ejecución de la actividad 5. También se indica que los posibles resultados del tiempo de ejecución de la actividad 8 tienen relevancia probabilística para el tiempo de ejecución de la actividad 7, pero es claro que actividad 8 no precede a la actividad 7.

Un caso particular es la relación entre la actividad 11 (ficticia) y las actividades 7 y 9. La actividad 11 (nueva) modela un evento incierto que no tiene asociado un tiempo de ejecución, únicamente permite modelar los posibles resultados de un evento, que tiene relevancia probabilística para los tiempos de ejecución de las actividades 7 y 9.

Un caso típico de este tipo de eventos es cuando el tiempo de ejecución de algunas actividades, puede verse afectado por las condiciones climatológicas, en tal caso el evento modelado se podría llamar “Clima” o “Condiciones meteorológicas”, otro caso pudiera ser la “Eficiencia” de una cuadrilla de trabajadores o de una máquina. A las Redes de Ruta Crítica que incluyen información de relevancia probabilística entre actividades como la figura 9, les llamaremos “Red de Actividades con Información Probabilística” (RAIP).

ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE LAS ACTIVIDADES

Estimación de distribuciones de probabilidad para actividades independientes

Con el fin de visualizar las actividades como eventos de naturaleza incierta, en la figura 10 se ha eliminado de la RAIP las flechas que solamente indican una relación de precedencia, dejando todas aquellas flechas que indican algún tipo de relación probabilística entre las actividades.

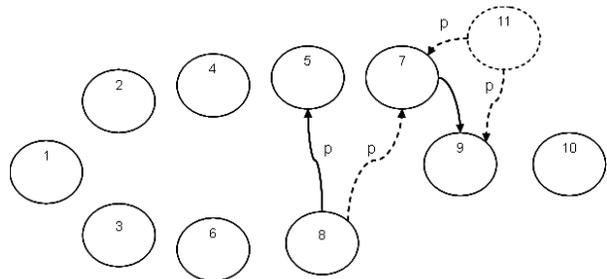


Fig. 10. Actividades con dependencia probabilística.

La figura 10 muestra a las actividades 2, 3, 4 y 6 como actividades cuyos tiempos de ejecución se pueden considerar distribuciones de probabilidad independientes, y que por lo tanto pueden ser valoradas directamente. También muestra las actividades cuyas distribuciones de probabilidad, tienen algún tipo de relación probabilística con otras actividades como son la 8, 5, 7, 9 y 11 cuyas distribuciones de probabilidad deben valorarse en forma conjunta.

Para valorar todas las distribuciones de probabilidad, se pueden utilizar diferentes métodos tales como: valoración directa de un experto, el método de la rifa de referencia y la rueda de probabilidad entre otros. Este escrito se enfocará en solución del modelo ya que la asignación de probabilidades es un tema ampliamente tratado en la literatura indicada.¹¹⁻¹³

Para la asignación de probabilidades de actividades (o eventos en este caso) independientes pueden ser mostrados como el árbol de la figura 11, que es un árbol de asignación de probabilidad para la actividad 2, la cual se indica como independiente y cuyas probabilidades de ocurrencia de sus resultados pueden ser asignadas directamente.

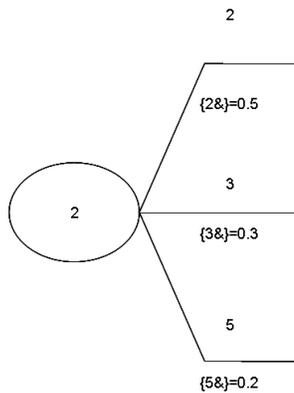


Fig. 11. Asignación de probabilidades para una actividad independiente.

Puede obtenerse la distribución de probabilidad como variables aleatorias independientes para las actividades 2, 3, 4 y 6, en caso de requerirse. Para el ejemplo se supone que se han obtenido las distribuciones indicadas en la figura 12.

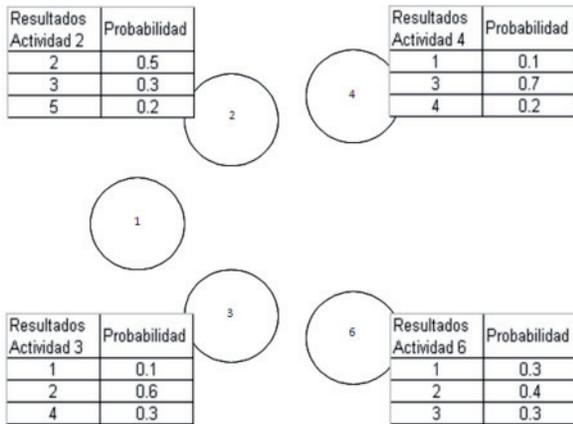


Fig. 12. Distribuciones de probabilidad de actividades independientes.

Estimación de distribuciones de probabilidad para actividades con dependencia probabilística

La figura 13 es un árbol de probabilidad para la asignación de las probabilidades de la actividad 7, la cual tiene relación probabilística con las actividades 11 y 8, de hecho, se requiere valorar las actividades 11 y 8 (de la misma forma que la actividad 2) para posteriormente asignar las probabilidades de los posibles resultados de la actividad 7. Es importante notar que en la figura 13 se indican las probabilidades de la actividad 7, condicionadas a los resultados de las actividades 11 y 8, por ejemplo, la probabilidad de que el resultado de la actividad 7 sea de 5 días

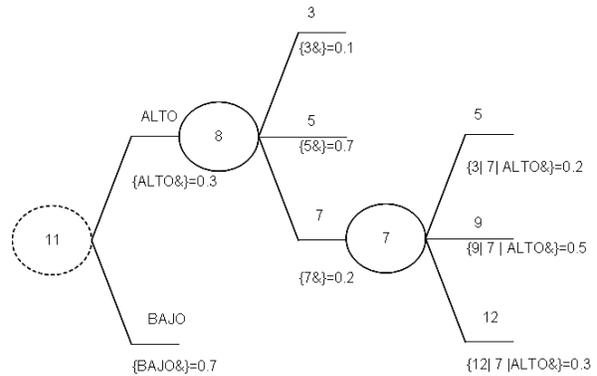


Fig. 13. Ejemplo de asignación de probabilidades de la actividad 7 con relevancia probabilística con las actividades 11 y 8.

es de 0.2, condicionado a que en la actividad 8 el resultado es de 7 días y además la actividad 11 es un resultado “ALTO”. También es importante notar que las probabilidades de las actividades 11 y 8 no son relevantes entre sí. Lo cual es congruente con lo indicado en la figura 10.

Sin embargo, representar gráficamente la asignación de probabilidades en un árbol de probabilidad puede resultar poco práctico, por lo que otra forma de presentar los datos es mediante un diagrama compacto tal como se ilustra en la figura 12 y 14 que muestran un ejemplo del resultado de la valoración de probabilidades en las actividades señaladas en la figura 10.

Si las actividades tienen relevancia probabilística con otras actividades, se puede iniciar la asignación de probabilidad con los nodos (actividades) de las cuales sólo son origen de flechas que indican relevancia probabilística. De lo anterior se puede observar que es conveniente iniciar con la valoración de las actividades 8 y 11, que de acuerdo con la RAIP son necesarias para la valoración de otras distribuciones de probabilidad.

Una vez estimados los resultados de la actividad 8, se puede obtener la distribución de probabilidad de la actividad 5, condicionados a los posibles resultados de la actividad 8. También, una vez estimados los resultados de la actividad 11 se puede obtener la distribución de probabilidad de la actividad 9, condicionados a los posibles resultados de la actividad 11.

Para el caso de la distribución de probabilidad de la actividad 7, puede ser valorada en función de conocer los resultados de las actividades 8 y 11.

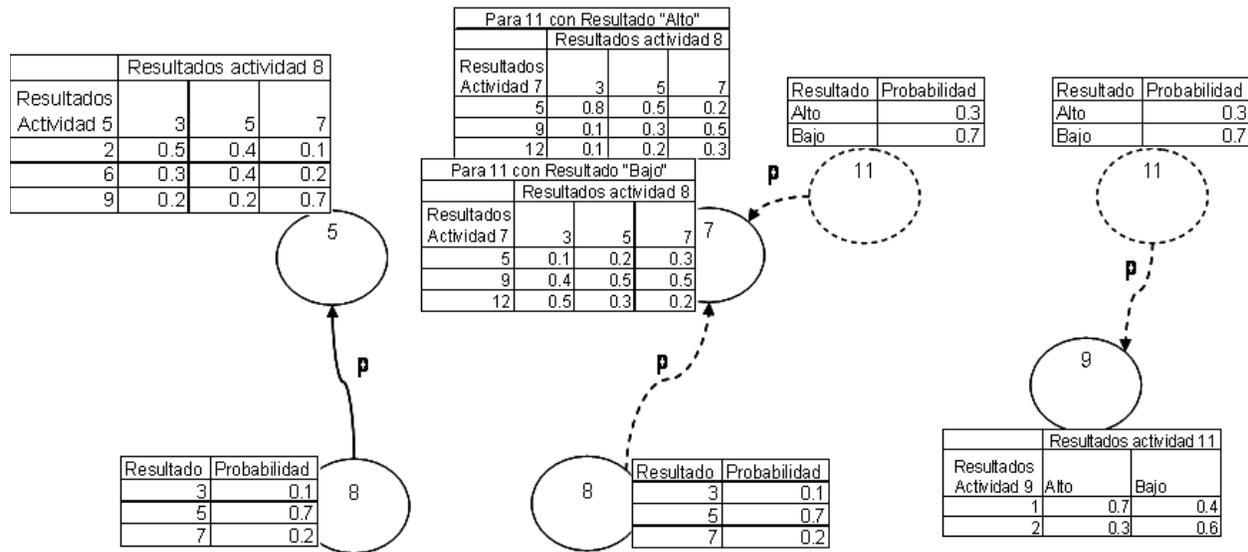


Fig. 14. valoración de probabilidades de las actividades con dependencia probabilística.

En este punto, se han valorado todas las distribuciones de probabilidad de todas las actividades que se consideró tenían un tiempo de ejecución variable.

CÁLCULO DE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD CONJUNTA O DEL TIEMPO DE EJECUCIÓN DEL PROYECTO

La distribución de probabilidad del tiempo de ejecución del proyecto, se calcula como una distribución conjunta mediante el desarrollo de un árbol de probabilidad.

Para facilitar el cálculo del árbol de probabilidad clasificaremos los nodos en dos tipos: probabilísticos independientes y probabilísticos dependientes. Los nodos probabilísticos independientes son aquellos que no tienen flechas con una "p" que salgan o lleguen a ellos, por el contrario, los nodos probabilísticos dependientes son aquellos en donde alguna flecha que llega o sale de estos nodos tiene alguna "p" indicando que tienen relevancia probabilística para otro u otros nodos.

Procedimiento 2 (para construcción del árbol de probabilidad)

En la construcción de la secuencia de los nodos en el árbol de probabilidad se deberá considerar lo siguiente:

1. Los nodos probabilísticos independientes se pueden colocar al inicio de la secuencia de nodos del árbol y en cualquier orden.
2. Los nodos probabilísticos dependientes deberán colocarse después de haber colocado los nodos del punto 1 y atendiendo al orden que se obtiene de considerar las flechas que indican la relación probabilística entre los nodos.
 - En primer término se colocan los nodos de los que únicamente salen flechas.
 - En segundo término se colocan los nodos que reciben y emiten flechas (de tal forma que el nodo destino siempre se ubique posterior al nodo origen).
 - Finalmente se colocan los nodos que sólo reciben flechas.
3. Fin del procedimiento

La figura 15 muestra el diagrama compacto de árbol de probabilidad que se puede formar con las distribuciones de probabilidad mostradas en la figuras 12 y 14.¹⁴⁻¹⁵

Cálculo de la distribución de probabilidad conjunta

Es necesario resolver los posibles resultados del árbol de la figura 15 y con los datos obtenidos, construir un histograma de frecuencia que representará la

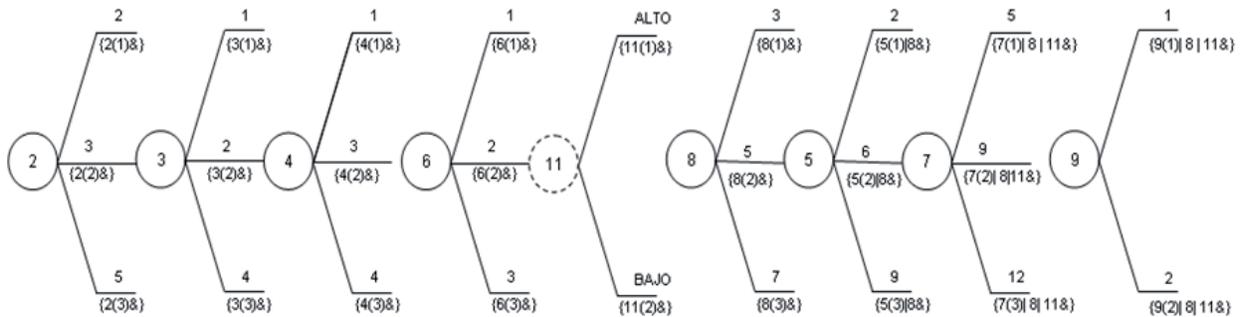


Fig. 15. Diagrama compacto de un árbol de probabilidad del tiempo de ejecución del proyecto.

distribución de probabilidad del tiempo de ejecución del proyecto. No es necesario utilizar software especializado para resolver el árbol de probabilidad, de hecho por la cantidad de datos es recomendable crear una base de datos en una hoja electrónica como Excel (figura 17), pero se puede consultar el procedimiento de solución en los manuales del usuario de software como puede ser “TreePlan”¹⁶ ó “Supertree”¹⁷.

De la figura 15 podemos determinar que, para el ejemplo el número de posibles resultados es de 8748 y asociado a cada resultado una probabilidad de ocurrencia. Afortunadamente el cálculo del árbol de probabilidad es un proceso que se puede realizar con apoyo computacional. La figura 16 muestra como ejemplo el cálculo de las dos primeras ramas de este árbol, cálculo que debe repetirse para todas las ramas y como ya se ha mencionado se puede realizar mediante una tabla de hoja de cálculo (Ver figura 17).

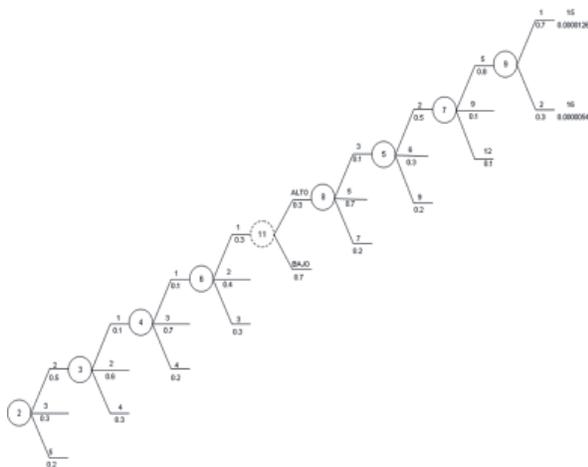


Fig. 16. Desarrollo de dos ramas del árbol de probabilidad para obtener dos resultados y la probabilidad de ocurrencia de estos resultados.

Rama del árbol	Actividad									Tiempo total Probabilidad total	
	2	3	4	6	8	5	11	7	9		
1	Res.	2	1	1	1	3	2	ALTO	5	1	15
	Prob.	0.5	0.1	0.1	0.3	0.1	0.5	0.3	0.8	0.7	0.0000126
2	Res.	2	1	1	1	3	2	ALTO	5	2	16
	Prob.	0.5	0.1	0.1	0.3	0.1	0.5	0.3	0.8	0.3	0.0000054
3	Res.	2	1	1	1	3	2	ALTO	9	1	19
	Prob.	0.5	0.1	0.1	0.3	0.1	0.5	0.3	0.1	0.7	0.000001575
4	Res.	2	1	1	1	3	2	ALTO	9	2	20
	Prob.	0.5	0.1	0.1	0.3	0.1	0.5	0.3	0.1	0.3	0.000000875
5	Res.	2	1	1	1	3	2	ALTO	12	1	22
	Prob.	0.5	0.1	0.1	0.3	0.1	0.5	0.3	0.1	0.7	0.000001575
6	Res.	2	1	1	1	3	2	ALTO	12	2	23
	Prob.	0.5	0.1	0.1	0.3	0.1	0.5	0.3	0.1	0.3	0.000000675
⋮	⋮										
8745	Res.	5	4	4	3	7	9	BAJO	9	1	38
	Prob.	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.7	0.7	0.5	0.4	0.00007056
8746	Res.	5	4	4	3	7	9	BAJO	9	2	39
	Prob.	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.7	0.7	0.5	0.6	0.00010584
8747	Res.	5	4	4	3	7	9	BAJO	12	1	41
	Prob.	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.7	0.7	0.2	0.4	0.000028224
8748	Res.	5	4	4	3	7	9	BAJO	12	2	42
	Prob.	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.7	0.7	0.2	0.6	0.000042336

Fig. 17. Tabla de datos para solución del árbol de probabilidad.

Una vez calculado todo el árbol, se puede calcular la distribución de probabilidad conjunta (histograma de frecuencia) del tiempo total de ejecución del proyecto. Esto último se puede ver en la figura 18.

Es importante indicar que esta distribución de probabilidad, incluye el análisis de variables

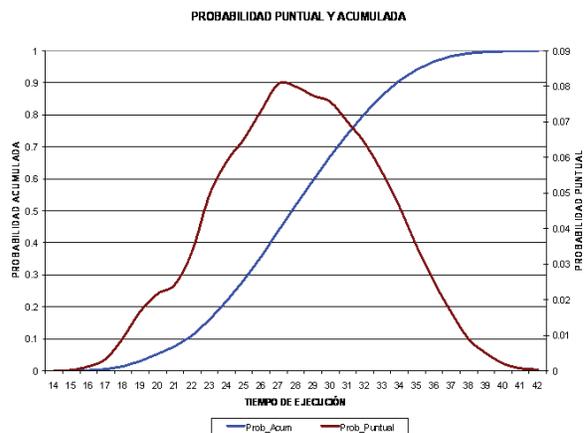


Fig. 18. gráfica de distribución de probabilidad del tiempo de ejecución del proyecto.

aleatorias que tienen influencia en el tiempo de ejecución del proyecto, pero que no se incluyen como actividades en la red de ruta crítica, así mismo el análisis incluye la posible relevancia probabilística entre actividades, y finalmente se conserva el análisis de actividades con tiempos de ejecución como variables independientes.

USO E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Una vez obtenida la distribución de probabilidad, se tiene más información que con el cálculo determinístico el cual daba un resultado puntual para el plazo de ejecución de 28 unidades de tiempo o días. Con el análisis probabilístico, se tiene que el plazo de ejecución puede variar desde un mínimo de 15 días hasta un máximo de 42 días con promedio de 28.27 días.

Si le pidieran al coordinador del proyecto del ejemplo una fecha compromiso de terminación de los trabajos, bajo el pronóstico determinístico pudiera suponer que tendrá listo el proyecto el día 28, ahora sabe que ese plazo, o menos, tiene un 50% de probabilidad de cumplirse. Por otra parte se puede dar una fecha con un nivel de confianza, y suponiendo un nivel de confianza del 80% para la fecha de terminación del proyecto, entonces la fecha de terminación de la obra puede comprometerse para el día 32.

COMENTARIO FINAL

El modelo propuesto resuelve lo indicado en el planteamiento del problema, ya que provee de las herramientas para cubrir completamente el análisis y medición de la incertidumbre en una red de actividades en lo relacionado con el cálculo del plazo de ejecución de un proyecto. Se inicia con la notación gráfica que permite modelar una RAIP, en la cual se indica claramente la relevancia probabilística entre los tiempos de ejecución de al menos dos actividades, como es el caso de las actividades 8 y 5 del ejemplo. Así mismo se indica la forma de valorar esta relevancia probabilística.

El modelo también permite incluir en el análisis, los eventos que no son actividades pero cuyos resultados son relevantes para el proyecto, un ejemplo de lo anterior es la actividad ficticia 11,

también en este caso se indica la forma de valorar la relevancia probabilística entre esta actividad ficticia y las actividades originales de la red.

Se permite el uso de variables aleatorias con distribuciones de probabilidad diferentes a la distribución *Beta*, ya que en todo el proceso las formas de las distribuciones de probabilidad no estuvieron sujetas a esta distribución teórica, y se pueden utilizar formas de acuerdo con los datos de la información disponible.

Más importante aún, se indica la forma de valorar las distribuciones de probabilidad, se incluye el procedimiento para el desarrollo del modelo matemático de la distribución de probabilidad conjunta mediante la construcción de un árbol de probabilidad, y finalmente se expone la forma de solución de dicho árbol, lo que permite obtener la distribución de probabilidad conjunta que representa el plazo de ejecución del proyecto.

Finalmente, en la aplicación del método propuesto, se puede utilizar software especializado como apoyo, pero no es un requisito indispensable, el método puede aplicarse aún con una hoja de cálculo disponible en la mayoría de las computadoras personales.

AGRADECIMIENTOS

A Roberto Ley Borrás sus valiosos comentarios durante el desarrollo de este trabajo.

A los revisores anónimos que ampliaron las consideraciones iniciales de este trabajo.

REFERENCIAS

1. Kerzner, Harold, Project management: a systems approach to planning, scheduling, and controlling. 8th edition. New Jersey, Estados Unidos de América, John Wiley & Sons, Inc., 2003, pp. 449-485.
2. Hillier, Frederick y Gerald J. Lieberman, Introducción a la investigación de operaciones. Tercera Edición (Primera edición en español). México, McGraw-Hill, 1982, p. 240.
3. Ibid., pp. 240-254.
4. Kerzner, Harold, Project management:..., pp. 467-470.
5. Primavera System Inc., Primavera Project Planner

- Reference Manual Version.3.0. Bala Cynwyd, PA, Estados Unidos de América, Primavera System, 1999.
6. Palisade Corporation, Guide to Using @RISK for Project Risk Analysis and Simulation Add-In for Microsoft Project Version.4.1. Ithaca, New York, Estados Unidos de América, Palisade Corporation, 2005.
 7. Ley Borrás, Roberto, Análisis de incertidumbre y riesgo para la toma de decisiones, Primera Edición, México, Editorial Comunidad Morelos, 2001, Capítulo 5.
 8. Howard, Ronald A., "From influence to Relevance to Knowledge", Editores R. M. Oliver y J. Q. Smith. Influence Diagrams, Belief Nets and Decision Analysis. Estados Unidos de América, John Wiley and Sons Ltd., 1990.
 9. Ley Borrás, Análisis de incertidumbre..., p. 35.
 10. Howard, Ronald A. y James E. Matheson, "Influence Diagrams", Decision Analysis. Estados Unidos de América, Informs, Septiembre 2005. Vol 2, No. 3, pp. 127-143.
 11. Clement, Robert T., Making Hard Decisions: an Introduction to Decision Analysis. Second Edition, California, Estados Unidos de América, Duxbury Press, 1996, pp. 268-281.
 12. Ley Borrás, Análisis de incertidumbre..., pp. 87-124.
 13. Kahneman, D., P. Slovic, A. Tversky (eds). "Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases". Cambridge University Press. Estados Unidos de América. 1982.
 14. Clement, Making Hard Decisions..., pp. 79-90.
 15. Ley Borrás, Análisis de incertidumbre..., pp. 160-165.
 16. Middleton, Michael R., Decision Trees Using TreePlan Add-In for Microsoft Excel, Sin Edición, San Francisco California, Estados Unidos de América, Decision Support services, 2001, pp. 5.
 17. Mcnamee, Peter y John Celona., Decision Análisis for the Professional Supertree and Sensitivity Software. Third Edition, Menlo Park California, Estados Unidos de América, SmartOrg, Inc. 2001, pp. 1- 40.

Anúnciense en

Ingenierías

Informes:
Tel: (52) (81) 8329-4020 Ext. 5854
Fax: (52) (81) 8332-0904
Correo Electrónico: fjelizon@mail.uanl.mx
Página en Internet:
<http://ingenierias.uanl.mx>