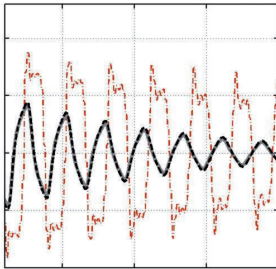


Modelo dependiente de la frecuencia para líneas de transmisión (FD-LINE)

Reynaldo Iracheta Cortez

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
iracheta@gdl.cinvestav.mx



RESUMEN

En este artículo se implementa una nueva versión del modelo FD-LINE. Esta nueva versión es formulada bajo un equivalente Norton y la técnica VF. La técnica vector fitting (VF) permite realizaciones de bajo orden para los ajustes racionales de la función de propagación (H_m) y de la matriz de admitancia característica (Y_c-m). A su vez, con estos modelos de bajo orden se resuelven más eficientemente las convoluciones recursivas del modelo FD-LINE en el dominio del tiempo. Se presenta el enlace entre la nueva versión del modelo FD-LINE y la solución general del EMTP. Finalmente, se comparan los métodos Bode y VF en las respuestas en frecuencia de H_m y Y_c-m y en las respuestas transitorias del dominio del tiempo.

PALABRAS CLAVE

Dependencia frecuencial, línea de transmisión, ajuste racional, retardo en tiempo, dominio de la frecuencia, dominio del tiempo.

ABSTRACT

This paper implements a new version of the FD-LINE model. This new version is formulated under a Norton equivalent together with vector fitting technique (VF). Vector fitting allows minimal realizations for the rational fitting for the propagation function (H_m) and for the characteristic admittance (Y_c-m). In addition, with low order models is possible to solve more efficiently the recursive convolutions of the FD-LINE model in the time domain. The interface between this new version of the FD-LINE model and the main solver of EMTP is presented. Finally, Bode and VF are compared in the frequency responses of H_m and Y_c-m and the transient responses of the time domain.

KEYWORDS

Frequency dependent, transmission line, rational fitting, time delay, frequency domain, time domain.

INTRODUCCIÓN

Los modelos de líneas de transmisión con parámetros dependientes de la frecuencia son importantes para evaluar de forma precisa la contribución natural distribuida de las pérdidas en los análisis de transitorios electromagnéticos. A su vez, estos modelos son necesarios para diseño de la coordinación de aislamiento en

líneas de transmisión y sintonización de protecciones eléctricas. En este contexto, el modelo FD-LINE es el más ampliamente utilizado a nivel mundial en programas tipo EMTP. También, este modelo se caracteriza también por ser uno de los más simples en lo que se refiere a la forma de representar la dependencia frecuencial de los parámetros. La simplicidad del FD-LINE se debe a que asume matrices modales de transformación constantes y reales.¹

El modelo original FD-LINE fue desarrollado bajo una formulación Thevenin. Dicha formulación representa físicamente la solución de las ecuaciones de onda viajera y permite el enlace entre las variables del modelo de línea con la solución general de red del EMTP. El método Bode es utilizado en el FD-LINE para hacer los ajustes racionales en frecuencia de la función de propagación modal (H_m) y la matriz de admitancia característica modal (Y_{c-m}). Sin embargo, el método Bode tiene la limitante de que siempre utiliza un conjunto de polos reales para hacer los ajustes racionales y por consiguiente, cuando se presentan funciones en frecuencia con un alto número de picos se obtienen ajustes racionales de alto orden y de menor precisión. Adicionalmente, los ajustes de alto orden ocasionan una baja eficiencia computacional en el modelo FD-LINE para la simulación de transitorios debido a que se tienen que resolver más convoluciones recursivas en el dominio del tiempo.

En contraste al modelo original FD-LINE, la tendencia mundial actual en el área de transitorios requiere ejecutar los programas EMTP en simuladores tiempo real para hacer pruebas de nuevos dispositivos en la modalidad de HIL (Hardware-in-the-loop). Además, entre otras razones principales para el desarrollo de una nueva versión del modelo FD-LINE con los requerimientos actuales destacan las siguientes:

- 1) Proporcionar simulaciones más precisas para líneas de transmisión muy largas.
- 2) Tener un modelo robusto para simulación de transitorios.
- 3) Lograr mayor eficiencia computacional.

En este artículo se reporta una nueva versión del modelo FD-LINE bajo una formulación Norton contraria al modelo original y también se utiliza el

método de ajuste racional conocido vector fitting (VF) para hacer los ajustes racionales en frecuencia.² Debido a que el método VF maneja un procedimiento de recolocación de polos y contempla el uso de un conjunto de polos tanto reales como complejos conjugados es posible obtener ajustes racionales de muy bajo orden para respuestas en frecuencia con altos números de picos. Estos ajustes racionales de bajo orden incrementan la eficiencia del modelo de línea y son elementales para producir la versión tiempo real del modelo FD-LINE.

SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE ONDA VIAJERA

El modelado electromagnético tanto en líneas aéreas como cables subterráneos es descrito por las ecuaciones de línea del telegrafista (planteadas por Oliver Heaviside).³ Para una línea polifásica estas ecuaciones tienen la siguiente forma (dominio de la frecuencia):

$$-\frac{d}{dz}V = Z(\omega)I \tag{1}$$

y

$$-\frac{d}{dz}I = Y(\omega)V \tag{2}$$

donde V e I son los vectores respectivos de voltaje y corriente en los conductores independientes (o fases) de la línea, y Z e Y son las matrices respectivas de impedancia serie y admitancia paralelo ambas en p. u. de longitud, z es la distancia longitudinal y ω es la frecuencia angular en rad/s. La matriz Z está a su vez formada por una parte inductiva L y una parte resistiva R .

$$Z = j\omega L + R \tag{3}$$

La matriz Y esta formada por una parte capacitiva C y de otra de conductancia G :

$$Y = j\omega C + G \cong j\omega C \tag{4}$$

En líneas de transmisión aéreas el término conductivo es despreciable. De ahí la aproximación en (4).

Resolviendo las ecuaciones del telegrafista (1) y (2) se obtienen las siguientes ecuaciones de onda viajera en el dominio de la frecuencia:

$$V(z) = H_-(\omega) \cdot C_1 + H_+(\omega) \cdot C_2 \tag{5}$$

y

$$I(z) = Y_c(\omega) \cdot H_-(\omega) \cdot C_1 - Y_c(\omega) \cdot H_+(\omega) \cdot C_2 \tag{6}$$

donde

$$H_{\pm}(\omega) = \exp(\pm\sqrt{ZY} \cdot \ell) \tag{7}$$

$$Y_c(\omega) = Z^{-1} \cdot \sqrt{ZY} \tag{8}$$

$$Z_c(\omega) = Y_c^{-1} \tag{9}$$

C_1 y C_2 son las constantes de integración determinadas por las condiciones de frontera o conexiones en los extremos de la línea de transmisión. H_{\pm}^3 es la función de propagación mientras que Y_c y Z_c son las matrices de admitancia e impedancia característica.

MODELO DEPENDIENTE DE LA FRECUENCIA FD-LINE

La solución de las ecuaciones de onda viajera (5) y (6) en el dominio de la frecuencia para una línea de transmisión bajo una formulación Norton se describe a continuación:

$$Y_c V_k - I_k = 2 H I_{mr} \tag{10}$$

$$Y_c V_m - I_m = 2 H I_{kr} \tag{11}$$

donde,

$$I_k = I_{kr} - I_{ki} \tag{12}$$

$$I_m = I_{mr} - I_{mi} \tag{13}$$

La representación física de voltajes y corrientes en las ecuaciones (10-13) se visualizan en la figura 1.

Para una línea de transmisión de n conductores las matrices Y_c y H son de longitud $n \times n$ y las ecuaciones (10) y (11) representan un sistema de n ecuaciones acopladas. El método FD-LINE desacopla estas ecuaciones a través de una descomposición modal con una matriz de transformación constante y real. Para esto, se introducen las siguientes cantidades modales:

$$I = T_I I_m \tag{14}$$

y

$$V = T_V V_m \tag{15}$$

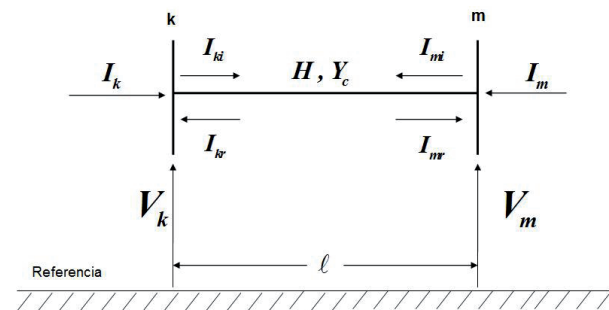


Fig. 1. Representación física del modelo de onda viajera para una línea de transmisión.

donde T_I y T_V son matrices de eigenvectores de corriente y voltaje, respectivamente. Además, entre estas matrices existe la siguiente relación: $T_V = T_I^{-T}$. El superíndice m denota que las cantidades son modales. A partir de estas cantidades modales se llega al siguiente sistema desacoplado de n ecuaciones de onda viajera en el dominio de la frecuencia para cada extremo de la línea de transmisión.

$$Y_{c-m} V_m - I_m = 2 H_m I_{m-far} \tag{16}$$

La matriz diagonal H_m se relaciona con H de la siguiente manera:

$$H = T_I H_m T_I^{-1} \tag{17}$$

$$H = e^{-\sqrt{ZY} \cdot \ell} = T_I e^{-\sqrt{\lambda} \cdot \ell} T_I^{-1} = T_I e^{-\gamma \cdot \ell} T_I^{-1}$$

donde $e^{-\gamma \cdot \ell}$ es la matriz diagonal de eigenvalores (λ) con elementos diagonales $e^{-\gamma_{i,i} \cdot \ell}$ y ℓ es la longitud de la línea de transmisión.

Del mismo modo la matriz de admitancia característica se calcula como sigue:

$$Y_c = T_I Y_{c-m} T_I^{-1}$$

$$Y_c = Z^{-1} \cdot \sqrt{ZY} = Z^{-1} \cdot T_I \cdot \sqrt{\lambda} \cdot T_I^{-1} = Z^{-1} \cdot T \cdot \gamma \cdot T^{-1} \tag{18}$$

Ajuste racional en frecuencia de Y_{c-m} y H_m

La aplicación del modelo dependiente de la frecuencia FD-LINE requiere de aproximaciones racionales en el dominio de la frecuencia para hacer el ajuste de Y_{c-m} y H_m .

La aproximación racional en frecuencia de la matriz Y_{c-m} se define como:

$$Y_{c-m} = \sum_{k=1}^K \frac{c_{m,k}}{s - p_{m,k}} + d_m \tag{19}$$

mientras que la función de propagación H_m es ajustada con una función racional multiplicada por una función de retardo en el dominio de la frecuencia.⁴

$$H_m = \sum_{k=1}^K \frac{c_{m,k}}{s - p_{m,k}} \cdot e^{-j\omega\tau_m} \tag{20}$$

donde

$c_{m,k}$ = Residuos de Y_{c-m} y H_m .

$a_{m,k}$ = Polos de Y_{c-m} y H_m .

d_m = Residuo (solo para Y_{c-m}).

τ_m = Retardo en tiempo de la función de propagación.

El ajuste racional en frecuencia de la función Y_{c-m} suele ser muy simple porque su respuesta en frecuencia es muy lisa y regular. El ajuste de H_m es más complicado porque primero se deben extraer

los retardos en tiempo modales (τ) y luego se hace el ajuste racional en frecuencia. La precisión en el ajuste racional de H_m depende mucho de la precisión del algoritmo empleado para la extracción de los retardos en tiempo.⁴

En este artículo se emplea Vector Fitting (VF) para hacer el ajuste de Y_{c-m} y H_m . El método VF es una herramienta muy precisa, eficiente y robusta desarrollada por Gustavsen en^{5,6} que emplea un algoritmo basado en mínimos cuadrados y un procedimiento iterativo basado en aproximaciones racionales de 2 etapas, ambas, con polos conocidos. Este procedimiento funciona muy bien tanto para el ajuste de funciones lisas o regulares como para funciones con un gran número de picos o resonancias. La descripción detallada de VF se explica a continuación:

Etapa #1: Identificación de polos

La función $f(s)$, la cual se pretende ajustar, se multiplica por una función racional desconocida $\sigma(s)$ de orden N .

$$[\sigma(s) \cdot f(s)]_{fit} = \sigma(s)_{fit} f(s) \quad (21)$$

Un conjunto común de polos (\bar{a}_n) es usado para hacer el ajuste racional en frecuencia de la función desconocida $\sigma(s)$ y el producto $\sigma(s)f(s)$. De esta forma, la ecuación (21) se puede escribir también en términos del conjunto común de polos iniciales (\bar{a}_n) y residuos (c_n, \bar{c}_n, d) como se muestra a continuación:

$$\left(\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \bar{a}_n} + d + sh \right) = \left(\sum_{n=1}^N \frac{\bar{c}_n}{s - \bar{a}_n} + 1 \right) f(s) \quad (22)$$

En esta ecuación puede verse que la solución de los residuos (c_n, \bar{c}_n, d) involucra un problema lineal de la forma $Ax = b$ y a su vez, implica el uso de métodos basados en mínimos cuadrados. Adicionalmente, la ambigüedad en la solución de (30) es removida forzando a que $\sigma(s)$ sea igual a la unidad en altas frecuencias.

Despejando la función $f(s)$ de (22) y luego, transformando la misma expresión a una función de transferencia de la forma cero-polo se tiene que:

$$f(s) = \frac{\left(\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \bar{a}_n} + d + sh \right)}{\left(\sum_{n=1}^N \frac{\bar{c}_n}{s - \bar{a}_n} + 1 \right)} = \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \bar{z}_n)} \quad (23)$$

De la ecuación (23) se puede ver que los polos de arranque son removidos por el proceso algebraico y los ceros de la función $\sigma(s)$ se convierten en los nuevos polos de la función $f(s)$. Estos nuevos polos son usados en la segunda etapa de VF conocida como identificación de residuos.

En algunas ocasiones, algunos de los nuevos polos pueden ser inestables. Sin embargo, VF resuelve el problema de inestabilidad cambiando solamente el signo a la parte real de los polos inestables. Aunque esta solución matemática a la inestabilidad pueda no ser muy correcta siempre se obtienen buenas aproximaciones racionales en frecuencia.

Etapa #2: Identificación de residuos

Los polos calculados en la etapa anterior son usados para la identificación de residuos (c_n) resolviendo un problema de mínimos cuadrados del tipo $Ax = b$.

Las etapas 1 y 2 son repetidas varias veces usando los nuevos polos calculados como nuevos polos de arranque, con el fin de asegurar la convergencia. Cuando la convergencia es lograda, $\sigma(s)$ llega ser la unidad debido a que los residuos \bar{c}_n son igual a cero. Con un buen conjunto de polos iniciales, VF requiere menos de 5 iteraciones para asegurar la convergencia. Como dato adicional, VF no tiene un algoritmo para especificar el número óptimo de iteraciones.

Cálculo de retardos en tiempo de H_m

Para obtener un ajuste racional en frecuencia con un orden reducido de la función modal H_m se requiere remover el retardo en tiempo (τ) asociado a cada uno de los modos de propagación. La formulación para encontrar el retardo en tiempo se muestra a continuación:⁴

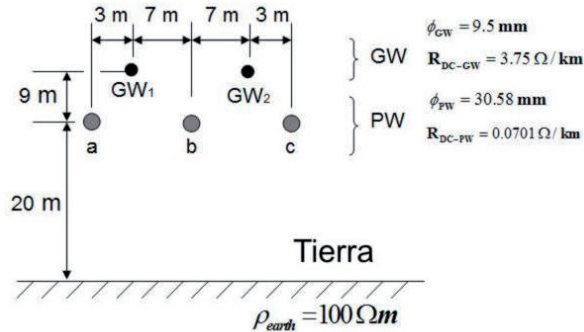
$$\tau_m = \frac{\ell}{v} + \frac{\angle h_{min}(\omega_1)}{\omega_1} \quad (24)$$

donde $\angle h_{min}$ es el ángulo de desfase mínimo, ω_1 es la frecuencia donde se tiene $\angle h_{min}$, v es la velocidad modal a la frecuencia ω_1 y ℓ es la longitud de la línea de transmisión.

En el Apéndice A se muestra el procedimiento algorítmico para calcular el ángulo de desfase mínimo ($\angle h_{min}$).

CASO DE ESTUDIO

El sistema de transmisión trifásico aéreo de 230 kV mostrado en la figura 2 es usado como caso de prueba para la comparación de los resultados de ajuste racional dados por VF y Bode (EMTP). En la figura 2b se muestran los parámetros físicos del sistema. La longitud de la línea de transmisión es de 191.3 km.



Parámetros	conductor	Hilo de guarda
R _{CD} (Ω/km)	3.75	0.071
Diam (mm)	30.58	9.5

Fig. 2. Caso de estudio: a) Configuración física de la línea de transmisión. b) Parámetros físicos.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS DEL AJUSTE RACIONAL EN FRECUENCIA DE Y_{c-m} y H_m

Las figuras 3 y 4 muestran la comparación de resultados de ajuste racional para Y_{c-m} y H_m con la técnica VF y el método Bode. La figura 3 muestra el ajuste racional de magnitud y fase para H_m . La mayor desviación con respecto a la función original se observa para el modo 1 con el método Bode. Es importante decir que las funciones racionales referentes a los modos 2 y 3 no son funciones de fase mínima. La tabla I provee los tiempos de retardos modales (τ) y en la tabla II se muestra la información de los órdenes del modelo y los errores-rms para H_m usando VF y Bode.

Tabla I. Tiempos de retardo modal (τ) en μsegs. Para cada modo de propagación

MODOS	BODE	VF
I	644.66	644.14
II	643.01	644.27
III	675.32	645.39

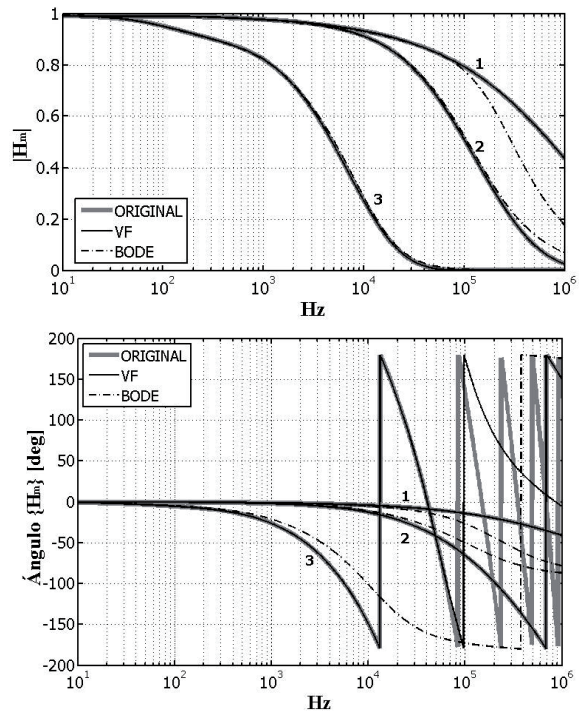


Fig. 3. Ajuste racional de H_m . El inciso a) Magnitud y b) Ángulo de fase. Los números del 1 al 3 indican el número de modo.

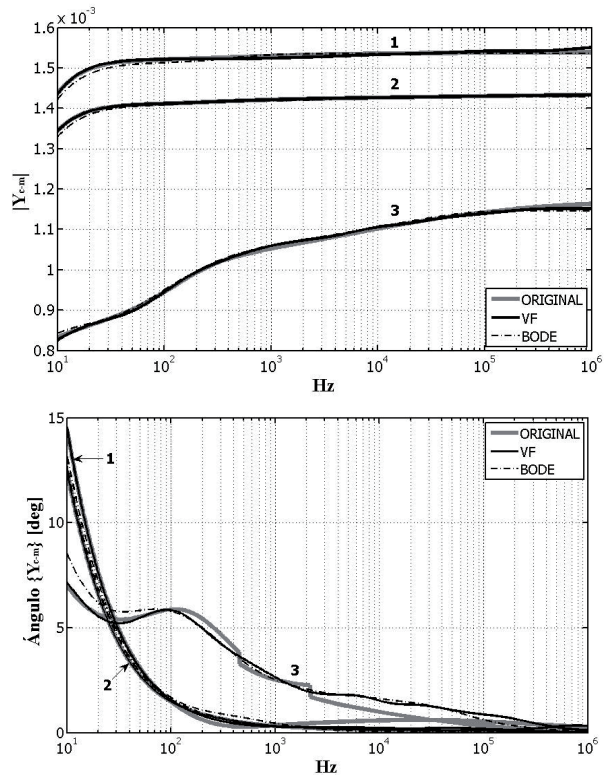


Fig. 4. Ajuste racional de Y_{c-m} . El inciso a) Magnitud y b) Ángulo de fase. Los números del 1 al 3 indican el número de modo.

Tabla II. Orden del modelo y error-RMS DE H_m con BODE y VF.

MÉTODO	ORDEN DEL MODELO		ERROR-RMS
BODE	MODOS		
	I	14	0.0980
	II	20	0.2405
	III	17	0.2625
VF	MODOS		
	I	8	4.220e-3
	II	8	3.331e-3
	III	8	6.774e-3

Las diferencias observadas en la tabla I entre los tiempos de retardo modal son mínimas. La mayor desviación se observa en el modo III que comúnmente se le denomina como modo de tierra. Asimismo, este modo esta caracterizado por su alta atenuación y el mayor tiempo de retardo modal.

La figura 4 muestra el ajuste racional de la magnitud y fase para Y_{c-m} . La mayor diferencia para la función original es obtenida con el método Bode. Además, en la figura 4b se observa que todas las funciones racionales para Y_{c-m} son de fase mínima. En la tabla III se muestran los órdenes del modelo y los errores-rms obtenidos con VF y Bode.

Tabla III. Orden del modelo y ERROR-RMS de Y_{c-m} con BODE y VF.

MÉTODO	ORDEN DEL MODELO		ERROR-RMS
BODE	MODOS		
	I	14	1.1e-3
	II	13	1.6e-3
	III	17	1.3e-3
VF	MODOS		
	I	8	7.388e -6
	II	8	0.073e-6
	III	8	8.625e -6

De los resultados del ajuste racional para la función de propagación y admitancia característica proporcionados en las tablas II y III respectivamente, se muestra que las aproximaciones de más bajo orden son obtenidas con VF. En ambos casos se demuestra la robustez de VF para hacer ajustes de bajo orden. Esto se debe principalmente a los procedimientos precisos de recolocación de polos, los cuales, algunas veces causan la obtención de un conjunto de polos

complejos conjugados cuando las funciones en frecuencia tienen muchos picos.

El ajuste racional para Y_{c-m} usualmente es muy simple porque sus respuestas en frecuencia son lisas y regulares. El ajuste de H_m es mas complicado debido a que los tiempos de retardo modal deben ser extraídos (Apéndice A). De hecho, la precisión del ajuste racional para H_m depende en gran medida de la precisión del algoritmo utilizado para extraer los tiempos de retardo modal.

ANÁLISIS DEL DOMINIO DEL TIEMPO DEL FD-LINE

La ecuación de onda viajera (16) que define al modelo FD-LINE es transformada en la siguiente expresión del dominio del tiempo por medio del teorema de la convolución:

$$y_{c-m} * v_m - i_m = 2h_m * i_{m, far} \tag{25}$$

La ecuación (25) implica tener que resolver las convoluciones $y_{c-m} * v_m$ y $2h_m * i_{m, far}$. Por lo tanto, se plantean las siguientes ecuaciones de estado para un sistema lineal:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{m,k} &= p_{m,k} x_{m,k} + c_{m,k} u_m \\ y_m &= \sum_{k=1}^{k_n} x_{m,k} + d_m u_m, \end{aligned} \tag{26}$$

donde $p_{m,k}$ son los polos y tanto $c_{m,k}$ como d_m son los residuos obtenidos del ajuste racional de Y_{c-m} y H_m . La forma discreta de (26) usando la regla trapezoidal se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} x_{m,k}(t) &= \alpha_{m,k} x_{m,k}(t - \Delta t) + c'_{m,k} \cdot [u_m(t) + u_m(t - \Delta t)] \\ y_m(t) &= \sum_{k=1}^K \alpha_{m,k} x_{m,k}(t - \Delta t) + \sum_{k=1}^K c'_{m,k} u_m(t - \Delta t) + g_m u_m(t), \end{aligned} \tag{27}$$

donde

$$\alpha_{m,k} = \frac{2 + \Delta t \cdot p_{m,k}}{2 - \Delta t \cdot p_{m,k}}; c'_{m,k} = \frac{\Delta t \cdot c_{m,k}}{2 - \Delta t \cdot p_{m,k}}; y g_m = \sum_{k=1}^K c'_{m,k} + d_m, \tag{28}$$

Δt es el paso de tiempo usado en la simulación y $\alpha_{m,k}$, $c'_{m,k}$ y g_m son las constantes de espacio en estados discretos requeridos para resolver las convoluciones $y_{c-m} * v_m$ y $2h_m * i_{m, far}$ de una forma mucho mas eficiente.

ENLACE DEL MODELO FD-LINE CON LA SOLUCIÓN GENERAL DEL EMTP

La ecuación general para resolver la solución general del EMTP se describe como sigue:

$$[v(t)] = G \cdot \{[i(t)] - [hist(t - \Delta t)]\} \tag{29}$$

donde $v(t)$ e $i(t)$ son vectores de fuentes de voltaje y corriente respectivamente, G es la matriz de conductancia global de la red eléctrica y $hist(t-\Delta t)$ es el vector de historias de corriente. La solución general del EMTP prescribe que antes de resolver (29), cada elemento de la red eléctrica debe contribuir con el ensamblaje de G y el cálculo de $i(t)$.

El enlace entre el FD-LINE y la solución general del EMTP es ilustrado en la figura 5. Se observa en esta figura que todas las variables requeridas por el EMTP para resolver (29) están en términos de fase, mientras que el modelo FD-LINE están en cantidades modales. A su vez, el modelo FD-LINE trabaja durante todo el tiempo de simulación como un subsistema esclavo que depende de la solución general del EMTP para actualizar los valores de historia de la línea de transmisión.

Las variables entregadas por el modelo FD-LINE a la solución general del EMTP deben ser transformadas en cantidades de fase.

La figura 6 muestra el ejemplo de una pequeña red eléctrica compuesta por una línea de transmisión monofásica, 2 resistencias en ambos extremos alimentados por una fuente sinusoidal. Este ejemplo ilustra mediante circuitos equivalentes el enlace de variables entre el modelo FD-LINE y la solución general del EMTP.

Las contribuciones de las corrientes de historia del modelo FD-LINE, para cada extremo de la línea, a la solución del EMTP están dadas por:

$$\begin{aligned} hist_a &= hist_{sh-a} + i_{aux-a} \\ hist_b &= hist_{sh-b} + i_{aux-b}, \end{aligned} \tag{30}$$

donde $hist_{sh}$ e i_{aux} son corrientes de historia derivadas al resolver las convoluciones $y_{c-m} * v_m$ y $2h_m * i_{m, far}$ con la formulación en espacio de estados (26). Físicamente, estos valores de historia se ilustran en la figura 6b y 6c. La contribución de la conductancia de la línea de transmisión a la conductancia global del EMTP está dada por:

$$\begin{aligned} G_a &= T_i \cdot G_m \cdot T_i^T \\ G_b &= T_i \cdot G_m \cdot T_i^T, \end{aligned} \tag{31}$$

donde G_a y G_b son las conductancias para cada uno de los extremos de la línea (ver figura 6b), G_m es la matriz de conductancia modal de la línea de transmisión.

La contribución de los voltajes del EMTP al modelo FD-LINE para actualizar nuevos valores de corrientes de historia se obtiene resolviendo (29).

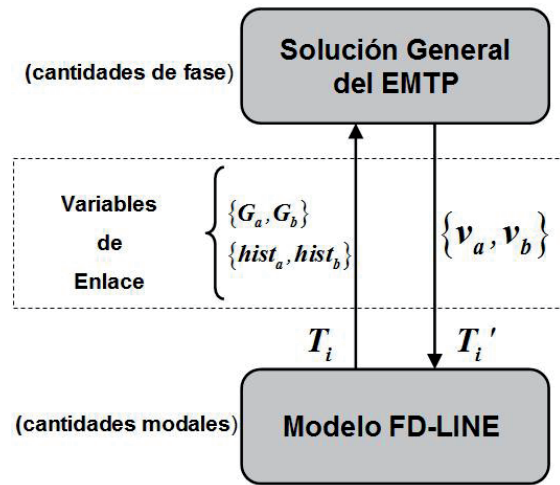


Fig. 5. Enlace entre FD-LINE y la solución general del EMTP.

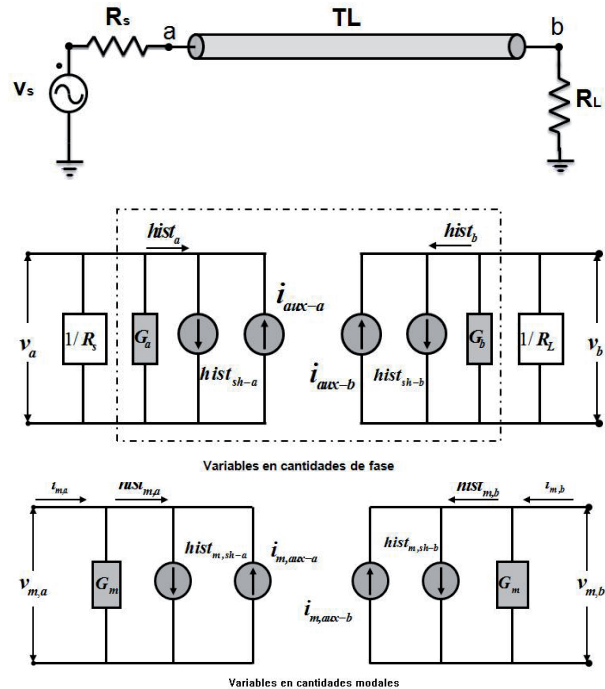


Fig. 6. Red eléctrica. a) Línea de transmisión monofásica, b) Solución general del EMTP, c) FD-LINE en cantidades modales.

RESULTADOS DEL DOMINIO DEL TIEMPO

Los resultados presentados en esta sección tienen como objetivo ilustrar el efecto de los órdenes en los ajustes racionales y la precisión de las respuestas transitorias calculadas. Estos resultados muestran diferencias en el ajuste racional realizado por el

método Bode y VF. Adicionalmente, se muestra la comparación entre el FD-LINE y el modelo de parámetros constantes CP-LINE (línea de parámetros constantes).

Prueba de circuito abierto:

El sistema de transmisión aéreo mostrado en la figura 2 es usado en la prueba de energización. En esta prueba solo la fase A de la línea es excitada por un escalón cuando en el extremo de envío de la línea esta abierto en $t = 0$ s (ver figura 7). Las figuras 8 y 9 muestran las respuestas obtenidas de varias simulaciones.

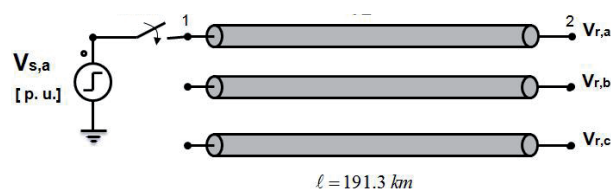


Fig. 7. Energización en circuito abierto (fase A) en $t=0$ s.

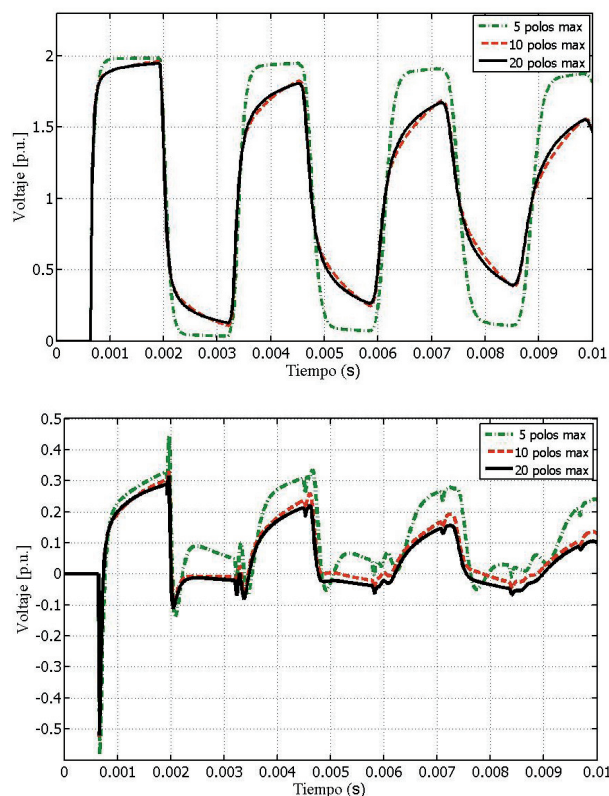


Fig. 8. Comparación de la respuesta transitoria de voltaje obtenida con el modelo FD-LINE y el método Bode. a) Fase A, b) Fase B.

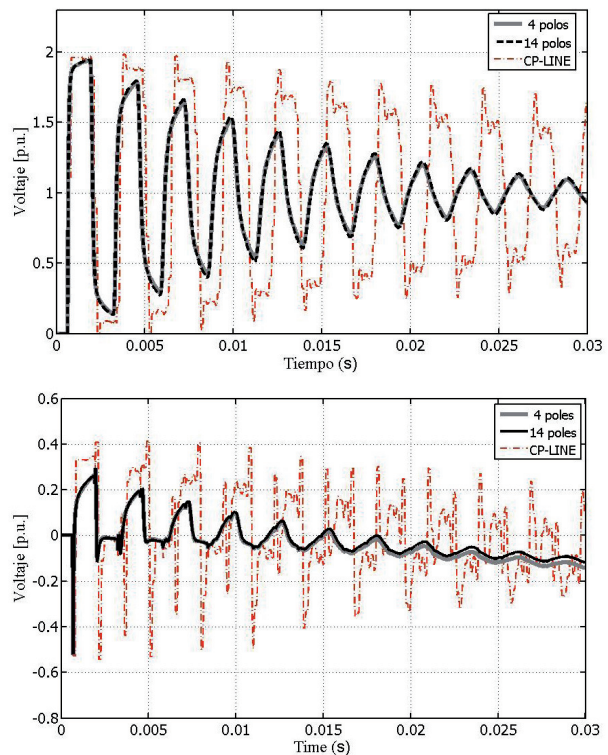


Fig. 9. Comparación de la respuesta transitoria de voltaje (Modelo FD-LINE con VF vs. modelo CP-LINE). a) Fase A, b) Fase B.

Las figuras 8a y 8b, por lo tanto, muestran la simulación con el modelo FD-LINE usando 5, 10 y 20 polos (máximos) para ajustar Y_{c-m} y H_m . La figura 8a muestra la forma de onda de voltaje para el conductor energizado en el extremo receptor de la línea de transmisión. La figura 8b muestra los voltajes inducidos en la fase B del extremo receptor de la línea. Se puede observar de estas figuras que el método de ajuste Bode requiere cuando menos un orden de 10 polos para obtener una buena precisión en la respuesta transitoria de voltaje.

Las figuras 9a y 9b muestran el mismo caso para las figuras 8a y 8b. Esta vez, el modelo FD-LINE es comparado con el modelo CP-LINE. Se puede observar en ambas figuras que el modelo CP-LINE produce resultados muy imprecisos. Otro aspecto importante de estas figuras es hacer notar que la diferencia entre el ajuste racional, modelo FD-LINE y con VF, es muy pequeña para órdenes de 4 y 14 polos. Comparando las figuras 8 y 9 se puede concluir que VF con 4 polos tiene precisión comparable al método Bode con 20 polos.

CONCLUSIONES

Se presentó una nueva formulación del modelo FD-LINE debido a que el planteamiento original de J. R. Martí presenta algunas desventajas referentes a precisión y eficiencia, las cuales, van en contra de las requerimientos actuales del diseño y análisis de sistemas de potencia.

Se reportó en este artículo el efecto que tienen los métodos de ajuste racional Bode y VF en el mejoramiento de la eficiencia y precisión del modelo FD-LINE para simulaciones de transitorios electromagnéticos. De la comparación, entre Bode y VF, resultó que VF es más eficiente porque utiliza un procedimiento muy preciso de recolocación de polos. Dicho procedimiento algunas veces causa que algunos polos resulten en complejos conjugados.

El modelo FD-LINE de bajo orden es un requerimiento indispensable para producir resultados de transitorios electromagnéticos en tiempo real con un simulador de varios procesadores.

APÉNDICE

Cálculo del ángulo de desfase mínimo ($\angle h_{min}$) según referencia:⁴

$$\angle h_{min}(\omega_1) = \frac{\pi}{2} \left| \frac{d(\ln(H(\omega)))}{d(\ln(\omega))} \right|_{\omega=\omega_1} + \Delta(u) \quad (A.1)$$

donde

$$\Delta(u) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\left| \frac{d(\ln(H(\omega)))}{du} \right| - \left| \frac{d(\ln(H(\omega)))}{du} \right|_{u=0} \right) \ln(\coth(\frac{|u|}{2})) du \quad (A.2)$$

y

$$u = \ln\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) \quad (A.3)$$

A la frecuencia ω_1 en (A.1) se tiene el desfase mínimo ($\angle h_{min}$) y ocurre aproximadamente a 0.1 veces la magnitud de $H(\omega)$. Algunas veces, suele ocurrir que algunos modos de propagación no llegan a tener atenuaciones menores a 0.1, por lo tanto, para estos casos se considera que $\omega_1 = \omega_{max}$.

Por lo general, con el primer término (A.1) se obtiene un buen estimado para el cálculo del ángulo de fase mínima. Sin embargo, con el segundo término (A.2) se logra una mayor aproximación.

A continuación se presenta un pequeño código en matlab para el cálculo del ángulo de desfase mínimo:

```

% Primer término en (A.1):
phase=(pi/2)*log(abs(H(j+1)/H(j-1)))/log(w(i+1)/w(i-1));
% Segundo término en (A.2):
phase2 = 0;
for k=1: Ns-1
term1=log((abs(H(k+1)/H(k)))/log(w(k+1)/w(k)));
term2=log((abs(H(j+1)/H(j-1)))/log(w(j+1)/w(j-1)));
angle=log(coth(0.5*abs(log(w(k)+w(k+1)/2*w(j)))));
phase2=phase2+abs(term1-term2)*angle;
end
phase2=phase2/pi;
phase_min=(phase2-phase1);%Ángulo de fase [rad].
tau_min=line_length/veloc(j)+phase_min/w(j);%[seg]
    
```

REFERENCIAS

1. J. R. Martí. Accurate Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, pp. 147-157, 1982.
2. B. Gustavsen and A. Semlyen. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, pp. 1052-61, 1999.
3. H. W. Dommel, Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory Book), Prepared for Bonneville Power Administration, P.O. Box 3621, Portland, Ore., 97208, USA, 1986.
4. B. Gustavsen. Time delay identification for transmission line modeling. In Proc. 8th IEEE Workshop Signal Propagation Interconnects Heidelberg, Germany, May 9–12, 2004, pp. 103-106.
5. B. Gustavsen and A. Semlyen. Combined phase and modal domain calculation of transmission line transients based on vector fitting. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 13, pp. 596-604, 1998.
6. The Vector Fitting web site [online] Available: <http://www.energy.sintef.no/Produkt/VECTFIT/index.asp>.