

# Optimización de dispositivos para prueba de fatiga

Moisés Jiménez Martínez

Volkswagen de México

José Martínez Trinidad

Instituto Politécnico Nacional

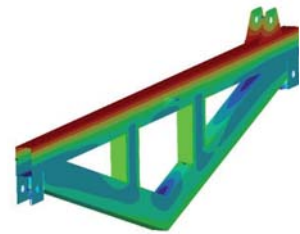
Ulises Figueroa López

ITESM CEM

moisesjimenezmartinez@gmail.com

## RESUMEN

*En el diseño de dispositivos para pruebas de fatiga se debe conseguir que tengan la suficiente resistencia para transmitir fuerzas o desplazamientos y evitar que en ellos se genere resonancia. En este trabajo se propone minimizar el tiempo de diseño mediante la optimización multiobjetivo. El caso de estudio es una simulación estática para el dispositivo de pruebas de torsión de eje trasero de automóvil, se realizó la optimización topológica así como una optimización de forma definiendo diferentes perfiles estructurales en el mercado. Se obtuvo una geometría optimizada cumpliendo con la restricción de rigidez del dispositivo para transmitir el desplazamiento al eje de prueba.*



## PALABRAS CLAVE

Optimización topológica, Optimización de forma, análisis modal, análisis estático, correlación numérico-experimental.

## ABSTRACT

*The design of devices for fatigue test must guarantee that they have enough strength to transmit forces or displacements and avoid resonances in the device. In this work is proposed to apply optimization to reduce design time. The case study is a static simulation for the device of rear axle's test, is performed the topology optimization to find the geometry and shape optimization defining different structural profiles in the market. It was obtained an optimized geometry meeting the constraint of the device's stiffness to transmit the displacement to the test's axle.*

## KEYWORDS

Topology optimization, shape optimization, modal analysis, static analysis, numerical-experimental correlation.

## INTRODUCCIÓN

Para realizar las pruebas de durabilidad<sup>1</sup> se sigue un proceso que consiste en la adquisición de cargas mediante la instrumentación de un vehículo el cual es sometido a condiciones normales de operación considerando diferentes variables como son los conductores y las condiciones de manejo. Con la información adquirida se construye un colectivo de cargas representando el manejo de un

porcentaje de la población además de incluir un factor para absorber la dispersión en las variables durante el manejo; este colectivo es extrapolado dependiendo la proyección de vida deseada.<sup>2</sup> A partir de esta información se genera el requerimiento de prueba, las cuales pueden ser en dominio del tiempo o en dominio de la frecuencia. La mayoría de las pruebas son realizadas bajo condiciones de carga de amplitud constante, en estas la variable de carga (fuerza, desplazamiento, aceleración, temperatura) es elegida mediante un análisis de daño,<sup>3</sup> en el cual se obtiene el número de repeticiones necesarias a determinado nivel de carga para reproducir una falla. Para la realización de estas pruebas se realiza el diseño estructural de los dispositivos, este proceso se puede realizar mediante métodos analíticos, sin embargo debido al incremento en la globalización de los mercados y el crecimiento en la competencia ha inducido a las compañías a implementar herramientas virtuales como la simulación de elementos finitos para lograr reducir los tiempos de desarrollo. Una metodología para este proceso es mostrada en la figura 1.

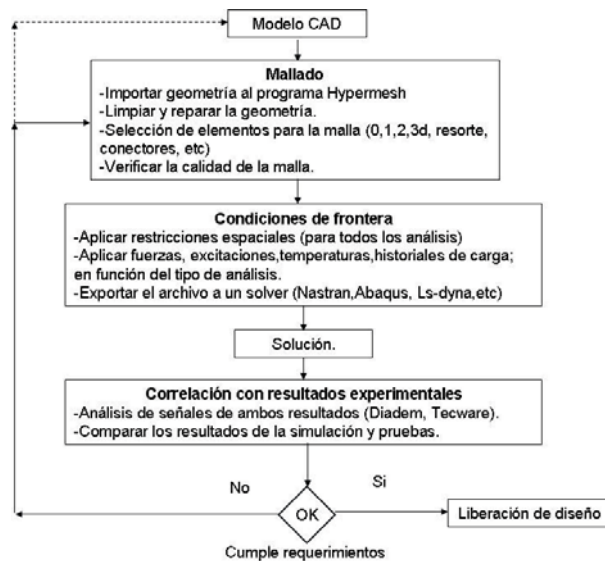


Fig. 1. Metodología para el proceso de simulación.

Con este proceso se observa que cuando un diseño no cumple los requerimientos de prueba se regresa al CAD o al preprocesador para modificar el modelo e iniciar nuevamente el análisis, esto se hace hasta que se cumplen los criterios de aceptación. Este proceso puede hacerse manualmente o con diferentes técnicas de optimización,<sup>4,5</sup> la cual se realiza en base al espacio de diseño disponible en la geometría (G),

las cargas (C) así como los materiales empleados (M), en función de estas variables de diseño se realiza una medición del desempeño  $P_j$ .<sup>6</sup>

$$P_j = f(C, G, M) \tag{1}$$

El elemento optimizado tiene una función que es lo que el elemento hace, el objetivo ( $\psi_o$ ) que es lo que se maximiza o minimiza y las restricciones ( $\psi_i$ ) que son las condiciones que se deben de cumplir. Matemáticamente un problema de optimización puede ser definido como:

$$\psi_o(p) = \min(\max) \tag{2}$$

$$\psi_i(p) \leq 0 \tag{3}$$

$$P_i \leq P_j \leq P_s \tag{4}$$

Siendo  $P_i$  y  $P_s$  el límite inferior y superior de las variables de diseño, la distribución del material es realizada por una modificación del módulo de Young de cada elemento en el espacio de diseño; cada elemento es considerado una variable de diseño y puede ser modificada durante el proceso de optimización.

Actualmente en el mercado existen diferentes tipos de optimización: topológica,<sup>7,8</sup> topográfica y de forma libre.<sup>9</sup> La optimización topológica es usada para la determinación de bosquejos básicos de un nuevo diseño. Esto implica la determinación de características tales como el número y localización de agujeros, refuerzos y la geometría en general. Para la optimización de forma se varían dimensiones como alto y ancho, en donde estas variables son evaluadas para cumplir el objetivo de la optimización.

En este trabajo se propone el uso de optimización multiobjetivo para mejorar los procesos de diseño de dispositivos para pruebas de fatiga. El caso de estudio es un análisis estático lineal empleando como primer paso la optimización topológica, integrando mediante una optimización de forma diferentes perfiles estructurales en el mercado.

Se obtuvieron correlaciones con pruebas experimentales, los cuales muestran la factibilidad de implementar diferentes técnicas de optimización para el diseño de dispositivos de prueba.

## OPTIMIZACIÓN DE DISPOSITIVO

La prueba de torsión del subensamble del eje trasero de automóvil se realiza mediante el

dispositivo mostrado en la figura 2, el cual tiene que transmitir un desplazamiento en ambos extremos; con esto se simulan condiciones de torsión sobre el cuerpo del eje. Se tiene la problemática de que en el desplazamiento en ambos lados del eje es diferente.

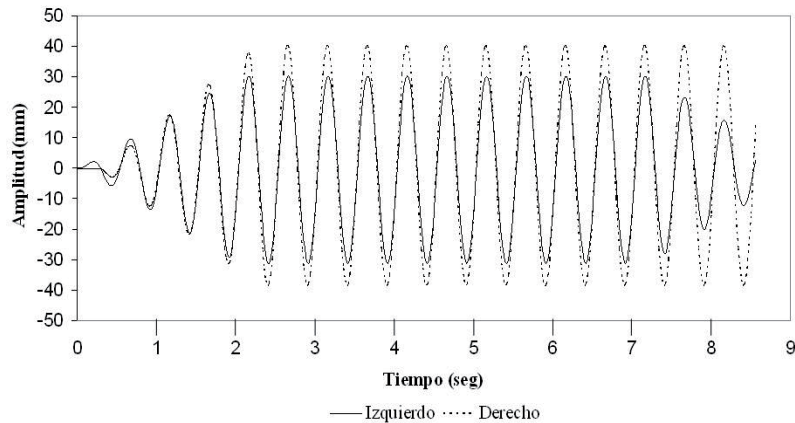


Fig. 2. Prueba de torsión de eje trasero. a) Cilindro, b) Celda de carga, c) Dispositivo para prueba de torsión d) Eje trasero (Pieza de prueba).

Se monitorea el desplazamiento en ambos lados del cilindro, con un equipo de medición QuantumXMX840A de la marca HBMMR con un transductor de hilo con hoja de datos (TEDS) que sirve para almacenar los datos de calibración (figura 3a). La figura 3b muestra la gráfica de desplazamiento, del lado derecho se obtiene un valor máximo de desplazamiento de 40.33 mm y el mínimo de -38.44, teniendo una amplitud de 39.385 mm.



Fig. 3. Medición de desplazamiento, (a) Instrumentación y (b) gráfica de desplazamiento.



Para el lado izquierdo se tiene un valor máximo de desplazamiento de 30.171 mm y el mínimo de -30.82 mm teniendo una amplitud de 30.4955.

El objetivo de la optimización es reducir el peso con la restricción que el dispositivo transmita el mismo desplazamiento en ambos lados del eje de prueba y que el esfuerzo máximo esté dentro de la zona de vida infinita para prevenir fallas por fatiga, esto debido a que el dispositivo trabaja todos los días y la frecuencia de prueba es de 3Hz por lo que el dispositivo se somete a 94,608,000 ciclos anualmente. Como primer paso se realiza el análisis del dispositivo.

El punto de aplicación de carga en el cilindro está desplazado del punto de aplicación en el eje. Para encontrar el valor de desplazamiento del cilindro nos basamos en los triángulos generados entre el cilindro y el dispositivo que se observan en la figura 4.

$L_c$  y  $H_c$  corresponden a la longitud y altura que genera el cilindro respecto al centro y  $L_{pm}$  así como  $H_{pm}$  corresponden al punto de medición en el eje.



Fig. 4. Prueba de torsión de eje trasero.

Igualando las ecuaciones 5 y 6 encontramos la relación para conocer el desplazamiento necesario en el cilindro para obtener en el eje 40 mm.

$$\tan\beta = \frac{Lc}{Hc} \quad (5)$$

$$\tan\beta = \frac{Lpm}{Hpm} \quad (6)$$

### CONDICIONES DE FRONTERA

Las restricciones espaciales son mostradas en la figura 5, en donde BC<sub>1</sub>: 6DOF=0, BC<sub>2</sub>, BC<sub>3</sub>: U<sub>1</sub>, U<sub>2</sub>, UR<sub>1</sub>, UR<sub>3</sub>=0 y BC<sub>4</sub> (H<sub>c</sub>)=U<sub>3</sub>. Igualando las ecuaciones 1 y 2 y despejando H<sub>c</sub> encontramos el desplazamiento para nuestro modelo. Por lo tanto BC<sub>4</sub>=(+/-)32.7 mm en el cilindro, para obtener en el eje 40 mm.

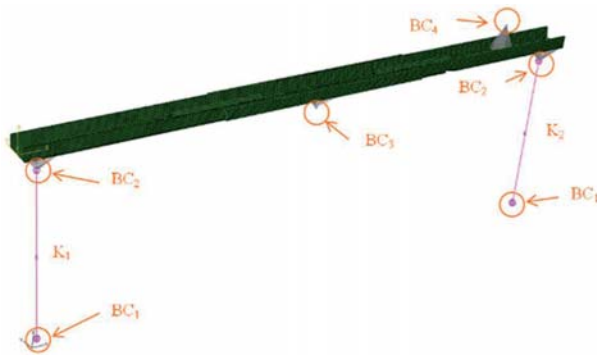


Fig. 5. Restricciones espaciales.

El modelo de elemento finito es construido con 25,172 elementos hexaédricos de primer orden y dos elementos resorte para simular la rigidez del eje. Los valores de rigidez son obtenidos de dividir la fuerza encontrada en la celda con el desplazamiento medido.

$$K = \frac{F}{d} \quad (7)$$

Con la ecuación 7 se obtiene la rigidez K<sub>1</sub>=73.33N/mm que corresponde al lado izquierdo del eje y K<sub>2</sub>=56.66N/mm que corresponde al lado derecho del eje de pruebas.

### PROPIEDADES DEL MATERIAL

Las propiedades mecánicas son las de un acero estructural A36: Módulo de Young = 210,000 MPa, coeficiente de Poisson=0.3, densidad de 7.85e-9 tonne/mm<sup>3</sup>, límite elástico de 248 MPa y la resistencia última (Su) en 400 MPa.

### RESULTADOS DEL ANÁLISIS ESTÁTICO

La figura 6a muestra el valor máximo de esfuerzos que es de 223.5 MPa; la figura 6b muestra los resultados de desplazamiento generado que son +/-31.603 mm para el lado izquierdo y -39.6609 mm para el lado derecho.

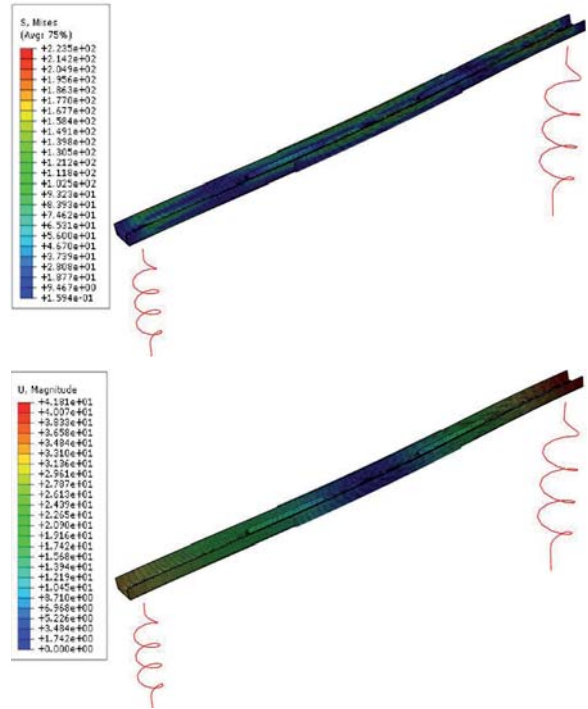


Fig. 6. Resultados de la simulación, (a) esfuerzo y (b) desplazamiento.

### MODELO DE ELEMENTO FINITO PARA LA OPTIMIZACIÓN

Una vez validada la metodología con la correlación del desplazamiento encontrado en la simulación y las pruebas experimentales, se realiza el modelo de elemento finito en el software Hypermesh para la optimización topológica, el cual está compuesto por 84 elementos Cpenta, 2 elementos Celas y 304,451 elementos hexaédricos de primer orden (figura 7).

Los puntos de fijación del dispositivo al cilindro así como al eje y el punto central de rotación son áreas de no diseño. Los elementos donde puede o no haber material están definidos por el área de diseño. Las condiciones de frontera son las descritas para el análisis estático en la figura 6. Los resultados de desplazamiento en el análisis estático son simétricos por lo que solo se analiza cuando el cilindro se desplaza hacia arriba.

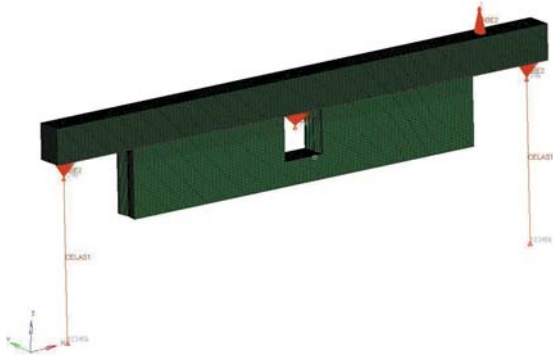


Fig. 7. Modelo de elemento finito para la optimización.

El objetivo de la optimización es disminuir el volumen con la restricción de que el esfuerzo sea menor al límite a la fatiga  $Se$ .<sup>10</sup>

$$Se = 0.5 Su \quad \text{para} \quad Su < 1378.9 \text{ MPa} \quad (8)$$

La ecuación 8 se modifica considerando el factor de confiabilidad  $C_R$ . Para una confiabilidad del 99.9999%, el valor es de 0.620.

$$Se_{,R} = (0.5Su) \times 0.620 = 0.31Su \quad (9)$$

Usando la ecuación 9 se obtiene el valor de límite a la fatiga corregido  $Se_{,R}$  que corresponde a 124 MPa. Considerando un factor de seguridad de 2.5 finalmente se obtiene la restricción de esfuerzo máximo en el dispositivo de 50 MPa.

## RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA

Los resultados de la optimización topológica son mostrados en la figura 8. Los elementos que no trabajan se van eliminando; por el tipo de carga algunos elementos centrales van desapareciendo.

A la geometría encontrada en la optimización topológica se le realizó una optimización de forma; para realizar esta optimización son definidas formas a la malla en el módulo de HyperMorph, definiendo los siguientes perfiles 101.6 x 101.6 mm y 50.8 x 50.8 mm; los vectores generados de cómo la malla se puede

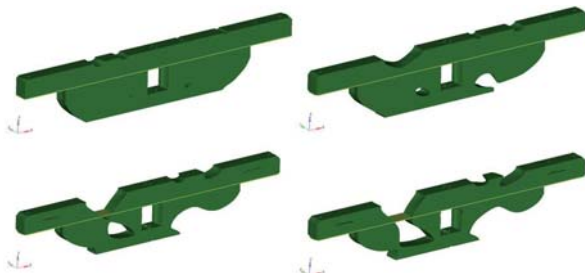


Fig. 8. Resultados de la optimización topológica.

mover son mostrados en la figura 9; las condiciones de frontera son las mismas que para la optimización topológica así como para el análisis estático.

Los resultados de la optimización de forma se muestran en la figura 10, se observa en el inciso a que todos los perfiles se pueden reducir en el ancho y en el inciso b se observa que el perfil superior también puede reducir su altura.

## MODELO DE ELEMENTO FINITO PARA EL ANÁLISIS ESTÁTICO LINEAL

Con el resultado de las optimizaciones topológicas y de forma, se determina el uso de un perfil de 101.6 x 50.8 mm de 4 mm de espesor con el cual se construye el modelo de elemento finito (figura 11),

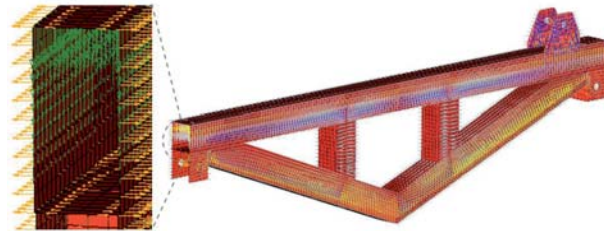


Fig. 9. Vectores para la optimización de forma.

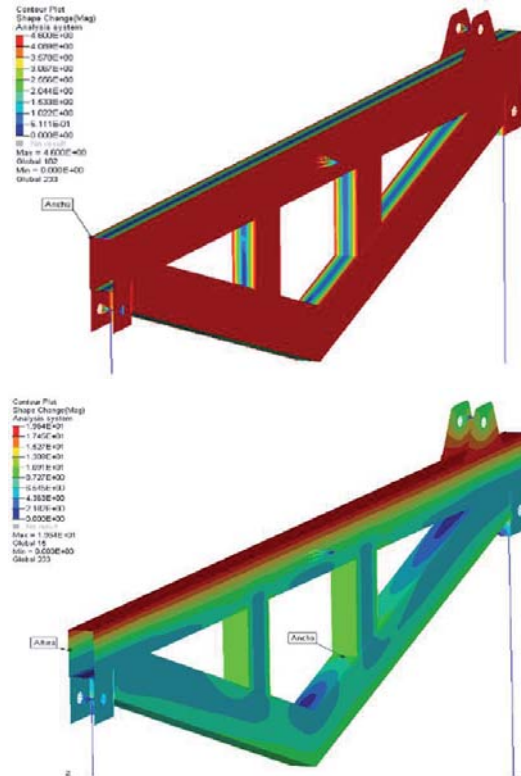


Fig. 10. Resultados de la optimización de forma.



Fig. 11. Modelo de elemento finito encontrado mediante optimización de forma.

el cual tiene las siguientes características 10,845 elementos CQUAD, 143 elementos TRIA y 2 elementos resortes.

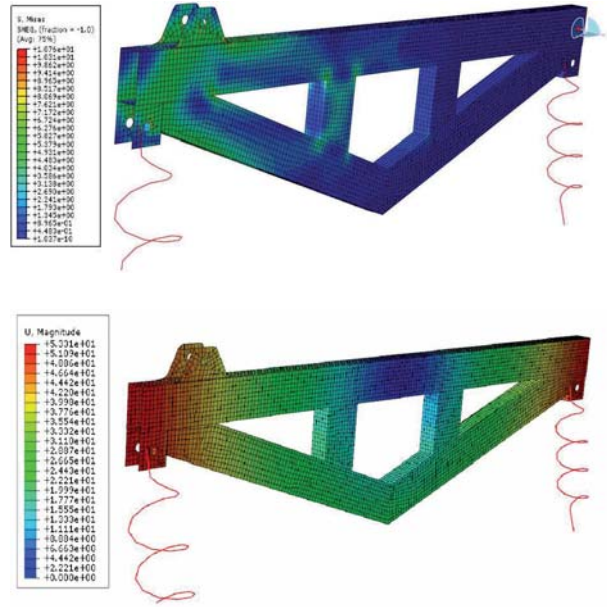


Fig. 12. Resultados del modelo final (a) esfuerzo, (b) desplazamiento.

## RESULTADOS DEL ANÁLISIS ESTÁTICO

Los resultados de esfuerzos son mostrados en la figura 12a el valor máximo del esfuerzo está en 10.7 MPa cumpliendo el objetivo de que el esfuerzo sea menor a 50 MPa. La figura 12b muestra el resultado del desplazamiento de 40.7 mm en los puntos donde se conecta el elemento resorte al dispositivo, logrando nuestra segunda y mas importante restricción de que el desplazamiento sea el mismo en ambos extremos.

## PRUEBAS EXPERIMENTALES

Para verificar el desplazamiento en el dispositivo se realiza una medición; la figura 13a muestra el dispositivo y los resultados son mostrados en la figura 13b: se obtiene un desplazamiento de 40.6 mm para el lado derecho y 40.34 mm para el lado izquierdo.

## DISCUSIÓN

Los resultados de esfuerzos son bajos comparados con el límite establecido, sin embargo la selección de una geometría diferente tenía como resultado que del lado izquierdo el desplazamiento fuera menor al del lado derecho del mismo; en el valor de 40.7 mm resultado del análisis numérico al compararlo con

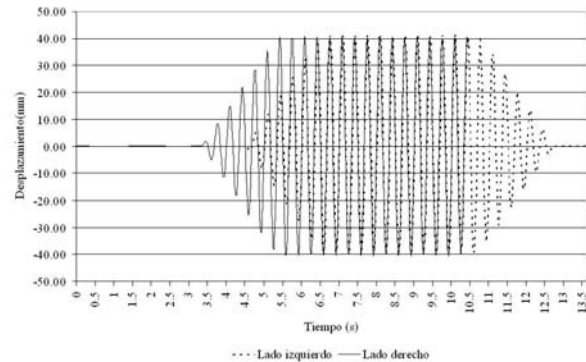
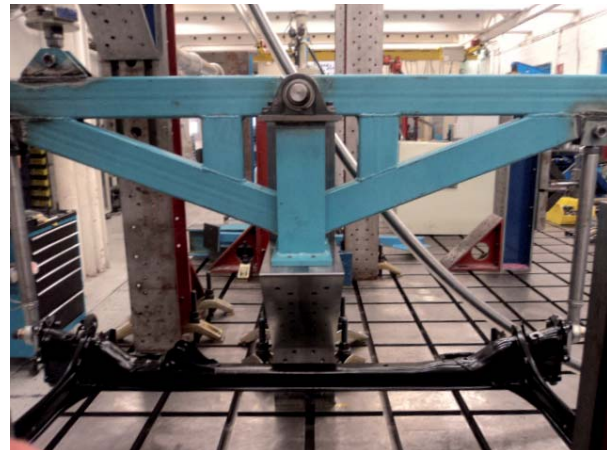


Fig. 13. Medición en dispositivo diseñado mediante optimización, (a) dispositivo y (b) resultado de la medición.

el análisis experimental se encontró una diferencia de 0.1 mm y 0.36 mm respectivamente y un error de 0.26 mm entre el lado derecho e izquierdo lo que se considera despreciable debido a la dispersión inherente a las pruebas de fatiga.

El incluir las restricciones de manufactura definiendo diferentes perfiles estructurales permite al ingeniero de diseño disminuir las variables a elegir, lo que permite reducir los tiempos de desarrollo. Sin embargo estos resultados se deben interpretar con experiencia de diseñador, ya que el programa entrega superficies en el caso de la optimización topológica la cual no puede reproducirse muchas veces debido a la complejidad de la misma lo que tendría como resultado una pieza fundida; para este caso de estudio se determinó un perfil estructural por los costos de fabricación del mismo. Para el caso de la optimización de forma el resultado es una variación de la variable, en este caso la altura y el ancho del perfil, el diseño final en un resultado es definido en conjunto con el programa y el diseñador.

## CONCLUSIONES

La optimización es un proceso interactivo que requiere juicio humano e intervención en el proceso para combinar la creatividad ingenieril con la velocidad computacional. La aportación del presente trabajo radica en la integración de optimizaciones de forma a los resultados de la optimización topológica con esto se acotaron los resultados y se combinaron el proceso de optimización con la creatividad del diseñador. La optimización de forma permite incorporar restricciones de manufactura obteniendo diseños factibles de fabricación. La validación de los diseños demuestra la confiabilidad de la aplicación de esta metodología para realizar optimización multiobjetivo considerando restricciones de manufactura.

## AGRADECIMIENTOS

MJM agradece el apoyo a desarrollo técnico de VWM por el apoyo para la realización de este trabajo.

## REFERENCIAS

1. M. Jimenez, J. Martinez, Durability tests, Proceedings of the 13th World Congress in Mechanism and Machine Science (IFTToMM), Guanajuato, México, 19-25 June, 2011, A23-537.
2. K.L Kotte, Betriebsfestigkeit Studienbrief, Technischen Universität Dresden, 1999, pp 23-64.
3. A. Fatemi, L. Yang, Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials, *Int. J Fatigue* 20, (1998) 9-34.
4. K. Saitou, K. Izui, S. Nishiwaki, P. Papalambros, "A Survey of Structural Optimization in Mechanical Product Development", *Transactions of the ASME* 5 (2005) p. p 214-226.
5. H. Eschenauer, N. Olhoff, Topology Optimization of Continuum Structures: A review, *Appl Mech Rev ASME* 54 (2001) 331-390.
6. M.F Ashby, Multiobjective Optimization in Material design and Selection, *Acta Metalurgica* 48 (2000) 359-369.
7. A. Albers, P. Häußler, K. Puchner, F. Fischer, W. Witteveen, B. Lauber, Topology optimization of dynamic loaded parts using multibody simulation and durability analysis. Institute für Produktenwicklung NAFEMS Seminar: Optimization in Structural Mechanics, Wiesbaden Germany April 27-28, (2005).
8. C.D Chapman, K. Saitou, M. J. Jakiela, "Genetic Algorithms as an approach to Configuration and Topology design", *Journal of Mechanical Design* 116 (1994), 1005-1012.
9. Optistruct V10.0, Altair Engineering Inc.
10. Y. Lee, J. Pan, R. B. Hathaway, M. Barkey, *Fatigue Testing and Analysis*, Elsevier Butterworth Heinemann, 2005. pp 126-138.