# Índices de seguridad para sistemas de potencia basados en equivalentes dinámicos de orden reducido

Eduardo Manuel Guardia Ramírez <sup>A</sup>,

Manuel Antonio Andrade Soto<sup>B</sup>, Ernesto Vázquez Martínez<sup>B</sup>

<sup>A</sup>Comité de Operacion Económica del Sistema Interconectado Nacional,

Lima, Perú

<sup>B</sup>Universidad Autónoma de Nuevo León, FIME

eguardia@coes.pe, manuel.andradest@uanl.edu.mx, evazquez.mtz@gmail.com

# RESUMEN

Este artículo presenta una técnica, basada en mediciones fasoriales, para clasificar jerárquicamente generadores síncronos, permitiendo la representación, en un plano ángulo-frecuencia, de las oscilaciones electromecánicas que se presentan en un sistema de potencia. Este marco analítico permite obtener modelos de orden reducido de un sistema de potencia radial, lo que hace posible evaluar la evolución del sistema a través de dos índices de seguridad basados en el criterio de áreas iguales. El método toma en cuenta el contenido modal de las señales medidas, capturándola de simulaciones de estabilidad transitoria. La eficiencia de la técnica presentada se estima por medio de simulaciones computacionales de los modelos estimados.

# PALABRAS CLAVE

Estimación de modelo inter-área, criterio de áreas iguales, estabilidad transitoria, modelo de orden reducido, medición fasorial.

# ABSTRACT

This paper presents a technique based upon phasor measurements, to hierarchically classify synchronous generators, allowing the representation, in an angle-frequency plane, of the electromechanical oscillations arising in a power system. This analytical framework is useful for obtaining a reducedorder model of a radial power system, making possible to evaluate the evolution of the system through two security indices based on the equal area criterion. The method takes into account the modal content of the measured signals, thus captured from transient stability simulations. The efficiency of this technique is determined by means of computer simulations of the estimated models.

## **KEYWORDS**

Inter-area mode estimation, equal area criterion, transient stability, reducedorder model, phasor measurement.

## INTRODUCCIÓN

La confiabilidad es un factor clave cuando se trata de la operación de un sistema de potencia.<sup>1</sup> Para tener un servicio confiable, la integridad de una red eléctrica debe mantenerse.

Aunque en las últimas dos décadas gran parte del interés se ha enfocado en la identificación y análisis de características modales electromecánicas a partir de datos medidos directamente del sistema de potencia,<sup>2</sup> ha sido hasta recientemente que la expansión de las mediciones fasoriales sincronizadas ha permitido a los operadores tomar acciones en tiempo real basándose en datos medidos.

Un modelo preciso de los procesos transitorios debe capturar características temporales dominantes de la dinámica del sistema observado y relacionar estas características con aspectos específicos de interés.<sup>3</sup> Esto es particularmente cierto en el desarrollo de sistemas de medición y control de área amplia, en los que el impacto específico de los dispositivos o eventos en el comportamiento dinámico del sistema debe ser adecuadamente analizado.<sup>4</sup>

Estudios anteriores, encontrados en la literatura, se han centrado en la identificación de los mecanismos para la inestabilidad y el análisis de la variabilidad de los datos medidos teniendo en cuenta mediciones fasoriales sincronizadas seleccionadas. Otros autores han desarrollado técnicas analíticas que buscan mantener la dinámica del sistema, al tiempo que reducen la complejidad de los modelos.

La metodología presentada en este artículo tiene por objeto representar una parte de un sistema de potencia como un equivalente de orden reducido y, a partir de éste, evaluar el nivel de seguridad del sistema en faltas graves. Lo anterior, utilizando la información sobre el estado operativo del sistema y la dinámica proporcionada por mediciones fasoriales.

Se incluye la comparación de los resultados numéricos obtenidos por el método propuesto empleando simulaciones numéricas. Se ha demostrado que el procedimiento propuesto tiene un gran atractivo y puede ser utilizado para la evaluación en línea de la seguridad del sistema eléctrico.

## Implementación de la Plataforma de Prueba

En esta sección se presenta la metodología para

la implementación de la plataforma de análisis propuesta.

Adecuadamente para la aplicación, los datos del estudio se procesaron utilizando una ventana deslizante, cuyo tamaño se consideró mayor que 50 muestras. Esto representa al menos 0.49 s de datos medidos por ventana (para un tiempo de muestreo  $\Delta t=10$  ms).

#### Agrupamiento Jerárquico

En este trabajo, se utilizó la herramienta de agrupamiento jerárquico aglomerativo.<sup>5,6</sup> Con esta herramienta es posible determinar la ubicación eléctrica de los generadores síncronos de acuerdo a la zona a la que corresponden mediante la evaluación de su oscilación coherente. Para esto, la matriz de medición, M, se define como

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix}$$
(1)

con

 $m_i = \begin{bmatrix} \theta_i & f_i \end{bmatrix}$ (2)

donde  $\theta_i$  y  $f_i$  son el ángulo de voltaje y la frecuencia del *i*-ésimo bus de generación, respectivamente, y *n* es el número de buses generación.

El centro eléctrico de un sistema de energía es análogo al centro de masa de un sistema de partículas<sup>5</sup>. Esto puede ser demostrado por el hecho de que la dinámica de ambos sistemas es descrita por la segunda ley del movimiento de Newton. La estrecha relación entre un sistema eléctrico y uno mecánico se muestra en la tabla I.

En consecuencia, el vector de constantes inercia, *H*, para las *n* partículas análogas correspondientes a los *n* generadores está dado por

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix}.$$
(3)

Tabla I. Analogía entre sistemas eléctricos y sistemas mecánicos.

Sistema Mecánico	Sistema Eléctrico		
Masa ( <i>m</i> )	constante de inercia (H)		
Coordenadas (x, y)	Atributos (θ, <i>f</i> )		
Centro de masa	Centro Eléctrico		

Del mismo modo, de acuerdo con (2), el vector de atributos, *A*, está dado por

$$A = \begin{bmatrix} \theta_1 + jf_1 \\ \vdots \\ \theta_n + jf_n \end{bmatrix}, \tag{4}$$

donde *j* es la unidad imaginaria. El centro eléctrico, en un dominio bidimensional, se calcula entonces de la siguiente manera:

$$c_{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} H_{i} \operatorname{Re}\{A_{i}\}}{\sum_{i=1}^{n} H_{i}},$$

$$c_{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} H_{i} \operatorname{Im}\{A_{i}\}}{\sum_{i=1}^{n} H_{i}}.$$
(5)

## Estimación del Modelo Inter-área

El método de estimación del modelo inter-área  $(IME)^{7-9}$  permite estimar los parámetros eléctricos de un sistema de potencia de orden reducido de dos áreas a partir de las mediciones fasoriales de los voltajes y corrientes en la interconexión. El método calcula las constantes de inercia (*H*), reactancias equivalentes (*x*), y voltajes internos y ángulos (E,  $\delta$ ) de los generadores para la red equivalente correspondiente. Se puede simplificar un gran sistema eléctrico radial preservando al mismo tiempo sus características dinámicas con una precisión aceptable. Se asumen modelos clásicos de los generadores síncronos y líneas de transmisión de parámetros concentrados para el modelado del sistema equivalente.

La figura 1 muestra un gran sistema eléctrico radial y su equivalente de orden reducido. En este caso,  $E_1$  y  $E_2$  son los voltajes internos de los generadores equivalentes de modelo clásico,  $z_1$  y  $z_2$ son las impedancias equivalentes para cada área, y  $z_e$  es la impedancia de la línea de enlace. Para poder hacer uso de esta técnica de estimación, es necesario disponer de mediciones fasoriales de los voltajes de los nodos de envío y recepción, así como la corriente a través de la interconexión.

El método IME se compone de dos etapas principales: el método de extrapolación de reactancia (estimación de la reactancia equivalente para cada



Fig. 1. Gran sistema de potencia radial: (a) sistema completo y (b) equivalente de orden reducido de dos áreas.

área,  $x_1$  y  $x_2$ ) y la estimación de las inercias de las máquinas equivalentes ( $H_1$  y  $H_2$ ).

La ecuación de oscilación global del sistema, despreciando el amortiguamiento y las pérdidas, está dada por

$$\dot{\delta} = \Omega \omega_{2} \frac{H_{1}H_{2}}{H_{1} + H_{2}} \dot{\omega} = \frac{H_{2}P_{m1} - H_{1}P_{m2}}{H_{1} + H_{2}} - \frac{E_{1}E_{2}}{x_{1} + x_{2} + x_{e}} \operatorname{sen} \delta, \qquad (6)$$

donde  $\omega = \omega_1 - \omega_2$  es la velocidad angular de las máquinas equivalentes y  $\delta = \delta_1 - \delta_2$  es la diferencia de los ángulos de los voltajes internos.

Con el fin de representar con exactitud un gran sistema radial de potencia con un modelo de orden reducido, es necesario calcular todos los parámetros equivalentes que aparecen en (6).

#### Extrapolación de reactancias

Como un primer paso, el voltaje en el enlace se expresa como una función de la impedancia. La figura 2 muestra un circuito básico donde los puntos extremos A y B representan los nodos internos de cada área equivalente. C es un punto en cualquier lugar de la línea A–B con una impedancia z=r+jxvista desde B.



Fig. 2. Circuito simplificado de un sistema de dos áreas.

Supongamos que  $\tilde{I}$  es el fasor de corriente de A a B, por lo tanto el voltaje en el punto C está dado por

$$\tilde{V}(r,x) = \tilde{E}_2 + (r+jx)\tilde{I}$$

$$= E_2 + \frac{r+jx}{r'_e+j'_e} (E_1\cos\delta + jE_1\sin\delta - E_2)$$

$$= E_2(1-a) + E_1(a\cos\delta - b\sin\delta)$$

$$+ j(E_1(b\cos\delta + a\sin\delta - bE_2)),$$
(7)

donde

$$a = \frac{rr'_{e} + xx'_{e}}{r'_{e}^{2} + x'_{e}^{2}},$$
  

$$b = \frac{xr'_{e} - rx'_{e}}{r'_{e}^{2} + {x'_{e}^{2}}}.$$
(8)

La magnitud del fasor se define como

$$V(r,x) = \left| \tilde{V}(r,x) \right|$$
  
=  $\sqrt{c + 2E_1E_2 \left( (a - a^2 - b^2) \cos \delta - b \sin \delta \right)}$  (9)  
=  $V(a,b,\delta)$ ,

donde

$$c = E_2^2 \left( b^2 + (1-a)^2 \right) + E_1^2 \left( a^2 + b^2 \right)$$
(10)  
es una constante.

Linealizando (6) y (9) en el punto de equilibrio  $(\delta_{0}, \omega_{0}=0, V_{ss})$  se tiene

$$\Delta \delta = \Omega \Delta \omega,$$
  

$$2H\Delta \dot{\omega} = \frac{E_1 E_2}{z_m (H_1 + H_2)} (H_2 \operatorname{sen}(\delta_0 + \alpha) - H_1 \sin(\delta_0 - \alpha)) \Delta \delta,$$
(11)

$$\Delta V(x) = \frac{-E_1 E_2 \sin \delta_0 \left(a - a^2 - b^2\right) - b \cos \delta_0}{V(a, b, \delta_0)} \Delta \delta.$$

Si la resistencia  $r'_{\rm e}$  se desprecia, entonces

$$a = \frac{x}{x'_e},$$

$$b = 0,$$
(12)

y (11) se simplifica como

$$\Delta V(a,\delta) = -E_1 E_2 \operatorname{sen} \delta_0 \frac{a(1-a)}{V(a,\delta_0)} \Delta \delta.$$
(13)

Considere el sistema con un nodo intermedio mostrado en la figura 3. La amplitud del voltaje oscilatorio para cada nodo, en el tiempo  $t=t_0$ , se representa como  $V_{im}$ , i=1,2,3. Los voltajes oscilatorios  $V_{im}$  se asocian a un modo oscilatorio inter-área y fueron calculados utilizando el método de trazo de la función generalizado (GPoF).<sup>10</sup> Mientras que las estimaciones modales se pueden obtener con una amplia gama de herramientas de descomposición<sup>11</sup> (por ejemplo la transformada rápida de Fourier, el algoritmo de clasificación de múltiples señales, el método de Prony, el algoritmo de realización de eigensistemas), el método GPoF mostró tener la mejor eficiencia computacional y la mejor respuesta ante ruido.<sup>12-14</sup>



Fig. 3. Sistema de potencia radial con bus intermedio.

Definiendo

$$A = -E_1 E_2 \operatorname{sen} \delta_0 \Delta \delta(t_0), \qquad (14)$$

el voltaje normalizado en el *i*-ésimo nodo se calcula como

$$V_{in} = V_{im}V_{iss} = A(1 - a_i)a_i,$$
 (15)

donde  $V_{iss}$  es el voltaje de estado estacionario en el *i*-ésimo nodo medido antes de una perturbación, y

$$a_{1} = \frac{x_{2} + x_{e}}{x_{1} + x_{e} + x_{2}},$$

$$a_{2} = \frac{x_{2}}{x_{1} + x_{e} + x_{2}},$$

$$a_{3} = \frac{x_{2} + \frac{x_{e}}{2}}{x_{1} + x_{e} + x_{2}}.$$
(16)

Suponiendo, por simplicidad, que el nodo 3 está situado a medio camino entre los nodos 1 y 2, entonces

$$\tilde{V}_{3} = \tilde{V}_{1} - j \frac{z_{e}}{2} \tilde{I}.$$
(17)

El voltaje  $\tilde{V}_3$  puede ser tanto un voltaje medido como uno estimado. En este trabajo se supone que es una cantidad medida.

Resolviendo para A en (15) y reordenando, se tiene

$$V_{1n}(1-a_2)a_2 = V_{2n}(1-a_1)a_1,$$
  

$$V_{3n}(1-a_1)a_1 = V_{1n}(1-a_3)a_3.$$
(18)

Por lo tanto, las reactancias  $x_1$  y  $x_2$  se calculan mediante la solución numérica del sistema de ecuaciones no lineales dado por (16) y (18).

### Cálculo de los voltajes internos

Una vez que las reactancias equivalentes,  $x_1 y x_2$ , se han estimado, el cálculo de los voltajes internos es sencillo, ya que las mediciones fasoriales de  $\tilde{V}_1$ ,  $\tilde{V}_2$  e  $\tilde{I}$  están disponibles. Según la ley de voltajes de Kirchhoff, los voltajes internos están dados por

$$E_{1} = V_{1} + jx_{1}I,$$

$$\tilde{E}_{2} = \tilde{V}_{2} - jx_{2}\tilde{I}.$$
(19)

# Estimación de las constantes de inercia equivalentes

Con el fin de calcular las constantes de inercia equivalentes  $H_1$  y  $H_2$  es necesario relacionar la frecuencia de modo inter-área con los parámetros del sistema. Esto se hace linealizando (11) y resolviéndola para la frecuencia de modo inter-área (en Hz) de la siguiente manera:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E_1 E_2 \Omega \left(H_2 \sin(\delta_0 + \alpha) - H_1 \sin(\delta_0 - \alpha)\right)}{2(H_1 + H_2)Hz_m}},$$
(20)

donde  $\Omega = 2\pi f$ .

Resolviendo para la constante de inercia equivalente H, resulta

$$H = \frac{E_1 E_2 \Omega \left( H_2 \sin(\delta_0 + \alpha) - H_1 \sin(\delta_0 - \alpha) \right)}{2(H_1 + H_2) z_m (2\pi f)^2}.$$
 (21)

Si se desprecia la resistencia de la línea, entonces  $\alpha \approx \pi/2$  rad y (21) toma la siguiente forma:

$$\frac{H_1H_2}{H_1+H_2} = \frac{E_1E_2\cos\delta_0\Omega}{2(x_1+x_e+x_2)(2\pi f)^2}.$$
 (22)

La frecuencia del modo inter-área f se calcula a partir de las señales de voltaje utilizando el método GPoF discutido anteriormente.

Por otra parte, utilizando el concepto de momento angular total

$$L = 2H_{1}\omega_{1} + 2H_{2}\omega_{2} = \int (H_{1}\omega_{1} + H_{2}\omega_{2}) dt$$
  
=  $\int (P_{m1} - P_{e1} + P_{m2} - P_{e2}) dt = 0$  (23)

y despreciando las pérdidas y el efecto de amortiguamiento, se tiene

$$\frac{H_1}{H_2} = -\frac{\omega_2}{\omega_1}.$$
(24)

Aunque ni  $\omega_1$  ni  $\omega_2$  puede obtenerse de forma directa a partir de las mediciones fasoriales, pueden calcularse de las frecuencias de los voltajes de los buses  $\xi_1$  y  $\xi_2$  de la siguiente manera:

$$\xi_{1} = \frac{a_{1}\omega_{1} + b_{1}(\omega_{1} + \omega_{2})\cos(\delta_{1} - \delta_{2}) + c_{1}\omega_{2}}{a_{1} + 2b_{1}\cos(\delta_{1} - \delta_{2}) + c_{1}},$$
(25)

donde

$$a_{1} = E_{1}^{2} (1 - r_{1})^{2}, \quad b_{1} = E_{1} E_{2} r_{1} (1 - r_{1}),$$
  
$$c_{1} = r_{1}^{2} E_{2}^{2}, \qquad r_{1} = \frac{x_{1}}{x_{1} + x_{e} + x_{2}}.$$

De manera similar

$$\xi_{2} = \frac{a_{2}\omega_{1} + b_{2}(\omega_{1} + \omega_{2})\cos(\delta_{1} - \delta_{2}) + c_{2}\omega_{2}}{a_{2} + 2b_{2}\cos(\delta_{1} - \delta_{2}) + c_{2}}, \quad (26)$$

donde

$$a_{2} = E_{1}^{2}(1-r_{2})^{2}, \quad b_{2} = E_{1}E_{2}r_{2}(1-r_{2}),$$
  
$$c_{2} = r_{2}^{2}E_{2}^{2}, \qquad r_{2} = \frac{x_{1}+x_{e}}{x_{1}+x_{e}+x_{2}}.$$

Las frecuencias de los voltajes de bus se calculan mediante el procesamiento de los ángulos de voltajes de bus utilizando un filtro derivativo. Después, estas señales son post-procesadas utilizando el algoritmo GPoF con el fin de tener sólo la componente del modo oscilatorio inter-área, como se muestra en la figura 4.

Al resolver numéricamente (25) y (26) para  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , y posteriormente resolver (22) y (24), es posible calcular los valores de las constantes de inercia equivalentes  $H_1$  y  $H_2$ .

#### Índices de Seguridad

Se proponen dos índices basados en el criterio de áreas iguales con el fin de determinar el límite de estabilidad de primera oscilación de un sistema de potencia radial. Asumimos en esta sección que el sistema en estudio puede reducirse a la forma mostrada en la figura 1, los generadores equivalentes se representarán por el modelo clásico, y todas las pérdidas se desprecian.

Para propósitos de análisis, se supone que la potencia mecánica se mantiene constante durante el



Fig. 4. Ángulos, frecuencias y componentes modales de los voltajes de bus: línea continua, bus 1, línea discontinua, bus 2. Se consideran fallas trifásicas sólidas para formular los índices propuestos, ya que son éstas las que tienen el mayor impacto en la estabilidad del sistema de potencia.

tiempo de estudio y es igual a la potencia eléctrica antes de la perturbación.

Se puede demostrar que es posible evaluar la estabilidad transitoria del sistema en primera oscilación mediante el análisis de sólo la curva ángulo-potencia correspondiente a un único generador<sup>7,8</sup>, como indica.

$$\delta = \Omega \omega,$$

$$2 \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \dot{\omega} = P_{m1} - \frac{E_1 E_2}{x_1 + x_2 + x_e} \operatorname{sen} \delta,$$
(27)

 $con \delta = \delta_1 - \delta_2$ .

Por lo tanto, la curva ángulo-potencia asociada a (27) es suficiente para evaluar la estabilidad de todo el sistema.

Se hicieron las siguientes suposiciones:

Como los generadores se supusieron representados por modelos clásicos, los voltajes internos se asumen constantes.

Los parámetros estimados  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_e$ ,  $H_1$  y  $H_2$  se mantendrán constantes mientras se realiza el cálculo de los índices de seguridad.

De acuerdo con lo anterior, las curvas ángulopotencia no cambian durante el tiempo de estudio.

Las fallas aplicadas se liberan después de un tiempo de liberación  $t_c=83$  ms sin cambiar la topología de la red, por lo tanto las curvas ángulopotencia de pre- y post-falla son idénticas.

## Índice de Seguridad 1

La idea es estimar  $\hat{\delta}$  de tal manera que maximiza la potencia transmitida (véase la figura 5), por lo tanto,

$$P_{\rm e} = \frac{E_1 E_2}{x_1 + x_2 + x_{\rm e}} \operatorname{sen} \delta \Big|_{\hat{s} = \hat{s}} \to \max, \qquad (28)$$

sujeto a

$$\int_{\hat{\delta}}^{\hat{\delta}+\delta_{\rm c}} (P_{\rm e} - P_{\rm e\ falla}) d\delta - \int_{\hat{\delta}+\delta_{\rm c}}^{\delta_{\rm max}} (P_{\rm e\ post} - P_{\rm e}) d\delta = 0, \ (29)$$

donde

$$\delta_{\rm c} = \hat{\delta} + \frac{\omega_0 P_{\rm ac}}{4H} t_{\rm c}^2, \tag{30}$$

y suponiendo una falla trifásica sólida  $P_{ac} = P_m = P_e$ .



Fig. 5. Criterio de áreas iguales aplicado a la estimación de índices de seguridad.

Así, el índice de seguridad propuesto para la máxima transferencia de potencia, SI1, se define como

$$\mathrm{SI1} = \left(1 - \frac{P_{\mathrm{e0}}}{P_{\mathrm{e \ lim}}}\right),\tag{31}$$

donde  $P_{e0}$  es la potencia eléctrica a través de la interconexión antes de una perturbación, y  $P_{e \text{ lim}}$  es la potencia máxima estimada que el sistema es capaz de transmitir antes de perder la estabilidad.

Este algoritmo calcula el límite de transferencia de potencia admisible y la expresa como un índice. De esta manera, el operador puede tener una idea clara de la cantidad de energía que todavía se puede transmitir sin comprometer la estabilidad del sistema.

#### Índice de Seguridad 2

En esta sección, se propone un criterio para el tiempo de liberación de falla, basado en el ángulo crítico y la curva ángulo-potencia de post-falla.

Si la curva paramétrica C dada por

$$f(\delta) = \delta$$
  $g(\delta) = P_{\text{máx}} \text{ send}$   $a \le \delta \le b$ , (32)  
donde

$$P_{\text{máx}} = \frac{E_1 E_2}{x_1 + x_2 + x_3},$$
(33)

es suave en el intervalo [a,b], entonces se puede demostrar que su longitud está dada por

$$s = \int_{a}^{b} \sqrt{1 + \left(P_{\text{máx}} \cos \delta\right)^{2}} \, d\delta.$$
(34)

La longitud  $s: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  fue elegida para mapear las curvas ángulo-potencia a distancias angulares escalares como se muestra en la figura 6. Nótese que aunque  $\delta_c - \delta_b = \delta_b - \delta_a$ , la longitud  $\delta_{a-b}$  no es igual a la longitud  $\delta_{b-c}$ .



Fig. 6. Longitud de una curva paramétrica C.

La distancia crítica,  $S_c$ , se define como

$$s_{\rm c} = \int_{\delta_{\rm relé}}^{\delta_{\rm c}} \sqrt{1 + \left(P_{\rm máx}\cos\delta\right)^2} \, d\delta, \tag{35}$$

donde  $\delta_{\text{relé}}$  es el ángulo en que la falla se puede liberar por el relé de protección, y  $S_c$  es el ángulo crítico.

Además, la distancia máxima,  $S_{máx}$ , se define como

$$s_{\text{máx}} = \int_{\delta_{\text{relé}}}^{\delta_{\text{máx}}} \sqrt{1 + \left(P_{\text{máx}}\cos\delta\right)^2} \ d\delta, \tag{36}$$

donde  $\delta_{\text{máx}}$ ,  $\frac{\pi}{2} \leq \delta_{\text{máx}} \leq \pi$ , es el ángulo en el que la potencia mecánica y la curva de potencia eléctrica post-falla se intersecan.

Por lo tanto, el índice de seguridad, para un máximo tiempo de despeje de falla, SI2, se define como

$$SI2 = \left(\frac{s_{\rm c}}{s_{\rm máx}}\right). \tag{37}$$



Fig. 7. Sistema de estudio de dos áreas y cuatro máquinas.

#### Aplicación

El sistema de estudio es un sistema de dos áreas que consta de cuatro generadores de 900 MVA y 20 kV, dos generadores por área como se muestra en la figura 7. Los parámetros de los generadores son:  $x'_{d}$ , =0.25 pu, *H*=6.5 s en la base de sus MVA y kV nominales.

Los parámetros de la red de 230 kV aparecen en la tabla II en una base de 900 MVA. Cada transformador elevador tiene una reactancia x=0.15 pu en una base de 900 MVA.

Tabla II. Parámetros de la red.

Bus de envío	Bus de recepción	Reactancia, <i>x</i> (p.u.)		
1	3	0.495		
1	6	0.090		
1	8	0.045		
2	3	0.495		
2	11	0.090		
2	13	0.045		
5	6	0.225		
10	11	0.225		

La tabla III muestra el punto de operación del sistema, con una transferencia de potencia entre áreas de 300 MW.

El análisis comprende dos escenarios: el análisis de la estabilidad transitoria del sistema después de una gran perturbación y la respuesta dinámica<sup>16</sup> ante pequeñas perturbaciones aleatorias. Se realizaron simulaciones utilizando el toolbox PSAT para MATLAB con el fin de comparar el comportamiento dinámico del modelo de orden reducido con la respuesta del sistema de prueba.

Tabla III. Solución de flujo de cargas para la red predisturbio.

Bus	Voltaje de bus (p.u.)	Pgen (MW)	Pcarga (MW)	Qcarga (MW)	
1	0.9597	-	-	-	
2	0.9511	-	-	-	
3	0.9390	-	-	-	
4	1.05	588.29	-	-	
5	1.0193	-	-	-	
6	0.9903	-	-	-	
7	1.05	690.25	-	-	
8	0.9536	-	972.99	90.33	
9	1.05	594.0	-	-	
10	1.0177	-	-	-	
11	0.9866	-	-	-	
12	1.05	594.0	-	-	
13	0.9431	-	1485.5	88.95	

#### Caso 1: Análisis de Estabilidad Transitoria

Para el caso de estudio 1, se aplicó una falla trifásica en la mitad de la interconexión (bus 3). La falla se liberó después de 5 ciclos. Esta falla es capaz de excitar los modos electromecánicos del sistema de potencia, como se ve en las oscilaciones de la potencia transmitida a través de la interconexión mostrada en la figura 8. La figura muestra también, la magnitud, el ángulo del voltaje en los nodos 1, 2 y 3.

Aunque se llevó a cabo una simulación de 10 segundos, se utilizaron ventanas estudio de 2 segundos (200 muestras), como se mencionó anteriormente. El proceso de agrupamiento de los generadores se muestra en la figura 9. En este caso, el plano de fase presenta la respuesta oscilatoria de generadores de frecuencias y ángulos.

Con la topología del sistema definida por el proceso de agrupamiento, se inicia la estimación de los parámetros del modelo equivalente reducido. La frecuencia del modo inter-área se calcula en cada ventana de estudio usando el método GPoF con el fin de obtener los voltajes modales como se muestra en la figura 10.



Fig. 8. Potencia transmitida, magnitudes y ángulos de voltajes (línea continua, bus 1, línea discontinua, bus 2, línea de puntos, bus 3) tras el despeje de una falla trifásica.



Fig. 9. Agrupamiento de los generadores en un plano de fase (ángulo vs. frecuencia): (a) ventana de análisis 1 (1-3 s), (b) ventana de análisis 2 (3-5 s), (c) ventana de análisis 3 (5-7 s), (d) ventana de análisis 4 (7-9 s).

La componente modal de los ángulos de tensión se muestra en la figura 11. Una vez que se estima el modelo reducido, es posible calcular los índices de seguridad en una base ventana por ventana. Estos índices se muestran en la tabla IV, así como la frecuencia estimada del modo inter-área.

La respuesta dinámica del modelo reducido se compara con la respuesta dinámica correspondiente del modelo de orden completa como se muestra en la figura 12.



Fig. 10. Voltajes modales en los buses 1 (línea continua), 2 (línea discontinua) y 3 (línea de puntos).



Fig. 11. Ángulo de los voltajes modales en los buses 1 (línea continua), 2 (línea discontinua) y 3 (línea de puntos).

Tabla IV. Frecuencia estimada del modo inter-área e índices de seguridad para el caso 1

Ventana de análisis	Frecuencia modal (Hz)	Índice de seguridad 1 (p.u.)	Índice de seguridad 2 (p.u.)		
1	0.6196	0.4451	0.4044		
2	0.5739	0.4325	0.3923		
3	0.5651	0.4105	0.3745		
4	0.5745	0.4073	0.3724		

### Caso 2: Respuesta del Sistema a Perturbaciones Pequeñas

En esta sección, la plataforma de análisis se prueba para pequeñas perturbaciones aleatorias que se producen durante la operación normal del sistema. Se evaluaron tres ventanas de estudio (300 muestras por ventana). La figura 13 muestra la potencia de la interconexión, la magnitud y los ángulos de los voltajes de los nodos 1, 2 y 3, mientras que la figura 14 muestra las frecuencias de los buses de



Fig. 12. Comparación de la respuesta dinámica del modelo completo (línea continua) con respecto a la del modelo de orden reducido (línea discontinua).

generación para la respuesta del sistema a pequeñas perturbaciones mientras se transmiten 300 MW.

Después del agrupamiento jerárquico, con el fin de calcular los índices de seguridad, se estimaron los parámetros reducidos del sistema. La tabla V muestra los parámetros del modelo de orden reducido para el sistema, así como el agrupamiento jerárquico de los generadores. Se puede observar que los parámetros estimados del caso 2 son muy próximos a los estimados para el caso 1.

La metodología propuesta logra resultados precisos sin la necesidad de que ocurra una perturbación en el sistema, es decir, la plataforma de análisis es capaz de estimar los parámetros de orden reducido y los índices de seguridad con sólo la respuesta de estabilidad dinámica del sistema de potencia.

Para el caso 2, el sistema tiene un índice medio de seguridad 1 SI1<sub>medio</sub>=0.4246 pu. Es decir, el sistema tiene un margen de potencia de transmisión del 42.46% en comparación con el límite de potencia estimada de 0.5811 pu. En otras palabras, es posible enviar 0.247 pu adicionales a través de la interconexión antes de perder la estabilidad.

A fin de conocer la exactitud de la estimación de límite de potencia, se llevaron a cabo varias simulaciones. La potencia máxima que el sistema fue capaz de transmitir a través de la interconexión

Caso	Ventana de análisis	Área 1	Área 2	x <sub>1</sub> (p.u.)	x <sub>2</sub> (p.u.)	H <sub>1</sub> (S)	H <sub>2</sub> (S)	<i>Е</i> 1 (р.и.)	<i>Е</i> 2 (р.и.)	δ <sub>1</sub> (deg)	δ <sub>2</sub> (deg)	SI <sub>1</sub> (p.u.)	SI <sub>2</sub> (p.u.)
	1	$G_1, G_2$	$G_3, G_4$	0.4501	0.0023	15.9081	12.8802	1.0055	0.9513	17.6966	-12.6520	0.4451	0.4044
1	2	$G_1, G_2$	$G_3, G_4$	0.4467	0.0545	16.0654	15.7804	1.0051	0.9545	17.6329	-13.7566	0.4325	0.3923
	3	$G_1, G_2$	$G_3, G_4$	0.4806	0.0905	19.5808	12.9060	1.0095	0.9569	18.2733	-14.5125	0.4105	0.3745
	4	$G_1,G_2$	$G_3, G_4$	0.5247	0.0575	18.6534	12.5056	1.0154	0.9547	19.1001	-13.8199	0.4073	0.3724
2	1	$G_1, G_2$	$G_3, G_4$	0.4817	0.0487	17.7730	15.6803	1.0096	0.9541	18.2953	-13.6339	0.4256	0.3859
	2	$G_1, G_2$	$G_3, G_4$	0.4817	0.0486	19.1571	14.9459	1.0096	0.9541	18.2945	-13.6305	0.4259	0.3860
	3	G1,G2	G <sub>3</sub> ,G <sub>4</sub>	0.4817	0.0487	17.9170	15.5720	1.0096	0.9541	18.2938	-13.6338	0.4256	0.3859

Tabla V. Reducción de orden del sistema de prueba e índices de seguridad.



Fig. 13. Potencia transmitida, magnitudes y ángulos de voltajes (línea continua, bus 1, línea discontinua, bus 2, línea de puntos, bus 3) sin una gran perturbación en la red.



Fig. 14. Frecuencia de buses de generación: bus 1, línea continua; bus 2, línea discontinua; bus 3, línea de puntos; bus 4, línea de puntos y rayas.

antes de perder la estabilidad resultó ser 0.644 pu, es decir, un índice de seguridad 1 SI1=0.4828 pu, con un error del 9.7%.

Además, el sistema tiene un índice medio de seguridad 2 SI1<sub>medio</sub>=0.3859 pu. Esto significa que la protección de la línea de enlace tiene un margen de tiempo máximo eficaz de 38.59% para liberar la falla con respecto a  $s_{máx}$ . Es decir, el ángulo medio del sistema de orden reducido  $\delta_{0medio}$ =1.361 rad, lo que equivale a un tiempo crítico de liberación  $t_{cmedio}$ =407 ms (24 ciclos), mientras que el tiempo crítico de liberación del sistema de modelo de orden completo  $t_{cmedio}$ =416.7 ms (25 ciclos), es decir, un error del 4%.

### CONCLUSIONES

Los resultados presentados muestran que la agrupación jerárquica así como el uso de modelos de orden reducido permiten la estimación de índices de seguridad precisos que indican la potencia restante a ser transmitida y los tiempos de máximos permisibles de liberación de fallas sin que el sistema de potencia pierda la estabilidad en el sentido de primera oscilación.

El algoritmo GPoF como herramienta de extracción modal mostró ventajas computacionales, así como una mejor respuesta ante el ruido en comparación con otras técnicas de descomposición de la señal, por ejemplo el método de Prony, los métodos basados en Fourier, el algoritmo de realización de eigensistemas, o el algoritmo de clasificación de múltiples señales.

La plataforma de análisis propuesta muestra un buen desempeño, siendo capaz de estimar el límite de transferencia de potencia en líneas de enlace. Ésta es información crítica para la operación exitosa del sistema, ya que el operador sabría de antemano que tan cerca está el sistema de perder la estabilidad.

## REFERENCIAS

- 1. P. M. Anderson y A. A. Fouad, Power System Control and Stability, 2a ed. New York: IEEE Press; Wiley-Interscience, 2003.
- J.W. Pierre, D. J. Trudnowski, y M. K. Donnelly, Initial results in electromechanical mode identification from ambient data, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 3, pp. 1245–1251, 1997.
- 3. J. F. Hauer, Identification of power system models for large scale damping control, en Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control, Dic. 1989, pp. 1841–1846 vol. 2.
- A. R. Messina, V. Vittal, D. Ruiz-Vega, y G. Enriquez-Harper, Interpretation and visualization of wide-area PMU measurements using Hilbert analysis, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 21, no. 4, pp. 1763–1771, 2006.
- A. G. Phadke y J. S. Thorp, Monitoring and simulating real-time electric power system operation with phasor measurement, Oak Ridge National Lab., Tennessee, Reporte TécnicoDE95008102, Ene. 1995.
- 6. R. O. Duda, P. E. Hart, y D. G. Stork, Pattern Classification, 2a ed. New York: Wiley, 2001.
- L. Vanfretti, Notions of phasor measurement based power system model reduction of large power systems, tesis de maestría, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, Ago. 2007.
- A. Chakrabortty, Estimation, analysis and control methods for large-scale electric power systems using synchronized phasor measurements, tesis doctoral, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, Jul. 2008.

- 9. A. Chakrabortty y J. H. Chow, Synchronized phasor data estimation of dynamic parameters for radial power system transfer path with voltage reinforcement, 11th Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Mar. 2009.
- 10.Y. Hua y T. K. Sarkar, Generalized pencilof-function method for extracting poles of an EM system from its transient response, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 37, no. 2, pp. 229–234, 1989.
- 11.J. J. Sanchez-Gasca y J. H. Chow, Performance comparison of three identification methods for the analysis of electromechanical oscillations, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, no. 3, pp. 995–1002, 1999.
- 12. Y. Hua y T. K. Sarkar, Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/ undamped sinusoids in noise, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 38, no. 5, pp. 814–824, 1990.
- 13.G. K. Venayagamoorthy, U. O. Aliyu, J. H. Chow, y J. J. Sanchez-Gasca, Modal extraction with three different methods for the Nigerian power system, 2005 International Conference on Power System Operations and Planning, Mayo 2005, pp. 61–66.
- 14.W.-C. Chen, Identification of objects using complex resonances, tesis de maestría, University of Queensland, School of Information Technology and Electrical Engineering, Brisbane St. Lucia, QLD; Australia, Mayo 2003.
- 15. M. Klein, G. J. Rogers, y P. Kundur, A fundamental study of inter-area oscillations in power systems, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, no. 3, pp. 914–921, 1991.
- 16.P. Kundur, Power System Stability and Control, N. J. Balu y M. G. Lauby, Eds. New York: McGraw-Hill, 1994.