

# Estudio del amortiguamiento por fricción seca en aislantes antivibratorios de cable

Michelle Guzmán Nieto, Diego Francisco Ledezma Ramírez, Pablo Ernesto Tapia González.

## RESUMEN

*Las vibraciones mecánicas son un fenómeno que produce efectos negativos a estructuras, maquinaria y personas, y el aislamiento vibratorio es uno de los métodos de control más usados para erradicar sus consecuencias. Los dispositivos conocidos como resortes de cable son utilizados por sus altas capacidades de almacenaje y disipación de energía causada por fricción seca en aplicaciones extremas, como vibración por impactos. Se presenta en este trabajo un análisis experimental sobre la cuantificación del amortiguamiento por fricción seca en tales tipos de aislantes, estimando el amortiguamiento por medio de dos métodos, con el fin de entender el mecanismo de disipación de energía y emplear dicha información para mejorar el diseño de los aislantes vibratorios.*

## PALABRAS CLAVE

Amortiguamiento, histéresis, modelo Bouc-Wen, resortes de cable.

## ABSTRACT

*Mechanical vibrations normally produces adverse effects in structures, machinery and people; one of the most used methods of vibration control is vibration isolation. Amongst the different configurations of isolators, wire rope springs, also known as cable isolators are used for their high capacities of energy storage and dissipation, which is based on dry friction. As a result, they are used in extreme applications such aeronautical, military naval, and others involving high vibration and shock levels. An experimental analysis of the quantification of damping by dry friction is presented in this paper, estimating the damping by two methods, namely a low frequency sinusoidal input to obtain the hysteresis loops, then a broadband frequency excitation in order to estimate the modal damping. This will provide more insight in understanding the mechanism of energy dissipation and use this information to improve the design of vibration isolators.*

## KEYWORDS

Damping, hysteresis, Bouc-Wen model, spring cables.

## INTRODUCCIÓN

Las vibraciones mecánicas son por lo general indeseables, ya que pueden causar fallas mecánicas, ruido excesivo, y problemas en personas, entre otros efectos. Para reducir estos efectos, el aislamiento vibratorio es el método más común y consiste en colocar un arreglo elástico y amortiguante para almacenar la energía vibratoria y disiparla. Existen diferentes tipos de aislantes como los

resortes metálicos, neopreno, resortes neumáticos, etc. Cuando se trata con vibraciones de corta duración y altas amplitudes denominados impactos, se requiere de aislantes capaces de almacenar y disipar grandes cantidades de energía, como lo son, por ejemplo, los amortiguadores de fricción seca.

Existe un tipo especial de aislantes vibratorios de alto rendimiento capaces de almacenar y disipar grandes cantidades de energía por medio del principio de fricción seca, conocidos como resortes de cable. Se utilizan en ambientes de vibración extrema con aplicaciones militares, navales aeronáuticas, y aeroespaciales. Consisten en una serie de hebras de acero enrolladas alrededor de un núcleo metálico, dispuestas en una configuración helicoidal o en una configuración de tipo hoja. Sus propiedades están definidas por el diámetro, número y longitud de las hebras que componen al cable, así como la dirección en que se enrolla. Esta última característica es opuesta a la dirección en la que se teje el cable, lo cual provoca que al comprimir o tensionar el resorte exista un rozamiento entre las hebras causando amortiguamiento por fricción seca.

Aunque en el plano práctico se cuenta con mucha información sobre el diseño y la manufactura de estos aislantes, el estudio del mecanismo de disipación de energía y su cuantificación no están propiamente caracterizados y esto dificulta la selección y optimización de los sistemas de aislamiento, particularmente en aplicaciones de vibración por impactos. Hasta este punto y al conocimiento de los autores, existen pocos trabajos dedicados al estudio del amortiguamiento de aislantes de fricción seca, como los resortes de cable, con aplicación al aislamiento de impacto. Este trabajo pretende esclarecer una pequeña porción del amplio campo de trabajo que aún existe dedicado a la cuantificación del amortiguamiento, en especial el amortiguamiento no lineal, sus efectos ante el problema de aislamiento de impacto y a la mejora de procedimientos de diseño de sistemas de aislamiento pasivo.

## ANTECEDENTES

Una de las primeras aplicaciones de fricción seca en el aislamiento de impactos fue realizada por Mercer<sup>1</sup> quien diseñó un aislante óptimo en base al principio de fricción ajustable, obteniendo

mejores resultados que en estudios previos donde se estudiaban polímeros, como fue el caso de los trabajos de Snowdon.<sup>2-5</sup> Sin embargo, el análisis de aislamiento de vibraciones utilizando resortes de cable se remonta a unos años atrás, desde que Molyneux<sup>6</sup> estudiaba el comportamiento de diferentes arreglos de resortes de baja rigidez con rangos de desplazamiento limitado, para el aislamiento de vibraciones mecánicas en aplicaciones aeronáuticas. Eshelman<sup>7, 8</sup> estudió la respuesta de diferentes configuraciones de aislantes de impacto como resortes helicoidales, líquidos, neumáticos, de anillo y amortiguadores de fricción demostrando sus altas capacidades en cuanto a disipación de energía.

Cutchins y otros<sup>10</sup> publicaron estudios sobre rigidez y amortiguamiento no lineal, de donde se derivó un modelo analítico para la descripción del lazo de histéresis comúnmente observado en sistemas de rigidez no lineal. Este estudio se enfoca en los resortes de cable y los autores notaron que las hebras del resorte de cable tendían a separarse al comprimirse, mientras que al tensionarse existe un mayor número de puntos de contacto y la resistencia al movimiento relativo se incrementa, provocando que la función fuerza-desplazamiento actúe de forma diferente en tensión que en compresión. Posteriormente Cutchins y otros<sup>11</sup> continuaron sus investigaciones donde buscaban desarrollar un modelo analítico semi-empírico, que pudiera describir en su totalidad el comportamiento de aislantes de impacto conformados por resortes helicoidales de cable bajo cargas axiales. A finales de 1993, Demetriades y otros<sup>12</sup> también investigaron la respuesta de resortes de cable, pero esta vez bajo movimientos sísmicos donde derivaron un modelo analítico que se calibró mediante resultados experimentales. Para 2000 Popp y otros<sup>13</sup> realizaron una investigación teórica, citando estudios relevantes a la naturaleza discontinua de ambos fenómenos: impacto y fricción, resaltando con ejemplos cotidianos donde se observan y considerando la importancia de su estudio.

En años más recientes, Leenen<sup>14</sup> y posteriormente Schwanen<sup>15</sup> presentaron la caracterización de resortes de fricción seca con el uso de un modelo modificado de Bouc-Wen, utilizado ampliamente para la descripción de sistemas histeréticos, considerado

también como un modelo matemático semi-físico.

Otras aplicaciones de los resortes de cable se encuentran en la ingeniería civil, Georges y Vickery<sup>16-18</sup> diseñaron y probaron experimentalmente un amortiguador de masa sintonizado utilizando resortes de cable, con un enfoque similar al de Wang y otros<sup>19</sup> y realizaron pruebas sobre cientos de resortes de cable de acero dispuestos en una configuración paralela, para así crear un dispositivo contra colisiones entre barcos y puentes. Hoge y otros,<sup>20</sup> así como Foss<sup>21</sup> realizaron pruebas experimentales, en dirección axial, con resortes de cable para obtener datos sobre su rigidez dinámica y su amortiguamiento bajo cargas armónicas.

Más recientemente, Ikmal<sup>22</sup> presentó un sistema de aislamiento de impacto de control activo, incorporando un modelo matemático con amortiguamiento de Coulomb, demostrando teórica y experimentalmente que si la fricción reduce notoriamente el desplazamiento máximo, se observa una transición brusca del cambio instantáneo de la aceleración cada vez que la fuerza de fricción cambia de dirección.

### Fundamentos teóricos

En 1699 Guillaume Amontons realizó una serie de observaciones sobre el fenómeno de fricción, pero es hasta 1780 que Coulomb en su “Théorie des machines simples” deja asentados los fundamentos del modelo clásico de fricción, también llamado modelo de Coulomb,<sup>23</sup> el cual puede verse resumido como:

- La fuerza de fricción es independiente del área de contacto.
- La fuerza de fricción es proporcional a la fuerza normal que se ejerce sobre la superficie.
- La fuerza de fricción estática máxima depende de la duración del contacto.
- La proporcionalidad existente entre la fuerza normal y la fuerza de fricción se denomina coeficiente de fricción  $\mu$  y es constante para el caso del contacto metal-metal.
- Cuando el área de contacto es significativamente grande y la fuerza normal es pequeña, la fuerza de fricción tiende a incrementarse con respecto a la velocidad. Para el caso contrario, es decir

donde el área de contacto es pequeña y la fuerza normal es grande la fuerza de fricción tiende a disminuir con respecto a la velocidad.

- Existe un segundo término independiente de la fuerza normal y proporcional al área superficial, que resulta despreciable para la mayoría de los casos.

De acuerdo a los puntos anteriores, la fuerza de fricción se describe matemáticamente de acuerdo a la ecuación 1:

$$F_f = \mu F_n = \mu mg \quad (1)$$

Siendo  $F_n$  la fuerza normal a la superficie de contacto y  $\mu$  el coeficiente de fricción. Cuando el sistema es dinámico la fuerza de fricción resulta independiente de la magnitud de la velocidad, aunque su signo determina la dirección de la fuerza de fricción.<sup>24-26</sup>

De acuerdo al diagrama de cuerpo libre, esquematizado en la figura 1, la ecuación de movimiento para un modelo dinámico de parámetros concentrados de un grado de libertad con amortiguador de Coulomb que se desplaza por la base es:

$$m\ddot{z} + kz + F_f \text{sign}(\dot{z}) = F(t) \quad (2)$$

Donde la función signo se define como:

$$\text{sign}(\dot{z}) = \begin{cases} 1 \Rightarrow \dot{z} > 0 \\ -1 \Rightarrow \dot{z} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Y  $z$  representa el desplazamiento relativo:  
 $z = x - u$  (4)

$Y$   $u$  hace referencia al desplazamiento de la base.

La función signo, como se describe en la ecuación (3), es una función discontinua que no tiene un valor definido para  $\dot{z}=0$ , por lo que la fuerza de fricción es indefinida cuando la velocidad tiende a cero. Para

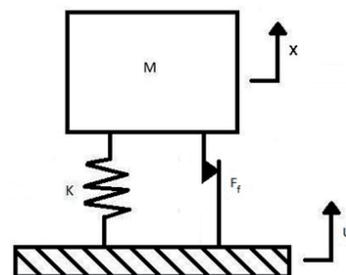


Fig. 1. Sistema de parámetros concentrados de un grado de libertad con amortiguador de Coulomb que se desplaza por la base.

minimizar problemas numéricos derivados de dicho fenómeno, se utilizan aproximaciones del modelo de Coulomb.<sup>22</sup>

**Modelo Stick-Slip**

Considerando la figura 1, el sistema esta inicialmente en reposo. Al aplicar una fuerza sobre la masa, la fuerza de fricción se opone al movimiento inminente. La dinámica puede comenzar únicamente si y solo si la fuerza aplicada es mayor que la fuerza de fricción, esto es:

$$F(t) \geq F_f \tag{5}$$

Una vez que el movimiento comienza la fuerza de fricción  $F_f$  disminuye en magnitud aparentemente, y se dice que  $\mu$  se traslada de su valor estático  $\mu_s$  a su valor dinámico  $\mu_k$ , siendo el segundo siempre menor al primero.

$$\mu = \begin{matrix} \mu_s \rightarrow \dot{\delta}=0 \\ \mu_k \rightarrow \dot{\delta}=0 \end{matrix} \tag{6}$$

$$\mu_s > \mu_k \tag{7}$$

Cuando la fuerza que se aplica es cíclica se encuentran intervalos de tiempo para los cuales la excitación  $F(t)$  es menor a la fuerza de fricción  $F_f$ , donde el sistema se detiene momentáneamente y el coeficiente de fricción aumenta de su valor dinámico a su valor estático. Para que el sistema pueda retomar su curso, la excitación  $F(t)$  debe superar nuevamente el valor de la fuerza de fricción  $F_f$ .

Si la fuerza que se aplica es un impulso o se trata de una oscilación libre, también existen intervalos de tiempo donde las fuerzas debidas a la rigidez dinámica ( $kz$ ) y la inercia ( $m\ddot{z}$ ) se vuelven menores a  $F_f$ , provocando que el sistema se detenga momentáneamente. El sistema solo retoma su estado de movimiento si las fuerzas restauradoras tienen suficiente cantidad de movimiento para superar a la fuerza de fricción  $F_f$ , la cual ha aumentado instantáneamente de su valor dinámico a su valor estático.

La inclusión de la variación del coeficiente de fricción seca en la ecuación dinámica (2) es lo que se conoce como modelo Stick-Slip.<sup>27-29</sup>

Cuando esta variación del coeficiente de fricción tiene lugar en superficies lubricadas, el fenómeno se conoce como efecto de Stribeck. En la literatura

puede encontrarse un cierto número de modelos matemáticos, como la ecuación (8) que permiten simular dicho efecto.<sup>27</sup>

$$F_f = F_n \mu_k \left( 1 + \frac{\mu_s - \mu_k}{\mu_k g(\dot{z}_{st}) \text{sign}(\dot{z})} \right) \tag{8}$$

Donde  $g(z_{st})$  puede ser cualquier función que describe el efecto de Stribeck, las ecuaciones mostradas en la tabla I representan solo algunas de las funciones disponibles en la literatura (el subíndice  $st$  representa la velocidad de Stribeck).

Tabla I. Funciones representativas para la descripción del efecto Stribeck.

Función	Expresión matemática
Exponencial (Tustin 1947)	$e^{-\frac{ \dot{z} }{\dot{z}_{st}}}$
Exponencial Generalizada (Bo & Pavelescu 1982)	$e^{-\alpha \dot{z} ^6}$
Laurentziano (Hess & Soom 1990)	$\frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{z}}{\dot{z}_{st}}\right)^2}$
Gausiano (Armstrong & Hálouvy 1991)	$e^{-\left(\frac{ \dot{z} }{\dot{z}_{st}}\right)^2}$

**DESARROLLO EXPERIMENTAL**

El desarrollo experimental de este trabajo se desarrolló en el Laboratorio de Dinámica Estructural del Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica de la FIME. Las características del equipo utilizado para las diferentes configuraciones de montaje experimental se enlistan a continuación:

- Excitador electrodinámico LDS; modelo: V408 10/32 HNF-CE.
- Acelerómetro KISTLER; sensibilidad 10.77 mV/g; tipo: 8778A500M14.
- Acelerómetro KISTLER; sensibilidad 10.47 mV/g; tipo: 8778A500M14.

- Cabeza de Impedancia PCB Piezotronics; sensibilidad 101.2 mV/g; tipo 288D01.
- Amplificador LDS PA100E.
- Tarjeta de adquisición de datos DATA PHYSICS QUATTRO.
- Estación de Trabajo HP.
- Software SignalCalc, ME'scope y MatLab.

Las pruebas fueron realizadas en 5 resortes de cable con diferentes configuraciones, como se enlistan a continuación y se aprecia en la figura 2.

- Resorte de hoja Enidine CR4-400.
- Resorte Advanced Antivibration Components V10Z69-0937290.
- Resorte de hoja Enidine CR1-400.
- Resorte Helicoidal Advanced Antivibration Components WR280010D.
- Resorte Helicoidal Advanced Antivibration Components V10Z0-0625150.

Se estudió la variación del amortiguamiento usando dos métodos distintos. El primer método implica la excitación de los resortes con una fuerza armónica sinusoidal a baja frecuencia para encontrar la relación fuerza deformación en el proceso de tensión-compresión, es decir, medir los lazos de histéresis y estimar el amortiguamiento en función del área de los lazos a diferentes amplitudes.

Para el primer método, las familias de lazos

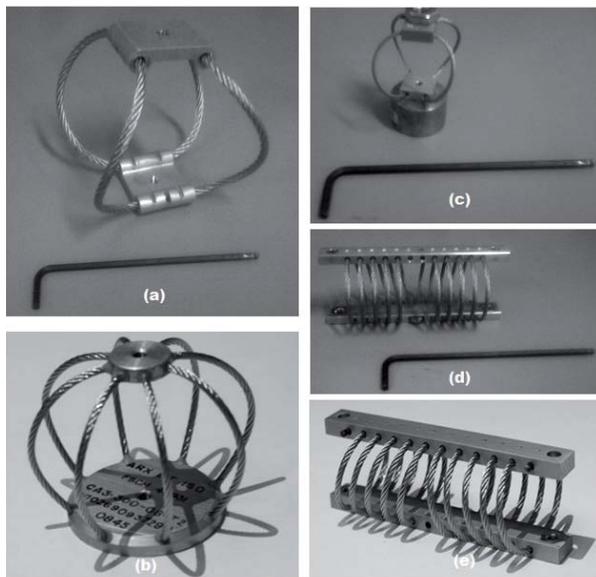


Fig. 2. Muestras de los resortes utilizados en la experimentación.

de histéresis se encontraron en base al montaje experimental presentado en la figura 3. En este caso, un extremo del resorte se fijó a una superficie inmóvil mientras que se aplicó la excitación al otro extremo mediante el actuador electrodinámico. Los resortes fueron comprimidos una cierta distancia inicial, mientras que se variaba el voltaje ( $V_{rms}$ ) de la señal de excitación generada por el actuador a una frecuencia de 5Hz para los resortes V10269-0937290, CR1-400, CR4-400 y de 10Hz para los resortes WR280010D y V10Z0-0625150, ambas frecuencias fueron seleccionadas por ser suficientemente bajas para minimizar los efectos inerciales derivados del excitador electrodinámico.

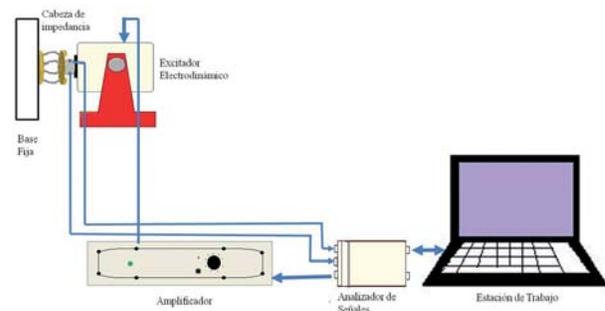


Fig. 3. Esquema del set y flujo de información para la obtención de la familia de lazos de histéresis.

Se utilizó un transductor de impedancia mecánica 288D01 PCB PiezoTronics, para registrar los valores de fuerza y aceleración que experimentan las muestras al ser excitadas. Posteriormente, la señal de aceleración debió ser doblemente integrada numéricamente para extraer la información de la señal en forma de desplazamiento, con el objetivo de observar los lazos de histéresis.

Los componentes de corriente directa (DC), relacionados con la constante de integración, en las señales de aceleración almacenadas causan generalmente distorsiones al integrar la señal. Para eliminar dicho efecto se utilizó un filtro de pasa alta y se realizó el proceso de integración en el software ME'Scope.<sup>16</sup>

El segundo método considera excitación por la base con una señal de banda ancha para medir la respuesta en frecuencia y estimar el amortiguamiento realizando un ajuste de curva en la zona de resonancia de la Función de Respuesta en Frecuencia (FRF). En

este caso, se sometió a una señal de aceleración aleatoria de banda ancha, mejor conocida como ruido blanco, variando la amplitud en un rango desde 0.5 hasta 4Vrms con incrementos de 0.5V generados en la salida del analizador con una carga estática constante.

Posteriormente se incrementó el valor de la carga estática y se repitió el ciclo de variación de amplitud hasta alcanzar una carga máxima, determinada por la rigidez del resorte en cuestión que se presentan en la tabla II. La figura 4 muestra el esquema experimental usado en las mediciones.

Tabla II. Magnitudes de la carga estática utilizadas para cada muestra a lo largo de las pruebas experimentales.

Muestra	Carga estática (kg)
V10269-0937290	0.766
	0.435
	0.345
CR4-400	0.69
	0.369
	0.345
	0.1
CR1-400	0.062
	0.03
WR280010D	0.5857
	0.3439
V10Z0-0625150	0.5857
	0.3439

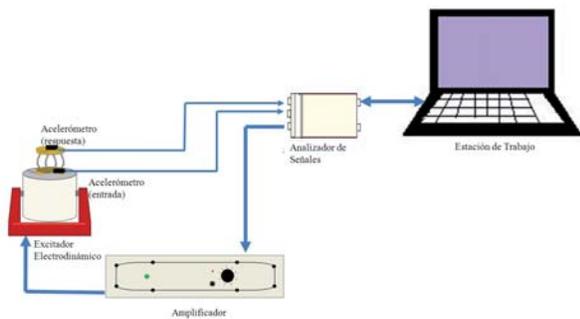


Fig. 4. Montaje experimental para la obtención de la FRF a partir de una excitación de ruido blanco.

Se colocaron dos acelerómetros, uno en la base del resorte que colindaba con el excitador electrodinámico y otro en la placa superior del resorte, donde se registraron las historias en tiempo. Posteriormente la información fue procesada utilizando el software

SignalCalc para obtener la función de respuesta en frecuencia (FRF) de cada prueba.

En base a las FRF capturadas se determinó el amortiguamiento fraccional  $\zeta$ , la frecuencia natural  $\omega_n$  y el factor de pérdida  $\eta$  de cada prueba mediante un algoritmo de ajuste de curva del diagrama de Nyquist.

## RESULTADOS

La familia de lazos de histéresis de cada muestra puede apreciarse en las figuras 5-9. Cada curva representa el comportamiento del resorte al transcurrir un ciclo, como se muestra en la figura 5, el ciclo comienza en el extremo izquierdo del lazo, en este punto el resorte se encuentra comprimido una distancia 3.2 mm, al comenzar a descomprimirse el resorte comienza a suavizarse, es decir, la fuerza de reacción que ejercía comienza a disminuir hasta volverse nulo (punto (-2, 0)). Superando dicho punto, el resorte comienza a experimentar una fuerza de tensión y la fuerza de reacción comienza a incrementarse hasta llegar a su valor máximo dictado por el desplazamiento máximo que sufre, 2.9 mm; se observa que al tensionarse, existe un número mayor de puntos de contacto entre las hebras por lo que tiende a volverse más rígido.

El movimiento se reanuda y el resorte comienza a liberar la tensión, y así mismo para el caso de la compresión, la fuerza de reacción comienza a decrecer hasta volverse nula para posteriormente comprimir el resorte, el cual, tiende a endurecerse hasta alcanzar su valor máximo, completando así el ciclo. El área que se enmarca entre los lazos es una medida de la cantidad de energía que se disipa durante el ciclo tensión-compresión.

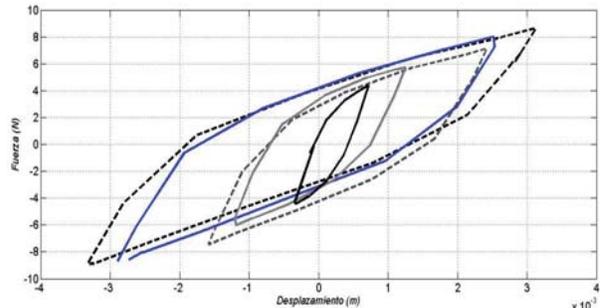


Fig. 5. Familia de lazos de histéresis de la muestra V10269-0937290. 3Vrms; 2.5Vrms; 2Vrms; 1.5Vrms; 1Vrms.

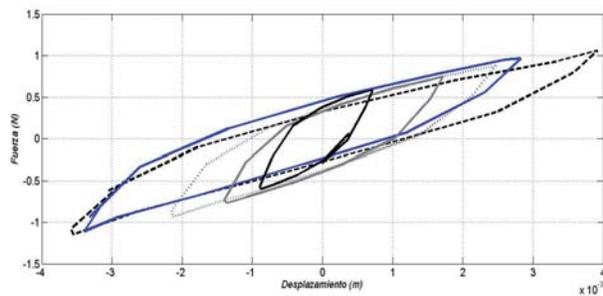


Fig. 6. Familia de lazos de histéresis de la muestra CR1-400. 3Vrms; 2.5Vrms; 2Vrms; 1.5Vrms; 1Vrms.

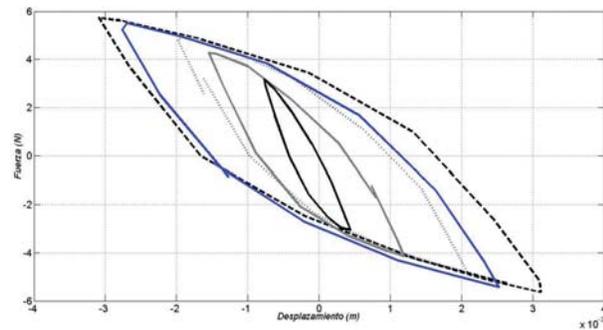


Fig. 7. Familia de lazos de histéresis de la muestra CR4-400. 3Vrms; 2.5Vrms; 2Vrms; 1.5Vrms; 1Vrms.

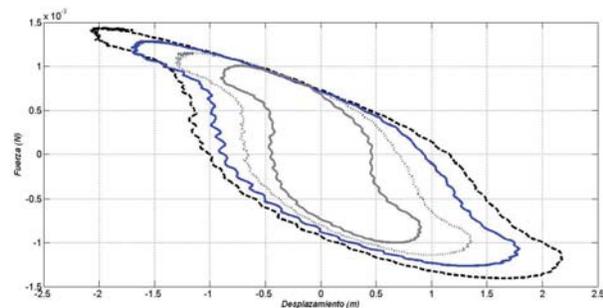


Fig. 8. Familia de lazos de histéresis de la muestra V10Z70-0625150. 3Vrms; 2.5Vrms; 2Vrms; 1.5Vrms.

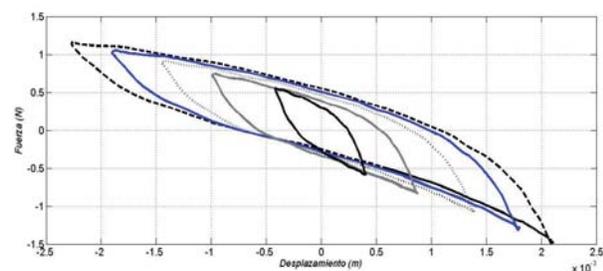


Fig. 9. Familia de lazos de histéresis de la muestra WR280010D. 3Vrms; 2.5Vrms; 2Vrms; 1.5Vrms; 1Vrms.

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 10-14 presentan al amortiguamiento fraccional como una función del voltaje  $V_{rms}$  de la señal que alimentaba al excitador electrodinámico, obtenido por el método de respuesta en frecuencia.

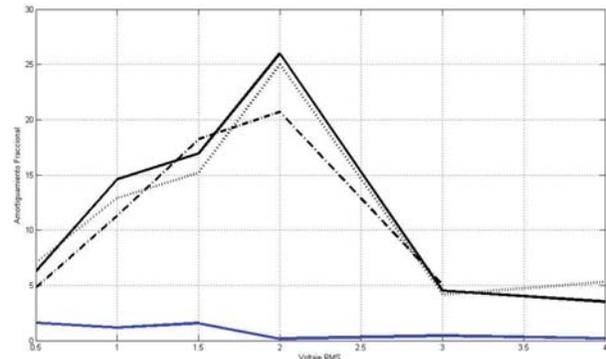


Fig. 10. Variación del amortiguamiento fraccional en función del voltaje  $V_{rms}$  de la señal de excitación de la muestra V10269-0937290. Carga estática 0.766kg; 0.435kg; 0.345kg; 0kg.

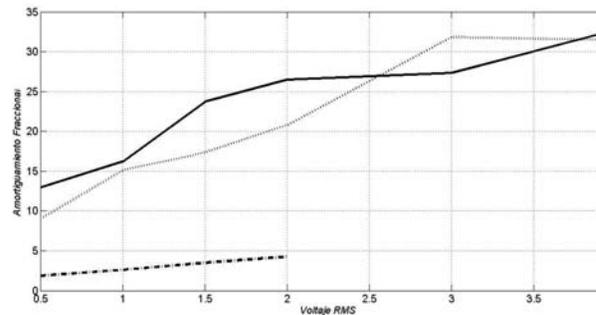


Fig. 11. Variación del amortiguamiento fraccional en función del voltaje  $V_{rms}$  de la señal de excitación de la muestra CR1-400. Carga estática 0.62kg; 0.03kg; 0kg.

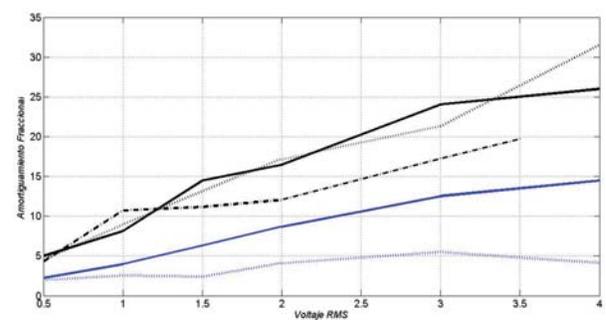


Fig. 12. Variación del amortiguamiento fraccional en función del voltaje rms de la señal de excitación de la muestra CR4-400. Carga estática 0.69kg; 0.369kg; 0.345kg; 0.1kg; 0kg.

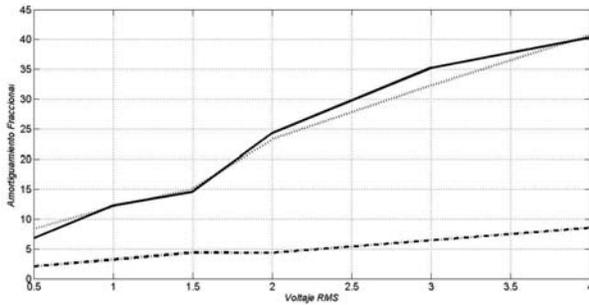


Fig. 13. Variación del amortiguamiento fraccional en función del voltaje rms de la señal de excitación de la muestra V10Z0-0625150. Carga estática 0.6857kg; 0.3439kg; 0kg.

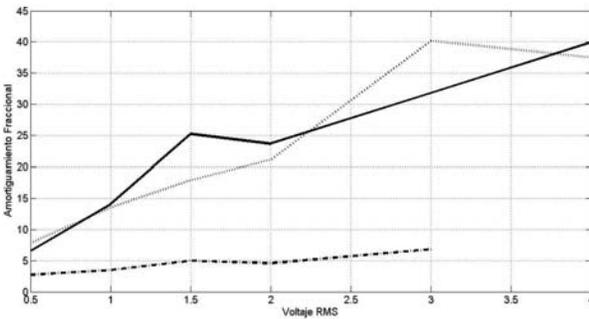


Fig. 14. Variación del amortiguamiento fraccional en función del voltaje rms de la señal de excitación de la muestra WR280010D. Carga estática 0.5857kg; 0.3439kg; 0kg.

## DISCUSIÓN

Los resultados del cálculo de amortiguamiento en base a los lazos de histéresis se muestran en la figura 15. Como se puede apreciar en las figuras 5-9, el área del lazo de histéresis depende de tres factores: el desplazamiento máximo, la fuerza de reacción máxima y la no linealidad de la curva. La relación que guarda el área del lazo de histéresis con la variación de dichos parámetros está dictada principalmente por la no linealidad de la curva. Para calcular la energía que se disipa, se calcula un factor de pérdida basado en la relación del área del lazo y el área máxima que el lazo podría tener, esto es:

$$\eta = \frac{A_{\text{loop}}}{\pi F_{\text{max}} D_{\text{max}}} \quad (9)$$

Donde  $\pi F_{\text{max}} D_{\text{max}}$  son el área de una elipse, el área máxima que se puede obtener. Retomando el ejemplo anterior, la figura 5, al incrementar el desplazamiento máximo y la fuerza de reacción máxima, tanto el

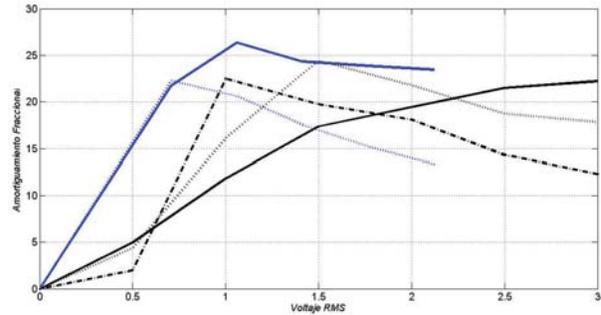


Fig. 15. Curva de amortiguamiento fraccional en función del voltaje  $V_{rms}$  de la señal de excitación de las diferentes muestras: CR4-400; V10269-0937290; CR1-400; V10Z700625150; WR280010D.

área del lazo de histéresis, como el área que denota la cantidad máxima de energía que el sistema puede disipar tienden a incrementarse.

Aunque ambas áreas tienden a aumentar, al incrementar la potencia de la señal que les excita, la proporción con la que aumenta su área no es la misma. Para el caso de la figura 6 el área del lazo de histéresis se desarrolla en una relación mucho menor al incremento del área máxima, y el amortiguamiento tiende a decrecer conforme los factores se aumentan. Mientras que las figuras 5, 7 y 8 muestran un comportamiento inverso, el área del lazo tiende a crecer en una proporción mayor al del área máxima, lo que produce que el amortiguamiento se eleve al incrementar dichos factores.

Al comparar estos datos se denota que los resortes CR4-400 y WR280010D entran en discrepancias. Sin embargo, hay que recordar que para la obtención de los lazos de histéresis los amortiguadores fueron comprimidos una cierta distancia  $x$ , lo cual produce una condición de precarga, es decir, el resorte ejerce una fuerza de reacción diferente de cero. Se cree que si dicha fuerza es mayor a la fuerza de saturación al incrementar el voltaje de la señal de excitación el amortiguamiento decrece. Lo que se observa es, en realidad, la mitad de una curva simétrica. La saturación o el punto máximo de energía que el sistema disipa, está en relación directa con la no linealidad de las curvas y la proporción en la que incrementa una con respecto a la otra. De forma física lo que se observa es que existe un punto en el cual, al estirar o comprimir más el resorte, el rozamiento interno de las hebras disminuye.

Para el caso de los resultados de amortiguamiento en base a la medición de la respuesta en frecuencia, presentados en las figuras 10 a la 14, se observa claramente que el factor común entre las curvas es el incremento del amortiguamiento fraccional al elevar la amplitud del voltaje  $V_{rms}$  de la señal de excitación. Únicamente en el caso del resorte V10269-0937290 (figura 10) se aprecia que después de alcanzar un valor máximo, el amortiguamiento decrece de manera brusca al continuar incrementando el voltaje de la señal de excitación.

Al incrementar el voltaje de la señal de excitación, la amplitud de la aceleración que emite el excitador electrodinámico aumenta, de forma que, una mayor cantidad de energía es transmitida hacia el amortiguador, el cual es capaz de disipar una cierta cantidad máxima de energía, tal y como ocurre en el caso del amortiguamiento viscoso. Retomando el concepto de amortiguamiento fraccional, se sabe que su valor está relacionado con una cantidad crítica o máxima:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{\sqrt{4mk}} \quad (10)$$

De igual forma el amortiguamiento de Coulomb tiene un valor máximo de energía que puede disipar, dada por la carga estática máxima que el resorte soporta:

$$F_{f,max} = \mu F_{n,max} = \mu m_{max} g \quad (11)$$

La fuerza máxima normal que interesa es la que perciben las hebras. Por su configuración la fuerza normal que resiente cada una depende del punto de contacto y de la distribución de la carga. Sin embargo, la fuerza de fricción máxima que resiente el sistema depende del número de puntos de contacto que existan; a mayor cantidad mayor será la fuerza requerida para iniciar el movimiento.

Cuando el sistema se comprime, existe un número menor de puntos de contacto, las hebras tienden a separarse,<sup>18, 19</sup> y el sistema permite el deslizamiento de las mismas con mayor facilidad, por lo que al aumentar la energía añadida al sistema a través de una señal de excitación, el rozamiento entre las hebras aumenta. Sin embargo, existe un punto de saturación donde al añadir más energía, el movimiento interno de las hebras se inhibe, como se observa en la figura 10, cuando el amortiguamiento decrece a partir de 2  $V_{rms}$ .

La variación de la carga estática no afecta significativamente ni la forma ni la magnitud de las curvas. Para los casos de los resortes V10Z69-0937290 y CR1-400 (figuras 10 y 11) el amortiguamiento varía alrededor del 15% de un punto a otro dentro de una misma amplitud de voltaje  $V_{rms}$  de la excitación.

La configuración del resorte CR4-400 (figura 12) tiene una rigidez estática baja y no lineal por lo que resulta más sensible a la variación de la carga estática, dato que se refleja en una variación más pronunciada del amortiguamiento entre una curva a otra, mientras que no se ve afectada la forma de la curva, sino únicamente la magnitud de la variable.

Nótese que al ser pequeña o nula la carga, el amortiguamiento tiende a ser muy reducido, por lo que debe existir una carga mínima, o bien, una amplitud de excitación mínima a partir de la cual el amortiguamiento comienza a ser efectivo. Al ser elementos no lineales, los amortiguadores de cable tienen una correlación entre la fuerza máxima o la carga estática máxima que soporta y la deformación del resorte. En efecto, si la fuerza de excitación es menor a la fuerza de fricción que actúa paralela a la superficie de contacto  $F_f$ , entonces no existe un rozamiento entre las hebras del cable del resorte y el amortiguamiento tiende a ser débil.

Si se traza el amortiguamiento fraccional en función del voltaje de la señal de salida (figura 15), resulta que las curvas son extremadamente cercanas a lo que se obtuvo mediante el método de ajuste de curvas por el método de Función de Respuesta en Frecuencia. Aun así, las curvas no son equivalentes y en un sentido estricto no deben de compararse directamente, pues al excitar un sistema no lineal con una señal de ruido blanco los efectos no lineales del sistema tienden a aminorarse, mientras que al excitar el sistema con una señal sinusoidal, los efectos no lineales se vuelven más evidentes.

## CONCLUSIONES

Se presentó en este artículo un análisis de los trabajos más relevantes en cuanto a aislantes de fricción seca y sus aplicaciones potenciales para el aislamiento de vibración por impacto, así como la teoría fundamental de amortiguamiento de Coulomb. En base a estos antecedentes, se estudió

experimentalmente la respuesta de diferentes tipos de aislantes de cable a dos tipos de excitación para determinar el amortiguamiento. En este estudio se corroboró que el amortiguamiento en aislantes de fricción seca puede cuantificarse a partir de métodos clásicos como lo son el Diagrama de Nyquist y la medición de los lazos de histéresis. Los resultados de ambos montajes experimentales muestran valores y tendencias similares, aunque al comparar directamente los resultados de ambos métodos es erróneo, pues al excitar un cuerpo con una señal de ruido blanco los efectos no lineales no se aprecian en su totalidad.

## REFERENCIAS

1. Mercer, C.A. and Rees, P.L. (1971). An optimum shock isolator. *Journal of Sound and Vibration*. (Number 18). Vol. 4. Pages 511-520.
2. Snowdon, J.C. (1963). Transient response of nonlinear isolation mounting to pulselike displacements. *The Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 35. (Number 3). Pages 389-396.
3. Snowdon, J.C. (1962). Incidence and prevention of damage due to mechanical shock. *The Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 34. (Number 4). Pages 462-468.
4. Snowdon, J.C. (1961). Response of nonlinear shock mountings to transient foundation displacement. *The Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 33. (Number 10). Pages 1295-1304.
5. Snowdon, J.C. (1958). The choice of resilient materials for anti-vibration mountings. *British Journal of Applied Sciences* Vol. 9. Pages 461-469.
6. Molyneux, W.G. (1956). Supports for vibration isolation. Royal Aircraft Establishment, Technical Note No. Structures 211. Aeronautical Research Council, London.
7. Eshleman, R. and Rao, P. (1969). Response of mechanical shock isolation elements to high rate input loading. *Shock and Vibration Bulletin*, Shock and Vibration Information Center, Vo. 40 (Number 5).
8. Eshleman, R. (1972). Dynamic Response of a ring spring. *The Shock and Vibration Bulletin*. Part 4: Isolation, Damping, Prediction Experimental Techniques. Naval Research Laboratory. Washington D.C.
9. Hundal, M.S. (1976). Impact absorber with linear spring and quadratic law damper. *Journal of Sound and Vibration* 1976. (Number 48). Vol. 2. Pages 189-193.
10. Cutchins, M.A., Cochran, J.E., Kumar, J.R., Fitz-coy, N.G., Thinker, M.L. (1987). Initial Investigations into the damping characteristics of wire rope vibration isolators. Auburn University, Aerospace Engineering, Technical Report 87-91.
11. Cutchins, M.A., Tinker, M.L. (1992). Damping Phenomena in a wire rope vibration isolation system. *Journal of Sound and Vibration* Vol. 157. (Number 1). Pages 7-18.
12. Demetriades, G.F., Constantinou, M.C., Reinhorn, A.M. (1993). Study of wire rope systems for seismic protection of equipment in buildings. *Engineer Structures* Vol. 15 (Number 5). Pages 321-334.
13. Popp, K. (2000). Non-smooth Mechanical Systems. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 64 (Number 5), pages 765-772.
14. Leenen, R. (2002). The modelling and identification of a hysteretic system. Department of Mechanical Engineering. Eindhoven University of Technology.
15. Schwanen, W. (2004). Modeling and Identification of the dynamic behavior of a wire rope spring. Master thesis. Technische Universiteit Eindhoven, The Netherlands, Department of Mechanical Engineering, Section Dynamics and control technology.
16. Georges, R., Vickery, J. (2003). Design of tuned mass dampers incorporating wire rope springs. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. (No. 91). Pages 1363-1385.
17. Georges, R., Vickery, J. (2005). Design of tuned mass dampers incorporating wire rope springs: Part I: Dynamic representation of wire rope springs. *Engineering Structures*, Vol. 27. Pages 635-661.

18. Georges, R., Vickery, J. (2005). Design of tuned mass dampers incorporating wire rope springs: Part II: Simple Design Method. *Engineering Structures*, Vol. 27. Pages 662-674.
19. Wang, L., Yang, L., Haung, D. (2008). An impact dynamics analysis on a new crashworthy device against ship-bridge collision. *International Journal of Impact Engineering* (No. 35). Pages 895-904.
20. Hoge, D., Bausic, F. (2005). Vertical static tests of the wire rope isolators. Technical University of Civil Engineering of Bucharest, Romania.
21. Foss G.C. (2005). Modal Damping Estimates from Static Load-Deflection Curves. Structural Dynamics Laboratory, Boeing Commercial Airplane Group, Box 3707, MC 1W-06, Seattle, WA 98124.
22. Ikmal, M.I. (2012). Shock isolation system incorporating coulomb friction. Faculty of Engineering and the Environment. Institute of Sound and Vibration Research. University of Southampton.
23. Besson U. (2013). Historical Scientific Models and Theories as Resources for Learning and Teaching: The Case of Friction. *Science and Education*, Vol. (22), (Number 5), pages 1001-1042.
24. Harris C., Piersol A. (2002) *Harri's Shock and Vibration Handbook*. Ed. McGraw-Hill, ed. 5th. Chapters (2, 8, 30 & 31).
25. Braun, S. (2002). *Encyclopedia of Vibration*. Ed. Academic Press, A Division of Hartcour Inc.
26. Irvine, T. (2012). Free Vibration with Coulomb Damping. Retrieved on August 15th 2012 from <http://www.vibrationdata.com>.
27. Wojewoda, J., Stefanski, A., Wiercigroch, M., (2008). Hysteretic effects of dry friction: modelling and experimental studies. *Philosophical Transaction of the Royal Society A*. Vol. 366. Pages 747-765.
28. Juraj Stein, G., Zahoransky, R., Mucka, P. (2008). On dry friction modeling and simulation in kinematically excited oscillatory systems. *Journal and Sound of Vibrations* Vol. 311. Pages 74-96.
29. Bigoni, Noselli (2011). Experimental evidence of flutter and divergence instabilities induced by dry friction. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* Vol. 59. Pages 2208-2226.
30. Schwanen, W. (2004). Modeling and Identification of the dynamic behavior of a wire rope spring. Master thesis. Technische Universiteit Eindhoven, The Netherlands, Department of Mechanical Engineering, Section Dynamics and control technology.
31. Ismail, M., Ikhoulane, F., Rodellar, J. (2009). The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey. *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 16 (Number 2), Pages 161-188. Retrieved on August 18th 2012 from <http://www.springerlink.com/?MUD=MP>

**Anúnciense en:**

**Ingenierías**

**INFORMES:**

**Tel: (52) (81) 83294020 Ext. 5854 Fax: (52) (81) 83320904**

**E-mail: [revistaingenierias@gmail.mx](mailto:revistaingenierias@gmail.mx)**

**Internet: <http://ingenierias.uanl.mx>**