

Diagnóstico sobre habilidades semióticas matemáticas básicas en estudiantes de ingeniería

Gabriel Martínez Gradilla^A, Juan José Sevilla García^A, Maximiliano de las Fuentes Lara^B, Ruth Elba Rivera Castellón^B, Ramiro Ávila Godoy^C

^AInstituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California.

^BFacultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali, Baja California.

^CDepartamento de Matemáticas de la Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora. gabriel.martinez.gradilla@uabc.edu.mx,

RESUMEN

Se exhiben los resultados de un instrumento para analizar semiosis matemática básica en estudiantes de ingeniería de la Universidad Politécnica de Baja California. El marco sustentante es la teoría de registros de representación. El instrumento fue diseñado para analizar transformaciones entre registros, mostrándose problemas por parte de los estudiantes para llevar a cabo algunas de las transformaciones, específicamente para resolver situaciones en donde la conversión es de algebraico al lenguaje natural (y viceversa), de gráfico al algebraico, así como en el tratamiento en lenguaje natural. Los reactivos que aluden al lenguaje natural y al registro algebraico revelaron respuestas menos acertadas.

PALABRAS CLAVE

Semiosis matemática, registros de representación, tratamiento, conversión, transformaciones.

ABSTRACT

This article shows the results of an instrument for analyzing basic mathematical semiotics in engineering students of the Polytechnic University of Baja California. Basis is the theory of semiotic representations. The instrument was developed for the analysis of transformations between registers, showing problems when students seek some kinds of transformations, specifically to solve situations where conversion is from algebraic to natural language (and vice versa), from graphic to algebraic, as well as in the treatment activity in natural language. In most cases the reactivities that refer to natural language and the algebraic types of registers revealed fewer correct answers.

KEYWORDS

Mathematical semiotics, semiotic representations, treatment, conversion, transformations.

INTRODUCCIÓN

La importancia de la educación en ciencias básicas en la formación curricular de los estudiantes de licenciatura ha sido motivo de discusión en foros nacionales e internacionales, primero por su carácter formativo que les capacita para razonar y ser creativos e innovadores en la solución de problemas, segundo por considerársele un instrumental que les prepara para una mejor comprensión.¹

En el caso específico de la matemática educativa, el manejo de conceptos relativos a la llamada semiótica matemática ha ganado popularidad en las publicaciones científicas contemporáneas del área a nivel internacional y se destaca el creciente interés de la comunidad de investigación por el uso de nociones semióticas en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.²

En este orden de ideas, se presentan aquí resultados relevantes producto del análisis de las habilidades básicas (o carencias según el caso) reflejadas por una muestra total de 300 estudiantes al resolver una herramienta didáctica diagnóstica tipo test, direccionada para transitar de forma bidireccional (desarrollar conversiones) entre los tipos de registros algebraico, gráfico, numérico y de lenguaje natural, así como también evidenciar la eficacia de los evaluados para realizar los correspondientes tratamientos (términos propios de la teoría semiótica). La confiabilidad del instrumento fue asegurada por el procedimiento de mitades partidas (split-halves).

La finalidad de ésta investigación es ubicar áreas de oportunidad en el marco del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática a nivel superior, que resulta en una medición ventajosa que puede ser anterior a la aplicación de un estímulo o tratamiento.³

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Dentro de los programas educativos de ingeniería que se ofertan en la Universidad Politécnica de Baja California (UPBC), entre el 15% y 20% de los cursos de las currículas corresponden al campo de conocimiento de la matemática; cálculo diferencial, cálculo integral, álgebra lineal, entre otros.

Por otro lado, datos estadísticos recuperados por la institución revelan porcentajes de reprobación que se encuentran en el intervalo del 18% al 60% para tales asignaturas. Además de lo antes expuesto, en UPBC la existencia de material de investigación en el área de la educación matemática es nula.

En atención a lo anterior, el problema de investigación puede ser planteado mediante el siguiente cuestionamiento: ¿Se pueden determinar específicamente los tipos de tratamientos y/o conversiones entre registros semióticos que generan situaciones de mayor obstáculo para los estudiantes que se encuentran matriculados actualmente en los programas de ingeniería de la UPBC?

ELEMENTOS TEÓRICOS

Una característica propia de los conceptos matemáticos es la necesidad de emplear diversas representaciones para asimilarlos y aprenderlos en toda su complejidad. El papel que juegan los símbolos en el desarrollo del pensamiento

matemático es determinante, lo que implica, desde una perspectiva cognitiva, que para la total comprensión de las nociones matemáticas sea preciso emplear y coordinar más de un sistema de representación. Por ello, la semiótica y todos aquellos aspectos que forman parte de dicho campo, se han incorporado como ámbito de estudio en el área de la educación matemática, suscitando un interés creciente en los últimos años.⁴

Dado lo anterior, se puede afirmar que; en matemática, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas.⁵

La teoría de los registros semióticos reconoce tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis: la formación de representaciones, el tratamiento (transformación efectuada dentro de un mismo registro) y la conversión (transformación llevada a cabo entre distintos registros).⁶

El siguiente esquema relacionar tales ideas:⁷

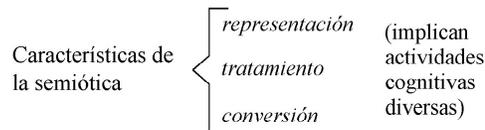


Fig. 1. Tres actividades cognitivas asociadas a la semiosis.

Cuando se analiza cualquier labor matemática es importante distinguir entre las dos clases de transformación de los registros de representación. En el ejemplo de la figura 2, hay un único cambio de representación en la conversión (aunque en la mayoría de los casos esto no necesariamente es tan simple), mientras que en el tratamiento hay una secuencia de transiciones. Pero es común que conversión y tratamiento estén entrelazados en un mismo proceso de resolución.

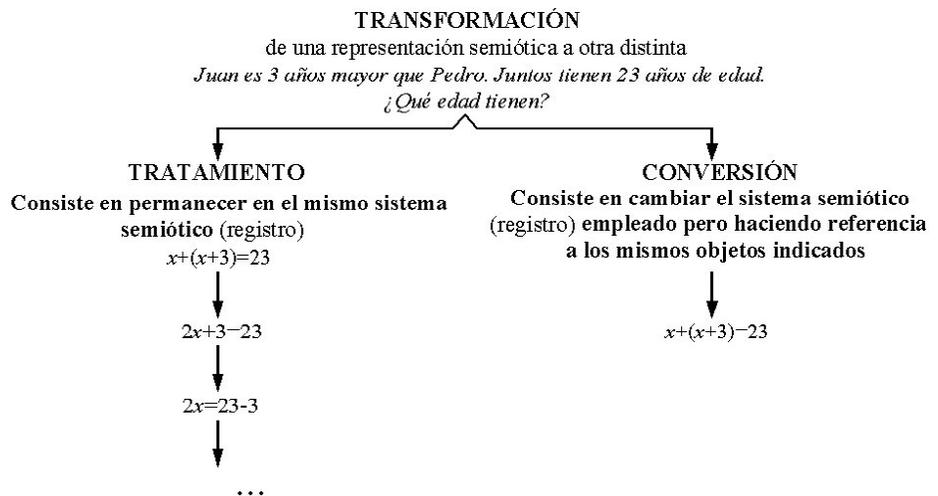


Fig. 2. Los dos procesos cognitivos fundamentales del pensamiento matemático.

DESARROLLO

En cumplimiento con el interés planteado en este trabajo y en concordancia con el antecedente teórico expuesto, se implementó una técnica indagatoria (basada en la aplicación de un test diagnóstico) que permitiese explorar los

aciertos, dificultades y errores presentados por los estudiantes al efectuar transformaciones (tratamientos y conversiones) entre los tipos de registro algebraico, gráfico, numérico y de lenguaje natural. El análisis fue realizado a través de las siguientes fases o etapas y corresponde, según sus condiciones a una estructura de preexperimento, ya que ofrece un referencial inicial para observar el nivel de la muestra:³

1. Se elaboraron los reactivos (dieciséis en total) más adecuados que compondrían el instrumento (por medio de pares académicos) los cuáles versan sobre cuestionamientos matemáticos que requieren de un conocimiento muy elemental para su resolución, pero que abarcan todas las posibles transformaciones (tratamientos y conversiones) de registro entre los tipos antes mencionados. El criterio con el que se definieron las unidades de análisis fue en base a los conocimientos con que debe contar un estudiante promedio que pretenda ingresar o que ya se encuentre matriculado en un programa de licenciatura en ingeniería de la UPBC (álgebra, geometría, trigonometría y elementos de cálculo en un nivel básico).
2. Se aplicó el test a un total de 300 estudiantes (que representan aproximadamente el 25% de la matrícula actual de la UPBC) inscritos en los programas de ingeniería mecatrónica, ingeniería en tecnologías de manufactura e ingeniería en tecnologías de la información, y que cursan entre el primero y octavo cuatrimestre.
3. Para la captura y posterior procesamiento de los resultados fue empleado el software IBM SPSS por medio del cual se calcularon los correspondientes índices de dificultad por reactivo (ítem). La dificultad de un ítem se entiende como la proporción de individuos que lo responden correctamente. Entre mayor sea esta razón, menor será su dificultad (se trata de una relación inversa). El índice (denotado usualmente como p) se obtiene del cociente de los acertados entre el número total de sujetos que contestó el reactivo:⁸

donde:

p_i = Índice de dificultad del reactivo i .

A_i = Número de individuos que respondieron correctamente el ítem i .

N_i = Cantidad total de sujetos (acertados y no) evaluados en el reactivo i .

4. Al ser características medibles de una muestra, los índices extraídos constituyen estadísticos y por tanto, se obtuvieron conclusiones pertinentes a partir de su análisis.⁹

RESULTADOS

Al evaluar la resolución de los reactivos se encontraron serias deficiencias por parte de los estudiantes para llevar a cabo algunas de las transformaciones entre registros, específicamente para resolver situaciones en donde la conversión es del algebraico al lenguaje natural (y viceversa), del gráfico al algebraico y el tratamiento del lenguaje natural al mismo. Los correspondientes índices son de 0.19, 0.14, 0.12 y 0.04 respectivamente (tabla I).

Tabla I. Resultados totales.

Reactivo	Registro inicial	Registro final	Índice de dificultad	Indicador
1	Algebraico	Gráfico	0.40	Trazar una parábola sobre el plano cartesiano
2	Algebraico	Numérico	0.55	Completar una tabla de valores
3	Algebraico	Lenguaje	0.19	Ofrecer una explicación sobre la similitud o no, de dos formas algebraicas
4	Algebraico	Algebraico	0.38	Desarrollar un trinomio cuadrado perfecto
5	Gráfico	Algebraico	0.12	Redactar una expresión algebraica
6	Gráfico	Numérico	0.75	Completar una tabla de valores
7	Numérico	Numérico	0.43	Ejecutar una operación aritmética
8	Lenguaje	Lenguaje	0.04	Desarrollar una nueva proposición que representa disyunción
9	Gráfico	Lenguaje	0.28	Señalar el vínculo gráfico entre rectas
10	Gráfico	Gráfico	0.90	Iluminar el área que corresponde con intersección
11	Numérico	Gráfico	0.30	Situar la gráfica de la recta con valor de pendiente 0
12	Numérico	Algebraico	0.32	Redactar una expresión algebraica
13	Numérico	Lenguaje	0.39	Identificar el conjunto numérico
14	Lenguaje	Algebraico	0.14	Redactar una expresión algebraica
15	Lenguaje	Numérico	0.67	Formular una expresión que indica una correspondencia numérica
16	Lenguaje	Gráfico	0.40	Ubicar un intervalo sobre un gráfico

La tabla anterior expone también fortalezas por parte de los sujetos en fase de aprendizaje las cuales se hacen muy relevantes y evidentes cuando se trata de la conversión del registro gráfico al numérico, y en el tratamiento del gráfico al mismo (proporciones de 0.75 y 0.90).

Algunas respuestas típicas para los ítems con índices menores son:

- Registro inicial algebraico a registro final lenguaje natural. Descripción; ofrecer una explicación sobre la similitud o no, de dos formas algebraicas.

Respuesta tipo:

III. Es equivalente la expresión algebraica $(x + y)^3$ con $x^3 + y^3$? Explique.

Si Por que las 2 estan elevadas al cubo

Fig. 3. Respuesta representativa de la conversión del registro algebraico al lenguaje natural.

En éste caso el individuo exhibe un manejo descuidado de la identificación de estructuras algebraicas elementales, la primera representada por la potencia cúbica de la adición de dos cantidades, y la segunda que se trata de la adición de dos monomios cada uno de los cuales se encuentra elevado a la tercera potencia.

- Registro inicial gráfico a registro final algebraico. Descripción; redactar una expresión algebraica.

Respuesta tipo:

V.Cuál es la expresión algebraica que corresponde al gráfico?.

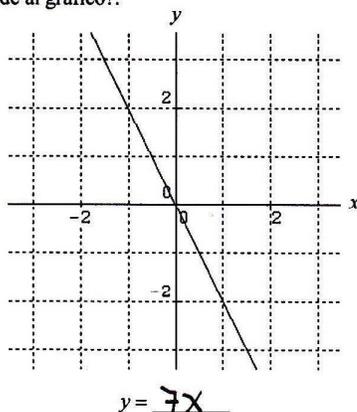


Fig. 4. Respuesta representativa de la conversión del registro gráfico al algebraico.

La solución ofrecida por el estudiante es incorrecta ya que no propone el sentido correcto de la pendiente de la recta (signo $-$) ni tampoco su magnitud (2).

- Registro inicial lenguaje natural a registro final lenguaje natural. Descripción; desarrollar una nueva proposición que representa disyunción.

Respuesta tipo:

VIII. Enuncie la disyunción de las proposiciones “está lloviendo” y “el sol brilla”.

esta despejado el cielo y no se mira el sol xd

Fig. 5. Respuesta representativa del tratamiento del registro de lenguaje natural.

La réplica del aplicante es errónea pues no contiene las proposiciones originales ni tampoco el operador de disyunción ($\dot{\vee}$), es decir, al utilizar “y” en realidad se enuncia una intersección.

- Registro inicial lenguaje natural a registro final algebraico. Descripción; redactar una expresión algebraica.

Respuesta tipo:

XIV. Formule la ecuación que describe el siguiente problema: la suma de la tercera y la cuarta parte de un número equivale al doble de ésta cantidad disminuido en 17. Hallar dicho número.

$$3x + 4x = \frac{2x}{17}$$

Fig. 6. Respuesta representativa de la conversión del registro de lenguaje natural al algebraico.

En éste caso el examinado identifica de manera errada las configuraciones aritméticas a que alude el enunciado. La tercera y la cuarta parte se refieren no a obtener los múltiplos de una cantidad, sino al cociente de ésta entre tres y cuatro, respectivamente. Adicionalmente, el disminuido está referido a la diferencia de diecisiete unidades ($- 17$).

CONCLUSIONES

Después de analizar los resultados se puede concluir que el instrumento (test) sí representa una alternativa aceptable como opción explorativa preexperimental en la búsqueda orientada a determinar tanto deficiencias como fortalezas presentadas por los sujetos de la muestra al llevar a cabo las transformaciones entre registros semióticos que forman parte del quehacer mínimo que puede exigirse a los involucrados con procesos ingenieriles. El no contar con esas pericias básicas mínimas, seguramente dejará en desventaja a algunos de estos futuros profesionistas en los rubros de interpretación y ejecución de su labor diaria.

El recuento de los resultados indica que en la mayoría de los casos los reactivos que hacen referencia a los registros de lenguaje natural y al algebraico revelaron respuestas menos acertadas. A pesar de qué, buena parte de la enseñanza matemática en el campo universitario versa alrededor de trabajo algebraico, como dicen algunos especialistas, se siguen presentando problemas considerables en este rubro, lo cual puede deberse a la carencia de significados de los conceptos matemáticos.

En el caso de las conversiones identificadas como “más problemáticas”, esto es, del registro algebraico al lenguaje natural (y viceversa) y del gráfico al algebraico, estas precisan de especial atención en el proceso de enseñanza y aprendizaje y deben ser abordadas intencionalmente⁶, dado que:

Estos fenómenos de no congruencia constituyen el obstáculo más estable observado en el aprendizaje de la matemática, a todos los niveles y en todos los dominios; la conversión, en los casos de no congruencia, presupone una coordinación de los dos registros de representación movilizados, coordinación que nunca existe al inicio y que no se construye espontáneamente.¹⁰

Se propone por tanto, continuar con futuros trabajos encaminados a formular estrategias didácticas que busquen probar y enriquecer el desempeño áulico haciendo hincapié en el ejercicio de tales habilidades, pero con el uso de recursos (como las tecnologías de la información y la comunicación) y ejemplos que resulten “atractivos” a los estudiantes de ingeniería, dejando de lado (en la medida de lo posible) la carga conceptual que implica el tratar casos propios de otras licenciaturas.

La incorporación de elementos tecnológicos trae consigo una doble ventaja, ya que provee un incremento en la capacidad de visualización de los problemas, y auxilia a los estudiantes en el proceso de autoevaluación del conocimiento que están adquiriendo, así, toman un papel más activo e independiente en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.¹¹

REFERENCIAS

1. Garza, R. G. La enseñanza de las ciencias básicas en la formación de

- ingenieros. Ingenierías. México. 1999. Vol. 2, No. 5, pp. 55-58.
2. Godino, J. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Paris, Francia. 2002. Vol. 22, No. 2/3, pp. 237-284.
 3. Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. Metodología de la investigación (quinta edición). México. McGraw-Hill. 2010.
 4. Macías, J. Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista Digital de Investigación Educativa Conect@2*. México. 2014. Vol. 4, No. 9, pp. 27-57.
 5. D'Amore, B. Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista Científica*. Bogotá, Colombia. 2011. No. 11, pp. 150-164.
 6. Aznar, M., Distéfano, M., Figueroa, S. y Moler, E. Análisis de conversiones entre representaciones semióticas de números complejos. *Memorias de la III Reunión Pampeana de Educación Matemática (III REPEM)*. Santa Rosa, La Pampa, Argentina. 2010. pp. 93-101.
 7. D'Amore, B. Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. México. 2006. Número especial, pp. 177-195.
 8. Díaz, P. y Leyva, E. Metodología para determinar la calidad de los instrumentos de evaluación. *Educación Médica Superior*. Holguín, Cuba. 2013. Vol. 27, No. 2, pp. 269-286.
 9. Lind, D., Marchal, W. y Wathen, S. Estadística aplicada a los negocios y la economía (decimotercera edición). México. McGraw-Hill. 2008.
 10. D'Amore, B. Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática (primera edición). México. Editorial Reverté. 2005.
 11. Hitt, F. Educación matemática y uso de nuevas tecnologías. *Perspectivas en Educación Matemática*. México. 1994. pp. 21-42.



Ingenierías
en línea

**A TEXTO COMPLETO
DESDE EL NÚMERO 1**

<http://ingenierias.uanl.mx>