

# Estimación de fallas a partir de un residuo

Juan Carlos Ruiz García, Efraín Alcorta García,  
Rodolfo Castillo Martínez

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, UANL  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
efrain.alcortagr@uanl.edu.mx

## RESUMEN

En el diagnóstico de fallas mediante métodos basados en observadores, la ganancia de la transferencia de la falla al residuo representa una situación crítica que requiere atención. Esta transferencia puede tener ganancia muy diferente para dos fallas en el mismo sistema. Como una forma de atender este problema, en este trabajo se propone un algoritmo para estimar la falla numéricamente. El enfoque está basado en la estimación de la inversa del generador de residuos, el cual permite encontrar un estimado de fallas, cuando el generador de residuos es de fase mínima y no tiene polos en el origen. El enfoque incluye el caso de una falla y residuos de dimensión uno, aunque puede ser generalizado al caso vectorial. El algoritmo propuesto es verificado mediante la aplicación a un ejemplo.

## PALABRAS CLAVE

Diagnóstico de fallas, sistemas lineales, observador, estimación de fallas, sistema inverso.

## ABSTRACT

In the diagnosis of faults by observer-based methods, the gain of transferring the fault to the waste represents a critical situation that requires attention. This transfer can have very different gain for two faults in the same system. As a way to address this problem, this paper proposes an algorithm to estimate the failure numerically. The approach is based on the estimation of the inverse of the waste generator, which allows finding an estimate of faults when the waste generator is of minimum phase and has no poles at the origin. The approach includes the case of a fault and residuals of dimension one, although it can be generalized to the vector case. The proposed algorithm is verified by applying to an example.

## KEYWORDS

Fault diagnosis, linear systems, observer, failure estimation, reverse system.

## INTRODUCCIÓN

La aplicación práctica del diagnóstico de fallas basado en modelos presenta diversos retos, dentro de los cuales se encuentra el problema de normalizar la ganancia de la transferencia de la falla al generador de residuos. Cuando se aplica la generación de residuos, en general, la transferencia de dos fallas actuando en diferentes canales pueden tener ganancia muy diferente, de tal forma que una

falla de magnitud pequeña puede ser transferida al residuo con una ganancia grande, o una falla de magnitud grande se refleja con un valor pequeño debido a una ganancia muy pequeña. Esto hace difícil evaluar a partir de los residuos la gravedad de una falla.

Este problema no es generalmente visto como tal, debido a la dificultad para modificar la ganancia de la transferencia de la falla al residuo. Este problema es claro si se considera que el residuo generado proviene del desacople, y una falla es transferida a un residuo de dimensión uno. La única libertad disponible es para la ubicación de polos, entonces la dinámica y el valor final están conectados.

Como una vía de solución puede ser considerada la estimación de fallas. En este sentido se puede transitar por las diferentes propuestas en la literatura, el enfoque basado en optimización  $H_\infty$ ,<sup>9</sup> durante casi ocho años por ejemplo, se presentaron enfoques de estimación de fallas basados en el uso de derivadas, que por entonces, no estaba bien visto. Un marco para estimar las fallas utilizando técnicas de optimización fue propuesto en;<sup>21, 17</sup> Basado en la inversión con enfoque geométrico fue propuesto por;<sup>7</sup> en<sup>10</sup> se propone un estimador basado en observadores proporcionales. Diferentes enfoques consideran el uso de diversos observadores adaptables;<sup>22, 23, 12, 6 y 2</sup> o relacionados con la representación Takagi-Sugeno;<sup>3, 11, 24</sup> o de observadores no lineales robustos.<sup>16, 13, 20, 18</sup> Los enfoques incluyen la consideración de sistemas lineales de parámetros variantes.<sup>14</sup>

En este trabajo se propone un esquema basado en un resultado sobre inversión de sistemas para estimar las fallas aditivas presentes en el mismo. Se revisan las condiciones bajo las cuales el método propuesto brinda una solución, además se presentan algunos ejemplos.

El trabajo es organizado como sigue: En la siguiente sección se presentan algunos resultados tomados de la literatura: la generación de residuos de forma robusta, así como la técnica de inversión propuesta en el trabajo titulado inversión imposible.<sup>1</sup> En la sección 3 se presentan los resultados de estimador propuestos. En la sección 4 se tienen algunas aplicaciones y discusión de los resultados. En la sección 5 se presentan las conclusiones.

La transferencia de la falla al generador de residuos rara vez es unitaria, por lo cual la magnitud de la falla, esto es que la magnitud del residuo no va acorde a la magnitud de la falla. El objetivo de este artículo es presentar una manera simple de determinar la magnitud de la falla a partir de la generación residual, para esto se pretende invertir el generador de residuo, obteniendo así un estimado de la falla. Los resultados aquí presentados muestran un algoritmo<sup>1</sup> el cual es sencillo de implementar, seleccionando una ganancia  $K$  grande para tener una mejor aproximación. En el artículo se muestra primero el modelo del que se parte, así como el generador de residuo a utilizar, después se tienen algunos supuestos para el teorema y por último resultados y conclusiones.

## Preliminares

En esta sección se consideran tres aspectos: primeramente, se revisa la generación robusta de residuos basada en observadores, la inversión de sistemas lineales de forma aproximada y la formulación del problema.

## Generación robusta de residuos

Considerar un sistema lineal e invariante en el tiempo

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) + Ff(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $x(0) \in \mathcal{R}^n$  es la condición inicial,  $x(t)$  es el estado,  $u(t) \in \mathcal{R}^m$  es el vector de entrada,  $y(t) \in \mathcal{R}^p$  es el vector de salida,  $f(t) \in \mathcal{R}^s$  es el vector de fallas y  $d(t) \in \mathcal{R}^{ds}$  es una perturbación desconocida. Con la finalidad de mostrar el método se considera, sin pérdida de generalidad, en este trabajo la situación de una sola falla, es decir,  $s=1$ . Las matrices A,B,E,F y C son constantes de dimensiones apropiadas.

Un generador de residuos para el sistema (1) se define utilizando un observador de la salida.<sup>8</sup> Una cuestión importante es que, de preferencia, se desea un residuo escalar dependiente de una sola falla (un solo elemento del vector  $f(t)$ ). Como base de generador robusto de residuo, se utiliza un observador con entradas desconocidas, en el cual se desacoplan todas las fallas excepto una, con respecto a la cual el generador de residuos resultará sensible. El desarrollo se encuentra en diferentes trabajos y aquí se presenta el desarrollo tomado de<sup>4</sup> (ver también).<sup>5</sup>

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Mz(t) + Gu(t) + Hy(t) \\ r(t) &= L_1y(t) + L_2(z(t) - \Gamma y(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

donde el vector  $z(t)$  es un estado auxiliar utilizado para reconstruir  $x(t)$ . A partir de una transformación P regular a ser diseñada, se define el error de estimación:  $e(t) = Px(t) - z(t)$ . Las matrices del observador deben de satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\Gamma = -E(CE)^\dagger - W[l_p - (CE)(CE)^\dagger] \quad \text{y} \quad (CE)^\dagger = [(CE)^T(CE)]^{-1}(CE)^T \quad (3)$$

$$P = I_n + \Gamma C \quad (4)$$

$$M = PA - KC \quad (5)$$

$$H = K - M\Gamma \quad (6)$$

$$G = PB \quad (7)$$

$$L_1 + L_2C = 0 \quad (8)$$

Se obtiene la dinámica del error de estimación:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Me(t) + PFf(t) \\ r(t) &= L_2Ce(t) \end{aligned} \quad (9)$$

El generador de residuos a ser utilizado está dado la ecuación (2) junto con las ecuaciones (3)-(8). Para obtener un estimado de  $f_i(t)$ , se utiliza la dinámica del error (9).

## INVERSIÓN DE UN SISTEMA LINEAL

Diferente a los esquemas clásicos de inversión de sistemas, en este trabajo tomamos en cuenta el enfoque propuesto en.<sup>1</sup> Considerar un sistema lineal e invariante en el tiempo representado en espacio de estado (1) o bien en representación entrada-salida:

$$y(s) = \frac{(C(sI - A)^{-1}B + D)}{g(s)} u(s) + \frac{(C(sI - A)^{-1}E + F)}{g_r(s)} f(s) \quad (10)$$

Con la finalidad de mostrar el método, consideremos  $f(t)=0$ . Desde el punto de vista del espacio de estado, el enfoque propuesto corresponde al siguiente sistema inverso:

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= \bar{A}p(t) + \bar{B}y(t) \\ \hat{u}(t) &= \bar{C}p(t) + \bar{D}y(t) \end{aligned} \quad (11)$$

donde:

$$\bar{A} = A - B(I + KD)^{-1}KC \quad (12)$$

$$\bar{B} = B(I + KD)^{-1}K \quad (13)$$

$$\bar{C} = (I + KD)^{-1}KC \quad (14)$$

$$\bar{D} = (I + KD)^{-1}K \quad (15)$$

Alternativamente desde el punto de vista entrada-salida se tiene el siguiente lazo:

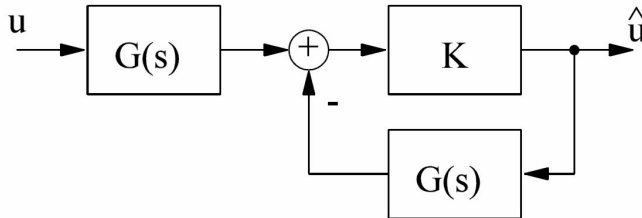


Fig. 1. Inversión aproximada de la función de transferencia de un sistema lineal, donde se tiene que la entrada estimada está dada por

$$\hat{u}(s) = \frac{K}{I + KG(s)} y(s) \quad (16)$$

en el cual se ve que cuando la que K es muy grande, la aproximación funciona mejor.

## FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Considerando que el problema de diagnóstico de fallas, se aborda utilizando generación de residuos basado en observadores y suponiendo que se logra obtener un generador de residuos dependiente de una sola falla y robusto al resto. Entonces el problema consiste en obtener una manera en que la transferencia de la falla al residuo se vuelva un uno, o alternativamente, el residuo se vuelva un estimado de la falla, utilizando la inversión aproximada de sistemas. Adicionalmente, se pretende encontrar condiciones bajo las cuales pueda aplicarse la inversión aproximada presentada anteriormente.

## ESTIMACIÓN APROXIMADA DE FALLAS EN SISTEMAS LINEALES

En este trabajo se propone un esquema para estimar fallas en sistemas lineales, utilizando dos pasos: primeramente, se construye un generador de residuos robusto a todas las fallas excepto a una, es decir, sensible a una sola falla. Segundo, se diseña un esquema para invertir la dinámica del generador para obtener un estimado de la falla. Para la primera parte, se utilizó el observador de orden completo, presentado en la sección de generación robusta.

Considerar el sistema (1) junto con el generador de residuos (2), bajo el supuesto de que resulta en una sensibilidad sólo respecto a una falla. Considerar el siguiente filtro para estimar las fallas:

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= \bar{A}p(t) + \bar{B}r(t) \\ \hat{f}(t) &= \bar{C}p(t) + \bar{D}r(t) \end{aligned} \quad (17)$$

donde el parámetro de diseño es K. Se desea encontrar un valor adecuado de K tal que:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= M - (TE)KW \\ \bar{B} &= (TE_s)K \\ \bar{C} &= KC \\ \bar{D} &= K \end{aligned}$$

de manera que:

1. El esquema sea internamente estable.
2.  $\hat{f}(t)$  converge asintóticamente a  $f(t)$  hasta llegar a una región delimitada por  $\varepsilon$ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |f(t) - \hat{f}(t)| < \frac{\delta}{t} < \varepsilon$$

para algún  $\varepsilon > 0$

Con la finalidad de encontrar una solución válida, se consideran los siguientes supuestos de trabajo:

1. El generador de residuos es de fase mínima.
2.  $f(t)$  es acotada y al menos continúa en 4 tramos, sus cotas son conocidas.
3. El generador de residuos es SISO.

Se tienen los siguientes resultados.

Lema 1. Considerar el problema de estimar la falla de un generador de residuos (9), además de los supuestos anteriores del sistema, entonces el problema tiene solución considerando  $F=0$  (solo se consideran fallas en actuadores/componentes) si:

$$KW(sI-G+TEKW)^{-1}TE \approx 1 \tag{18}$$

Prueba. Ver.<sup>19</sup>

Lema 2. Dado el sistema (1) y el generador de residuos (2), considerando el problema de estimación de falla, y bajo el cumplimiento de supuestos de trabajo, el problema tiene solución para:

$$K \gg 1$$

Prueba. Ver.<sup>19</sup>

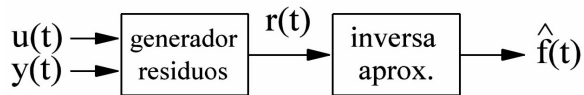


Fig. 2. Esquema para la estimación de fallas.

El esquema es mostrado en la figura 2.

Note que cuando la transferencia de la falla al residuo es estrictamente propia, el algoritmo utilizado brinda una solución, “agregando” un polo rápido para evitar la necesidad de derivadas explícitas, como se puede apreciar en el siguiente ejemplo: Considerar:

$$G(s) = \frac{1}{s+2}$$

la cual con la inversión queda:

$$G^{-1}(s) = \frac{K}{1+KG(s)} = \frac{K}{1+\frac{K}{s+2}} = \frac{K(s+2)}{s+2+K}$$

Y como  $\frac{K}{K+2} \approx 1$ , resulta que

$$G^{-1}(s) \approx \frac{(s+2)}{\left(\frac{1}{K+2}\right)s+1}$$

Como se ve, la transferencia de la inversa para  $G(s)$  tiene un polo rápido dado el valor grande de  $K$ .

Otra situación ocurre cuando la transferencia de la falla al residuo es de fase

no mínima. En este caso, la inversa, tal como ha sido planteada resulta inestable. Aquí se requiere de una modificación, ver.<sup>19</sup>

### EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con la finalidad de mostrar el potencial del esquema considerado se ofrece un ejemplo. Se aprecia el modelo linealizado del sistema de control de posición de un satélite, el cual ha sido previamente utilizado en.<sup>15</sup>

### MODELO Y CONTROL

Considerar el siguiente sistema lineal e invariante en el tiempo con  $x^T = [\phi \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]$ , es el vector de estado con  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$  representan los ángulos de guiada, balanceo y cabeceo respectivamente, así como  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$  y  $\dot{\psi}$  son las correspondientes velocidades angulares. La entrada de control consta de tres elementos asociados con fuerzas en cada dirección:  $\phi$ ,  $\theta$  y  $u^T(t) = [L_x \ L_y \ L_z]$ ; la perturbación  $d(t)$  consiste en incertidumbre del modelo:  $d(t)=[0.0001 \ 0.0002 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]x(t)$

y las matrices del sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.00025 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.000143 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0.0125 & 0 & 0 \\ 0 & 0.011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0143 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$C$  es la matriz identidad de orden 6 (todos los estados están disponibles para medición. Note que la matriz  $\Delta$  en este modelo corresponde a la matriz que distribuye la perturbación en la ecuación dinámica del sistema. Este es inestable en lazo abierto, lo que para poder realizar la tarea de diagnóstico, porque es necesario primero estabilizarlo, mediante una retroalimentación de estado dada por:  $u(t) = K_x x(t) + K_{ref} \gamma(t)$ . Donde  $\gamma(t)$  representa la señal de referencia y las ganancias del control están dadas por:

$$K_x = \begin{bmatrix} 260 & 0 & 0.02 & 200 & 0 & 0 \\ 0 & 295.4 & 0 & 0 & 204.5 & 0 \\ -0.006 & 0 & 273.3 & 0.0045 & 0 & 183.6 \end{bmatrix}; K_{ref} = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 204.5 & 0 \\ 0.00488 & 0 & 183.4 \end{bmatrix}$$

Las ganancias anteriores permiten la ubicación de los polos de lazo cerrado en  $\{-1 \ -1.25 \ -1.5 \ -1.75 \ -2 \ -2.5\}$ , para una referencia dada con fines de mostrar el algoritmo en  $\gamma^T(t) = [-0.5 \ 0.5 \ 1]$ , dados para las posiciones angulares. El comportamiento se muestra en la figura 3.

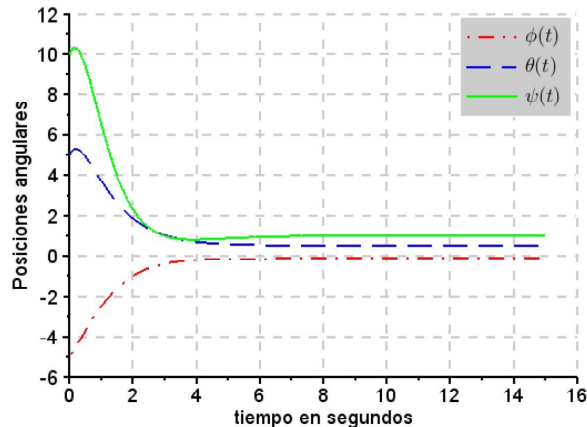


Fig. 3. Sistema retroalimentado sin fallas.

### DISEÑO DEL GENERADOR DE RESIDUOS

Primeramente, es necesario verificar las condiciones de existencia (3) - (8). Estas condiciones nos dan también un camino para el diseño. Como resultado tenemos:

$$M = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -3.3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3.4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3.5 \end{bmatrix}; H = \begin{bmatrix} 3 & 0 & \delta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.5 \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Donde  $\delta=0.00025$ ,  $\alpha=0.0125$ ,  $\beta=0.011$ . El resto se obtiene haciendo que la ecuación de salida se conforme como  $L_2=[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ .

Además, de las ecuaciones para implementación del generador de residuos, como dadas en ecuación (2), la ecuación de la dinámica del estimador de residuos resulta en la correspondiente transferencia de la falla al residuo:

$$r(s) = \frac{s+4.3}{s^2+6.3s+9.9} f(s) \tag{16}$$

Note que en estado estacionario (suponiendo una entrada constante), resulta en una transferencia con ganancia muy pequeña, con lo que se hace deseable hacer algo para tener acceso al diagnóstico de fallas pequeñas. El efecto de una falla de magnitud 1 sobre el residuo se puede apreciar en la figura 4.

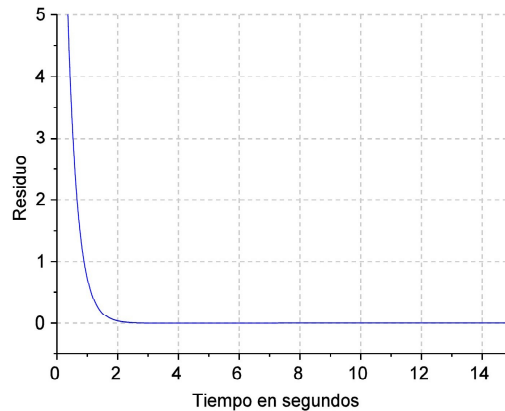


Fig. 4. Evolución del residuo cuando la falla tiene magnitud 1 en el tiempo 7 seg.

Como se aprecia de la figura 4, no es posible distinguir el efecto de la falla en el residuo.

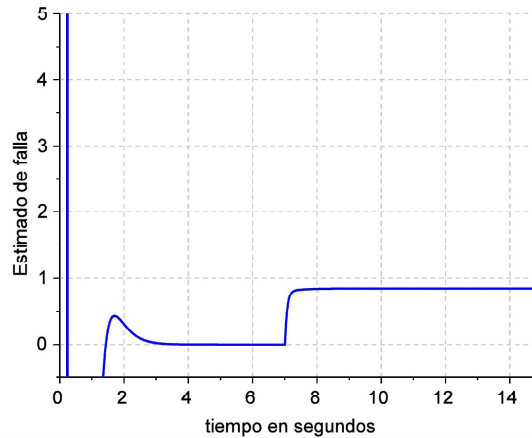


Fig. 5. Evolución del estimador de falla con ganancia  $K=1,000$ , cuando la falla tiene magnitud 1 en el tiempo 7 seg.

### UTILIZANDO EL ESTIMADOR PROPUESTO

Dado que la transferencia de la falla al residuo es una función estrictamente propia, las matrices del estimador resultan:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -128 & -125 & -125 & -125 & -125 & -125 \\ 0 & -3.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -3.3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3.4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3.5 \end{bmatrix}; \bar{B} = \begin{bmatrix} 125 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{C} = \mu[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

Con  $\mu = -10,000$ .

La evolución del estimador para una falla de magnitud 1 en el tiempo igual a 7 segundos, se puede apreciar en figuras 5 y 6 con ganancia de  $K=1,000$  y  $K=10,000$  respectivamente.

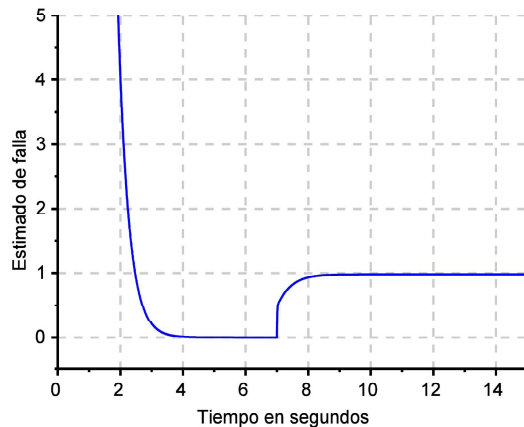


Fig. 6. Evolución del estimador de falla con ganancia  $K=10,000$ , cuando la falla tiene magnitud 1 en el tiempo 7 seg.

Note que cuando la ganancia utilizada en el estimador de fallas es  $K=1,000$ , el estimado de falla permanece con un sesgo, el cual resulta para este caso de alrededor de 15% menor al valor real de la falla. El incremento del valor de la ganancia  $K$  ayuda a mejorar la estimación de la falla, mediante la inversión de la transferencia de la falla al residuo. La estimación de esta produce un retraso adicional al que se produce cuando sólo se utiliza el generador de residuos. Este hecho debe de tomarse en cuenta cuando se desee hacer uso del algoritmo en situaciones reales, sobre todo, cuando el tiempo de detección juega un factor crítico. El atraso de tiempo introducido por el método, se hace más evidente cuando se utiliza una señal de falla sinusoidal, por ejemplo.

Por otro lado, es necesario contar con una ganancia  $K$  suficientemente grande, para tener un estimado de la falla con menor sesgo.

Un punto a discutir adicionalmente sobre el enfoque considerado, es el poder diseñar un generador de residuos, en conexión con la ganancia a ser utilizada después, es decir, ¿Existe alguna manera de mejorar el estimado o disminuir el valor de la ganancia  $K$ , mediante el diseño del generador de residuos? De ser así, hace falta continuar el trabajo en busca de este diseño unificado, sin embargo, el enfoque considerado, cuenta también con la ventaja de poder ser aplicado a un generador de residuos existente. El requisito es el conocimiento de la función de transferencia de la falla al residuo. Aún y cuando el método puede ser aplicado a sistemas multivariables (con el mismo número de entradas y salidas) en este trabajo solo se exploró el caso SISO.



## CONCLUSIONES

La problemática de ganancia de la transferencia de la falla al residuo es considerada en este trabajo. En lugar de ver la manera de trabajar la posibilidad de modular esta ganancia, en este trabajo se propone una forma de estimar la falla mediante un enfoque de inversión del generador de residuo. El enfoque tiene limitaciones estructurales, sin embargo, si las condiciones de existencia se satisfacen, la falla se puede estimar de manera conveniente y sin retraso significativo. El retraso de la estimación producido por el enfoque, requiere de ser evaluado para revisar la viabilidad en cada caso.

En general se tiene que seleccionando un valor de  $K$  grande se obtiene un error de estimación de la falla muy pequeño. Al invertir sistemas de fase no mínima, la inversión resulta inestable, aún seleccionando una  $K$  grande. Esto requiere de un tratamiento diferente. Los sistemas estrictamente propios pueden ser tratados sin mayor problema.

Como trabajo futuro queda el manejo de sistemas de fase no mínima, así como un estudio basado en experimentos y o comparación con otros métodos.

## RECONOCIMIENTO

Los autores agradecen el apoyo del CONACYT mediante proyecto no. 178282 así como a la UANL por el apoyo con el proyecto PAYCIT No. IT956-11.

## REFERENCIAS

1. Buchholz, J.J. and Grünhagen, W. (2008). Inversion impossible? Institute report DLR IB.
2. Cen, Z., Noura, H., and Younes, Y.A. (2015). Systematic fault tolerant control based on adaptive Thau observer estimation for quadrotor UAV's. *International Journal of Applied Mathematics and Computing Science*, 25(1), 1-10.
3. Chaloo, R. and Dubey, S. (2011). Simultaneous state and actuator fault estimation with fuzzy descriptor PMID and PD observers for satellite control systems. *International Journal of Robotics and Automation (IJRA)*, 2(5), 1-10.
4. Chen, J. and Patton, R.J. (1999). *Robust model based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic Publishers Group.
5. Ding, S.X. (2013). *Model-based fault diagnosis techniques 2nd edition*. Springer.
6. Du, D., Jiang, B., and Shi, P. (2011). Fault estimation and accommodation for switched systems with time-varying delay. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 9(3), 442-451.
7. Edelmayer, A. (2005). *Fault Detection in Dynamic Systems: From State Estimation to Direct Input Reconstruction Methods*. Ph.D. thesis, Dr.Sc Hungry Academy of Sciences.
8. Frank, P.M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy – a survey. *Automatica*, 26, 459-474.

9. Frank, P.M. and Ding, S.X. (1994). Frequency domain approach to optimally robust residual generation and evaluation for model based fault diagnosis. *Automatica*, 30(5), 789-804.
10. Gao, Z. and Ding, S.X. (2007). Fault estimation and fault tolerant control for descriptor systems via proportional, multiple-integral and derivative observer design. *IET Control Theory Appl.*, 5(1), 1208-1218.
11. Gassara, H., Hajjaji, A.E., and Chaabane, M. (2011). Actuator fault estimation with pole placement constraints for takagi-sugeno fuzzy systems with interval time varying delay: An LMI approach. In *EUSFLATLFA, European Society for Fuzzy Logic*. July 18-22, 2011 Aix Les Bains, France.
12. Hmida, F.B., Khemiri, K., Ragot, J., and Goss, M. (2010). Robust filtering for state and fault estimation of linear stochastic systems with unknown disturbance. *Mathematical Problems in Engineering*, 2010.
13. Huang, D. and Nguang, S.K. (2009). Fault estimation for uncertain nonlinear networked control systems. *The Open Automation and Control Systems Journal*, 2(1), 32-44.
14. Kulcsar, B. and Verhaegen, M. (2012). Robust inversion based fault estimation for discrete-time LPV systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(6), 1581-1586.
15. Luan, J.H. and Zhao, T.D. (2008). Novel design of actuator fault reconstruction. *International Journal of Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 80, 44-50.
16. Mao, Z., Jiang, B., Shi, P., and Cocquempot, V. (2008). High gain observer-based fault estimation for nonlinear networked control systems. In *American Control Conference*. Seattle, Washington, USA.
17. Mohsen, S., Soltani, N., Izadi-Zamanabadi, R., and Stoustrup, J. (2008). Parametric fault estimation based on h1 optimization in a satellite launch vehicle. In *17th IEEE International Conference on Control Applications, Part of 2008 IEEE Multi conference on Systems and Control*. San Antonio, Texas, USA.
18. Montes de Oca, S., Rotondo, D., Nejjari, F., and Puig, V. (2011). Fault estimation and virtual sensor FTC approach for LPV systems. In *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. IEEE, Orlando, Florida, USA.
19. Ruiz García, J.C. (2015). Diseño normalizado del residuo para sistemas lineales invariantes en el tiempo. Tesis de Maestría, UANL.
20. Sigalov, D. and Oshman, Y. (2010). A new formulation of fault-tolerant estimation problems and some solutions. In *Electrical and Electronics Engineers in Israel (IEEEI), 2010 IEEE 26th Convention of*, 626-630. Israel.
21. Stoustrup, J. and Niemann, H. (2002). Fault estimation - A standard problem approach. *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 12, 649-673. doi:DOI: 10.1002/rnc.716.

22. Zhang, K., Jiang, B., and Cocquempot, V. (2009). Fast adaptive fault estimation and accommodation for nonlinear time varying delay systems. *Asian Journal of Control*, 11(6), 643-652.
23. Zhang, K., Jiang, B., and Coquempot, V. (2008). Adaptive observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 6(3), 320-326.
24. Zhang, K., Jiang, B., Shi, P., and Xu, J. (2015). Analysis and design of robust  $h_1$  fault estimation observer with finite-frequency specifications for discrete-time fuzzy systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 45(7), 1225-1235.

