

El legado científico de Stephen Hawking (1942-2018). Segunda parte

J. Rubén Morones Ibarra

Facultad de Físico-Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León
rubenmorones@yahoo.com.mx

RESUMEN

El trabajo científico realizado por Stephen Hawking tuvo un gran impacto en las teorías fundamentales de la física. Sus ideas generaron nuevas fronteras en la física moderna, con lo que uno de sus mayores legados es la popularización de esta ciencia que ha invitado a muchos a reflexionar sobre el origen del universo, la cosmología cuántica, la teoría cuántica de la gravedad, y el concepto de universo holográfico.

PALABRAS CLAVE

Gravedad cuántica, paradoja de la información, teorema de Liouville, entrelazamiento cuántico, universo holográfico.

ABSTRACT

The scientific work carried out by Stephen Hawking had a great impact on the fundamental theories of physics. His ideas generated new frontiers in modern physics, so that one of his greatest legacies is the popularization of this science that has invited many to reflect on the origin of the universe, quantum cosmology, the quantum theory of gravity, and the concept of the holographic universe.

KEYWORDS

Quantum gravity, information paradox, Liouville theorem, quantum entanglement, holographic universe.

INTRODUCCIÓN

Entre los objetivos científicos más importantes para Stephen Hawking estaba plantear una “Teoría del Todo” con la que trataba de explicar por qué el universo es como es. En ese esfuerzo realizó importantes aportaciones a la cosmología cuántica, ciencia que estudia al universo como un todo, ocupándose principalmente de su origen, evolución y estructura. También contribuyó a otros campos como la relatividad general y la gravedad cuántica, lo que abrió nuevos horizontes en la física dando inicio a lo que hoy conocemos como las modernas fronteras de la física, las cuales incluyen la teoría cuántica de la información, el entrelazamiento cuántico, la estructura cuántica del espacio-tiempo y el concepto de universo holográfico.

A continuación, describiremos algunos de los problemas en los que trabajó Hawking con algunas de sus implicaciones.

EL PROBLEMA DEL ORIGEN Y EVOLUCIÓN DEL UNIVERSO

En la actualidad los instrumentos de observación astronómica proveen bases para plantear modelos del universo. Sin embargo, el gran inconveniente para dar una explicación completa a este problema es que las ecuaciones de la teoría de la Relatividad General (RG) de Einstein que gobiernan los procesos gravitacionales, presentan una singularidad en el origen del universo, el momento del Big Bang, por lo que esas ecuaciones dejan de ser válidas, debido a esto desconocemos como era el universo al tiempo $t=0$. Un instante después, digamos, un microsegundo, si la expansión ocurrió a la velocidad de la luz, el radio del universo debería ser del orden de:

$$r = ct = 3 \times \frac{10^8 m}{s} \times 10^{-6} s = 300m.$$

De modo que si toda la materia del universo está concentrada en una diminuta región del espacio, esto debería ser un agujero negro (AN), entonces surgen las preguntas que la cosmología busca responder: ¿Cómo se produjo el big bang? ¿por qué no colapsó el universo debido al intenso campo gravitacional producido por la elevada densidad de masa y energía?

Como ya había probado Hawking al explicar la termodinámica de los AN, los efectos cuánticos deben considerarse por lo que plantea la idea de que la única salida al problema de las singularidades de la RG es la introducción de ideas cuánticas en la teoría de Einstein.

LA TEORÍA CUÁNTICA DE LA GRAVEDAD

Según la teoría electrodinámica cuántica, una partícula está asociada a un campo electromagnético cuantizado, tal es el caso del fotón. Similarmente las otras teorías cuánticas de la interacción débil y la interacción fuerte asocian partículas o cuantas a los campos.

Dado que la RG es una teoría donde el campo gravitacional corresponde a la geometría del espacio-tiempo, la cuantización de ese campo corresponde a la discretización del espacio-tiempo, de manera que no son continuos, sino que existen en paquetes de dimensiones que tienen un valor mínimo.

Si tomamos un pequeño volumen de oro, por ejemplo, sabemos que podemos dividirlo por la mitad, y posteriormente dividir una de las mitades otra vez por la mitad, y así sucesivamente, hasta terminar con un átomo de oro; en este punto el proceso no puede seguir debido a que el átomo es la más pequeña cantidad de oro que se puede tener. Pensemos ahora en un volumen de espacio puro y hagamos el mismo ejercicio anterior. Si llegamos a un elemento que ya no podamos dividir más, tendríamos que el espacio es discreto y podríamos decir que existen partículas de espacio, lo mismo podemos decir del tiempo, terminando con partículas de tiempo. A la mínima superficie que se puede tener o elemento de superficie le llamaremos área de Planck.

La teoría actual de la gravedad es la RG de Einstein, la cual describe los fenómenos a gran escala, como los que ocurren en el sistema solar, en las galaxias, en los ¿AN?, o los fenómenos cosmológicos. En contra parte, la teoría que describe los fenómenos a muy pequeñas distancias, como en la estructura atómica y subatómica, es la mecánica cuántica. La teoría cuántica de la gravedad

fusionaría estas dos interacciones en una sola, pero antes se requiere atender algunos aspectos que por ahora no son compatibles y que llevan a situaciones paradójicas.

PARADOJA DE LA INFORMACIÓN

Cuando Hawking introduce los conceptos de la mecánica cuántica en las ideas de Bekenstein sobre la termodinámica de los AN se originó una paradoja conocida como “paradoja de la información” o de Hawking, que aún no ha sido resuelta.

Para introducir las ideas al concepto de la información y la paradoja correspondiente, empecemos con las definiciones: la información es un conjunto de datos que se almacenan en algún código y para lograrlo se requiere un espacio, una superficie. Si la superficie es discreta y el elemento mínimo de información es el bit, entonces tendremos que la unidad mayor densidad de información que podemos almacenar es aquella que corresponde a un bit por área de Planck.

Además, si establecemos que una partícula descrita en forma clásica, o cuántica, contiene cierta información; en el caso clásico su masa, carga eléctrica, posición y velocidad. En la descripción del estado de una sola partícula en la formulación de Hamilton de la mecánica, el espacio fase tiene seis dimensiones, las tres coordenadas de posición \vec{r} y las tres coordenadas del momento lineal $\vec{p} = m\vec{v}$. Si esta partícula cae en un agujero negro, toda esa información se pierde y solo queda para el exterior del AN la masa, la carga y la rotación, esto es por el teorema del no pelo mencionado en la primera parte de este artículo. De acuerdo con Hawking, la demás información se pierde, pero existe un teorema de la física clásica, llamado teorema de Liouville que establece que la información no puede perderse, lo que genera dos posturas contradictorias que representan la idea clásica asociada con la paradoja de la información.

TEOREMA DE LIOUVILLE

La conservación de la información se expresa a través del teorema de Liouville en la mecánica clásica, una teoría determinista, lo cual significa que dadas las condiciones iniciales de un sistema podemos determinar su evolución en cualquier instante de tiempo posterior. Con esto se puede precisar, en principio, la posición y el momento de las partículas que forman al sistema para todo valor del tiempo.

Consideremos un sistema de N partículas en una caja. En la formulación Hamiltoniana de la mecánica clásica, su descripción microscópica completa se da mediante $6N$ cantidades, que son las posiciones de cada partícula y sus respectivos componentes del momento lineal. Para simplificar el problema introducimos el espacio fase que, para un sistema de N partículas, consiste de un espacio de $6N$ dimensiones. Un punto de este espacio representa una configuración del sistema, que es un conjunto de posiciones y momentos de cada una de las partículas, esto es $(q_1, q_2, \dots, q_{3N}, p_1, p_2, \dots, p_{3N})$. Para simplificar la notación escribimos (q_i, p_i) entendiéndose que $i = 1, 2 \dots 3N$. La evolución del sistema queda representada por una curva $(q_i(t), p_i(t))$ llamada trayectoria en el espacio-fase, determinada por las ecuaciones de Hamilton dadas por:

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad (1)$$

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \quad (2)$$

Donde $H(q_i, p_i, t)$ es el Hamiltoniano del sistema, el cual representa la energía total del sistema. En la formulación Hamiltoniana de la mecánica, la evolución de cualquier cantidad física $A(q_i(t), p_i(t))$, se puede expresar como:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3N} \left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial A}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) \quad (3)$$

Donde hemos usado las ecuaciones (1) y (2).

Definimos un elemento de volumen dv en el espacio-fase como $dv = \prod_{i=1}^{3N} dq_i dp_i$, donde Π es el símbolo del producto y definimos también la densidad de estados ρ en el espacio-fase como el número de puntos (estados) n por unidad de volumen, de tal manera que $n = \rho dv$.

Al aplicar la ecuación (3) a la variable ρ . Obtenemos:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3N} \left(\frac{\partial \rho}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) \quad (4)$$

Por otra parte, la densidad de estados ρ es un flujo en el espacio-fase que satisface la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{Div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (5)$$

Donde:

$$\text{Div}(\rho \vec{v}) = \sum_{i=1}^{3N} \left(\frac{\partial(\rho \dot{q}_i)}{\partial q_i} + \frac{\partial(\rho \dot{p}_i)}{\partial p_i} \right) \quad (6)$$

La ecuación (6) se deriva del hecho que el espacio fase tiene $3N$ coordenadas y $3N$ momenta que tienen la misma categoría como variables dinámicas.

Sustituyendo las ecuaciones (1) y (2) en la ecuación (6) se obtiene que:

$$\text{Div}(\rho \vec{v}) = \sum_{i=1}^{3N} \left(\frac{\partial \rho}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) \quad (7)$$

Sustituyendo (7) en la ecuación (5) obtenemos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3N} \left(\frac{\partial \rho}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) = 0 \quad (8)$$

Si ahora se sustituye la ecuación (8) en la ecuación (4), obtenemos el resultado final:

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (9)$$

El resultado mostrado en la ecuación (9) se conoce como teorema de Liouville, el cual establece que la densidad de puntos representativos en el espacio fase que corresponde al movimiento de un sistema de partículas se mantiene constante en el tiempo.¹ Ya que cada punto en el espacio fase representa la información contenida en todas las partículas del sistema y su densidad permanece constante en el tiempo, esto se interpreta como una ley de conservación de la información, para los sistemas clásicos. Un resultado equivalente se obtiene para los sistemas cuánticos, por lo que se concluye que la información se conserva en todos los sistemas, tanto clásicos como cuánticos.

El determinismo clásico nos asegura que dadas las condiciones iniciales de un sistema, podemos determinar su estado para cualquier tiempo t posterior. El determinismo cuántico está expresado de la misma manera, $|\psi(t=0)\rangle$ por lo que podemos conocer el estado del sistema para cualquier otro tiempo $|\psi(t)\rangle$.

En la física ha quedado claro el concepto de conservación de la energía, expresado como una ley que establece que en cualquier proceso ocurrido en un sistema aislado, la energía total del sistema se conserva. Durante la evolución del sistema la energía puede sufrir transformaciones de un tipo a otro, transmitiéndose de unas partículas a otras, pero la energía total es conservada. Correspondientemente, la ley de la conservación de la información en los sistemas descritos por una teoría clásica o cuántica establece que en cualquier proceso físico descrito por la mecánica clásica o la mecánica cuántica, la información se conserva.²

Si ahora consideramos una partícula descrita cuánticamente tendremos, para el caso de un electrón, por ejemplo, que su función de estado es $\psi(\vec{r}, t, s)$, que contiene la dependencia de la posición, el tiempo y el espín, \vec{r}, t , y s , respectivamente. De igual manera que para el caso clásico, toda esta información se pierde si esta partícula es absorbida por el AN, sólo queda para el exterior la masa, la carga y la rotación. La misma pérdida ocurriría con un fotón, el cual es descrito por su energía (o frecuencia) y su polarización (izquierda o derecha).

Por una parte, la entropía está relacionada con la información oculta o inaccesible a un sistema. Por ejemplo, en un sistema físico como el agua en un vaso, contiene dos tipos de información: aquella que es accesible a un observador que realice un experimento con el sistema, como la temperatura, el volumen y la masa, las cuales determinan el macroestado del sistema; y la que no es accesible al observador, como las cantidades físicas que determinan el estado de cada una de las moléculas de agua, tales como la posición y velocidad o momento lineal $\vec{p} = m\vec{v}$ donde m y \vec{v} son la masa de la molécula y su velocidad, respectivamente. A esta información microscópica que es inobservable es a la que se le llama información oculta.

Cuando estudiamos un sistema termodinámico, con un número de partículas del orden del número de Avogadro, nos concentramos en las variables macroscópicas como volumen, presión y temperatura. Estas cantidades son derivables mediante la mecánica estadística, al hacer ciertas suposiciones sobre el comportamiento de las cantidades microscópicas. Para los propósitos de esta parte del artículo que son los de establecer que la información se conserva, probando el teorema de Liouville, solo es necesario saber que existe esta información oculta en el sistema.

Por otra parte, la información cuántica queda almacenada o contenida en la descripción del estado cuántico del sistema. Por la naturaleza de la mecánica cuántica este tipo de información resulta ser un poco más difícil de comprender que la clásica, ya que la cuántica involucra el entrelazamiento cuántico que implica que los estados tienen cierta probabilidad de aparecer y están cambiando continuamente.

La entropía es la información oculta y puesto que en un AN la entropía está relacionada con el área del Horizonte de Eventos (HE), como se estableció en la primera parte de este artículo, se supone que la información oculta de un sistema que es absorbido por el AN queda almacenada en la superficie del HE.³

La esencia de la paradoja de la información es que aparentemente ésta se pierde en un AN, lo cual viola las leyes de la física, tanto clásicas como cuánticas; cualquier información que transporte la partícula, al ser absorbida por el AN solo deja masa, carga y rotación. Si esto se acepta habría que cambiar la mecánica cuántica para ajustarse a este nuevo fenómeno.

Durante treinta años, desde que se planteó la paradoja en 1974, Hawking defendió la tesis de que la información se pierde, al grado que es famosa la anécdota de que en 1997 el físico norteamericano John Phillip Preskill retó en una apuesta a Hawking a que la información no se perdía y fue hasta 2004 que Hawking aceptó esa posibilidad.⁴

EJEMPLO DE PÉRDIDA DE INFORMACIÓN CUÁNTICA

En un par de partículas que se producen en el proceso cuántico de creación de pares, estas se encuentran entrelazadas cuánticamente, significa que cada una de ellas lleva cierta información, donde una es complementaria a la de la otra. La figura 1 ilustra un ejemplo de pérdida de información cuántica, la fuente S produce un par de fotones que salen en direcciones opuestas, de los cuales no conocemos su polarización hasta que se determina la de uno de ellos en el detector CM. Si uno de ellos cayera en un agujero negro ya no podríamos recuperar la información que éste llevaba.

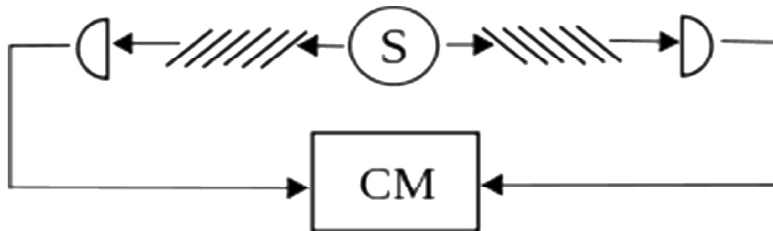


Fig. 1 Ejemplo de pérdida de información cuántica.

En la mecánica cuántica el estado de un sistema queda descrito por la función de onda del sistema físico, así que toda la información física del sistema está contenida en esa función. Si conocemos la función de onda del sistema a un tiempo determinado, nos permite conocer esta función para cualquier otro valor del tiempo, en el pasado y en el futuro. En este sentido decimos que la mecánica cuántica es una teoría determinista.

En la mecánica cuántica el operador de evolución de un sistema es unitario, lo cual nos garantiza que tiene un operador inverso, permitiendo conocer el estado del sistema en tiempos anteriores, a la vez que garantiza la conservación de la probabilidad en el tiempo y por lo tanto la información física del sistema no puede perderse.

LA INFORMACIÓN EN UNA TEORÍA CUÁNTICA DE LA GRAVEDAD

El problema de la pérdida de información lo podemos establecer al considerar que en el proceso de evaporación del AN se emite una radiación termalizada o radiación térmica lo que significa que el espectro o la información que contiene sólo depende de la temperatura del cuerpo que la emite, como en el caso de la

radiación de cuerpo negro. La pregunta es, ¿dónde quedó toda la información que contenía la materia que formó al AN?

Antes de Bekenstein se pensaba que los AN tenían entropía cero, incluso Hawking llegó a considerarlo así, pero como ya se mostró en la primera parte, finalmente propusieron la ecuación BH hoy sabemos que la entropía de un AN es muy grande, una cantidad enorme de información oculta no accesible a un observador, se almacena en un AN, de hecho, la máxima densidad de información oculta que se puede almacenar ocurre en ellos. Toda la información que ha absorbido un AN cuando cae materia en él, queda almacenada en su superficie.

Si lanzamos al AN dos archivos de computadora que tengan la misma masa, pero conteniendo diferente información, ambos terminarán en radiación idéntica en principio. ¿Dónde quedó la información diferente contenida en los dos archivos? Esta es en forma descriptiva la paradoja de la información que contradice la ley de conservación de la información, o equivalentemente, la segunda ley de la termodinámica.

Si quemamos dos libros distintos de idénticos tamaños y masas, los patrones de tinta contenidos producirán diferentes tipos de ceniza y de humo, pero contendrán la información de los contenidos de los libros. La información estará mezclada en un patrón desordenado, pero ahí estará, en las cenizas y el humo productos de la combustión. Para entender que solamente se trata de información accesible (recuperable) y no accesible (no recuperable), sin pérdida, podemos considerar el siguiente ejemplo. Si una hoja con información escrita la partimos en un millón de pedacitos del mismo tamaño y los dispersamos en el piso, podremos ensamblarlos como se hace con un rompecabezas y recuperar la información, pero si quemamos un libro la información estará en las cenizas y el humo producto de la combustión, pero no podremos recuperarla. De la misma manera, la información del AN no deja ninguna traza que pueda observarse en el universo.

Estas contradicciones entre las teorías sobre AN y las teorías fundamentales conduce a dos posibles soluciones: 1) La información se pierde, se viola la segunda ley de la termodinámica; Implica que necesitamos modificar las leyes que conocemos actualmente o introducir nuevas leyes de la física, o 2) La radiación emitida por el AN contiene la información, lo que implica que la radiación de Hawking no corresponde a la de un cuerpo negro, o el cálculo que se hizo de la radiación emitida es incorrecto.

Para resolver la contradicción en el segundo punto se requiere introducir correcciones cuánticas a la radiación de Hawking estableciendo que ésta no es puramente una radiación térmica, sino que contiene algo más que es lo que lleva la información. La superficie de un AN afecta la radiación debido a la información que contiene. La solución de este problema que produce inconsistencia en las leyes de la física es otro de los grandes conflictos pendientes de resolver en la física. Detrás de la solución de este se encuentran ideas conceptuales sobre la interpretación de la mecánica cuántica. ¿Hay información contenida en la radiación emitida? Nadie sabe hasta ahora como introducir esta idea en una teoría de la radiación.

La forma en que aquí se planteó lo que llamamos paradoja de la información, es más bien un problema porque una paradoja en la física se presenta cuando un fenómeno observado desde un cierto marco de referencia contradice lo que se observa desde otro marco de referencia distinto. Ahora se trata de explicar

lo que ven dos observadores distintos, uno cae en el AN mientras que el otro permanece fuera del HE.

Notemos que debido a la ley de Bekenstein-Hawking la entropía que transporta una partícula absorbida por un AN se almacena en el área del HE, es decir, la entropía se convierte en geometría del espacio-tiempo, en área del AN. Esta posibilidad presagia que de aquí surgirán nuevas leyes de la física, tal vez de una escala comparable a lo que ocurrió cuando Planck cuantiza la radiación. En el caso del estudio de la entropía de los AN, el espacio manifiesta características discretas. Una conjetura debida a t' Hooft es que la física dentro de un sistema encerrado en un volumen puede describirse en términos de los grados de libertad en la superficie que encierra al volumen. Un resultado matemático similar a éste ocurre en la teoría de las funciones analíticas. El teorema de Cauchy establece que es posible conocer el valor de una función en el interior de una superficie si conocemos los valores de la función en la frontera o contorno que encierra la superficie; extendiendo esta idea a un volumen, encontramos que es posible conocer la temperatura del interior de un cuerpo si conocemos la temperatura en cada punto de la superficie que rodea al cuerpo. Este es un resultado matemático que satisfacen las funciones de variable compleja llamadas analíticas o regulares.

Actualmente existe un consenso entre los astrofísicos, de que no es posible entender completamente lo que ocurre con los AN si no se tiene una teoría cuántica de la gravedad.

IMPORTANCIA DE LA LEY DE CONSERVACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Si el determinismo cuántico o clásico se viola, entonces carece de sentido buscar en las leyes de la física eventos que ocurrieron en el pasado. Esto se debe a que dadas las condiciones iniciales de un sistema, este puede evolucionar hacia diferentes estados, o, correspondientemente, dos estados diferentes del sistema en un instante dado pueden evolucionar al mismo estado en un tiempo posterior. En este caso, si conocemos el estado actual de nuestro universo, no podemos determinar su estado en el pasado ya que puede ser cualquiera de un conjunto de varios estados o de un número muy grande de ellos.

Si la información no se pierde, ¿dónde se encuentra entonces en la radiación del AN? ¿Cómo se recupera esta información? El mecanismo sugerido por los físicos t'Hooft y por Leonard Susskind es que la información contenida en la radiación no es recuperable como tal. A diferencia de lo que ocurre con la información contenida en un libro quemado, ahí está la información, pero no es utilizable,⁵ aunque se haya conservado.

Consideremos ahora lo que ocurre con la información contenida en un AN. Desde el punto de vista de un observador externo a un AN, una partícula que se aproxima al HE tardará un tiempo infinito en llegar a él, la información que transporta esta partícula quedará en la superficie del HE codificada como bits (ceros y unos). La radiación de Hawking emitida por el agujero negro llevará la información, pero será irrecuperable ya que no podemos rehacer el AN con esta porque nos llevaría un tiempo infinito reconstruirlo.

Después de aceptar Hawking que la información no se destruye, en el año 2016 propuso una solución de la paradoja de la información; supuso que los AN tienen un halo que rodea al HE y que ahí se almacena la información. Este halo consiste en excitaciones cuánticas de baja energía que guardan las características de todo lo que ha contribuido a formar el AN, en la superficie hay un patrón de pixeles con información de todo lo que ha caído en el AN.

Ejemplo de almacenamiento de información en un agujero negro

Consideremos el caso de un fotón absorbido por un agujero negro. El punto de vista de lo que ocurre con un fotón al dirigirse hacia un agujero negro depende del observador, esto es el origen de las paradojas de la información. Consideremos un observador externo al AN, para describir el estado de un fotón libre se requieren dos números cuánticos, uno es su energía o equivalentemente, su momento lineal y el otro es su estado de polarización.

La energía del fotón la definiremos como δE dada por:

$$\delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (10)$$

Por otra parte, el radio R del horizonte de un agujero negro de Schwarzschild es:

$$R = \frac{2MG}{c^2} \quad (11)$$

El cambio en la energía de un agujero negro se debe a un cambio en su masa. De la ecuación (11) podemos obtener este valor:

$$\delta(Mc^2) = \frac{c^4}{2G} \delta R \quad (12)$$

En nuestro caso, el cambio en la energía del AN se debe a la absorción de un fotón de energía dada por la ecuación (10).

Usando $\delta E = \delta(Mc^2)$

e igualando δE de la ecuación (10) con el cambio en la energía del AN dada por la ecuación (12), obtenemos:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{c^4}{2G} \delta R \quad (13)$$

Suponemos que el fotón puede ser absorbido en cualquier región del horizonte de eventos, así que supondremos que su longitud de onda es del orden del radio R del HE. En la ecuación (13) sustituimos $\lambda=R$ obteniendo:

$$R\delta R = \frac{2Gh}{c^3} \quad (14)$$

Por otra parte, el área del horizonte de eventos es $A=4\pi R^2$

$$\delta A = 8\pi R\delta R \quad (15)$$

Sustituyendo (15) en (14) obtenemos que el cambio en el área del agujero negro debido a la absorción de un fotón de energía dada por la ecuación (15), está dado por:

$$\delta A = \frac{16\pi G}{c^3} \quad (16)$$

La información del fotón se almacena en forma de bits en la superficie del HE.

PRINCIPIO HOLOGRÁFICO

Bekenstein calculó la cantidad de información que se puede almacenar en la superficie del horizonte de eventos del AN; Leonard Susskind propuso una idea para resolver este problema planteando el concepto de Principio Holográfico. El principio establece que en la superficie del horizonte de eventos está almacenada toda la información que contenía la materia de la que se formó el AN. Al evaporarse el AN, la radiación emitida interacciona con la información almacenada en la superficie del horizonte de eventos, llevando esta radiación el contenido de la información de la región de la superficie con la que interactuó. El principio holográfico se ha introducido para preservar el teorema de conservación de la información. Como ya se mencionó Hawking no aceptaba esta visión y aseguraba que la información se perdía. Sin embargo, en un artículo que publicó aceptaba que la información contenida en el HE del AN perturbaba cuánticamente a la radiación y esta contenía la información que almacena el AN en su superficie.⁶

EL LÍMITE DE BEKENSTEIN

Sabemos que hay un límite para dividir la materia ya que la existencia de los átomos está actualmente bien establecida, lo mismo que los núcleos atómicos y las partículas fundamentales. La pregunta actual es si existe un límite para dividir el espacio, si existe una longitud mínima, área mínima y volumen mínimo; las teorías actuales indican que el espacio es discreto, no continuo.

Todas las geometrías que tenemos ahora describen un espacio continuo, sin embargo, en la física a muy pequeña escala, la materia es discreta. Similarmente, las modernas teorías de la física indican que el espacio es discreto, es decir, que hay una cantidad mínima para la longitud y como consecuencia, que existen unidades mínimas de área y de volumen. La mínima longitud es del orden de 10^{-33} cm, por lo tanto, las cantidades mínimas para el área y el volumen son del orden de 10^{-66} cm² y 10^{-99} cm³. Estas son cantidades increíblemente pequeñas, que escapan completamente de nuestra percepción e inclusive de nuestra imaginación. Las cantidades mínimas de longitud, área, y volumen se denominan como longitud, área, y volumen de Planck.

Cualquier región del espacio está limitada por una superficie cuya área medida en unidades de Planck es por supuesto finita. De acuerdo con el concepto introducido por Bekenstein la entropía es proporcional al área y por lo tanto tiene una cota superior que corresponde al área en unidades de Planck. Por otra parte, las unidades de información a las que llamamos bits, se registran en superficies mediante un cero o un uno. De esta manera tenemos una cota superior a la cantidad de información, en forma de bits, que podemos almacenar en una superficie. Este límite se conoce como Límite de Bekenstein.

La expresión matemática del límite de Bekenstein para la entropía S está dada por:

$$S \leq \frac{2\pi kRE}{\hbar c}$$

Donde k es la constante de Boltzmann, R es el radio de una esfera que rodea la superficie, E es la masa-energía contenida en el sistema, h es la constante de Planck y c es la velocidad de la luz.

En unidades de bits de información, el límite de Bekenstein I está dado por:

$$I \leq \frac{2\pi cRM}{\hbar \ln 2}$$

En este caso R es el radio en metros, M es la masa en kilogramos.

Para un agujero negro la entropía satura el límite de Bekenstein con un valor de:

$$S = \frac{kA}{4}$$

En el que A es el área del horizonte de eventos.

Antes de que Bekenstein y Hawking propusieran sus ideas sobre la entropía de los AN se pensaba que la contribución más grande a la entropía del universo provenía de la radiación cósmica de fondo, la cual se generó en la época en que el universo se volvió transparente y la radiación electromagnética pudo viajar sin ser absorbida por la materia. Esta radiación, en el lenguaje moderno, es un gas de fotones que llena uniformemente todo el universo. El número de fotones es del orden de 10^{89} , el cálculo de este número se hace en base a las observaciones y se compara con el número total de protones y neutrones del universo que es de 10^{80} . Hay 10^9 fotones por cada barión. La entropía de la radiación es por lo tanto del orden de 10^{89} , tomando como uno la información que se requiere para determinar el estado de un fotón. En realidad se requieren dos cantidades, la frecuencia del fotón y su polarización, esto daría un factor de dos en el número 10^{89} . Despreciar el factor dos no es significativo al considerar estos números colosales.

Después de Bekenstein y Hawking, la entropía de los AN resulta ser del orden de 10^{20} más grande que la de los fotones del universo. El cálculo de la entropía de un agujero negro se hace mediante la expresión:

$$S_{BH} = \frac{Akc^3}{4G\hbar}$$

Donde A es el área del horizonte de eventos.

Considerando que la información que contiene un AN se queda sobre la superficie, y un bit de información se puede almacenar en la mínima área posible que es un área de Planck (un cuadrado de longitud 10^{-33} cm correspondiendo a un área del orden de 10^{-66} cm²). Este número es tan pequeño que en la superficie de un protón podríamos almacenar 10^{40} bits. La máxima información almacenada en el AN, llamada el Límite de Bekenstein, se puede calcular fácilmente conociendo la masa del AN, con esta información se determina el área del horizonte de eventos, se mide el área en unidades de Planck y esto corresponde al número de bits o unidades de información. Un sistema de N partículas requiere $6N$ bits para determinar el estado del sistema (con esto se determina el estado de cada partícula del sistema).

LA TEORÍA DEL TODO

La Cosmología Cuántica nació de combinar la RG y la mecánica cuántica aplicada a los fenómenos del universo como un todo, lo que considera incluir a la gravedad en las teorías de unificación, iniciando la búsqueda de una teoría

que unifique todas las fuerzas fundamentales de la naturaleza, que se supone explicaría también la naturaleza del espacio-tiempo, la materia y sus interacciones, por lo que es conocida como la Teoría del Todo. Hawking pensaba encontrar una función de estado $|\Psi\rangle$ que involucrara al estado de todo el universo, pero la mayor limitación fue la falta de una teoría cuántica de la gravedad completa y consistente, que hasta la fecha no se ha podido desarrollar.

Hawking creyó firmemente en la teoría del todo, pero a partir de un debate con Penrose sobre la forma como opera el cerebro humano comenzó a revisar su propuesta. Penrose planteaba que nuestra mente no funciona siguiendo algoritmos como una computadora y para probarlo propuso varios ejemplos, en uno de ellos se toman números enteros positivos y se le da a la computadora el problema de encontrar un número impar que sea la suma de dos números pares. La computadora utilizará un algoritmo en el que tomará el primer número impar, lo expresará como la suma de dos números y dividirá por dos cada uno de ellos. Si en ambos casos el resultado de la división es un entero, la computadora se detiene. Sabemos que esto nunca sucederá ya que la suma de dos números pares siempre es un número par. El punto es que el hombre prueba este punto sin necesidad de un algoritmo, así que Penrose afirmaba que en la mente se generan ideas que no son computables porque no se determinan mediante algoritmos.

Hawking prefería hablar de inteligencia y no de la mente o la conciencia, aseguraba que ésta no era algo que se pudiera medir desde afuera, en cambio la inteligencia sí, y proponiendo que la inteligencia pueda ser simulada por una computadora mediante algoritmos entonces se tendrían proposiciones de las que no se puede demostrar que sean falsas o verdaderas, indecibles, como lo hace el cerebro. Este evento está descrito por el teorema de incompletez del matemático Kurt Gödel, el cual establece que todo sistema lógico axiomático que pretenda ser completo cuando se codifica mediante proposiciones aritméticas contiene proposiciones indecidibles, es decir, proposiciones de las que no se puede demostrar ni que sean falsas ni que sean verdaderas.

Una vez que Hawking se convenció de que el teorema de Gödel era aplicable al funcionamiento del cerebro, y que no se podía desarrollar una teoría del todo establecida en un número finito de principios, desechó la posibilidad de encontrarla⁷ y en el año 2002 escribió un artículo titulado “Gödel and the end of physics”⁸ donde presentó esa conclusión.

NOTAS HISTÓRICAS

Históricamente la búsqueda del significado de temperatura y entropía en la materia condujo al descubrimiento de los átomos, de ahí surgió la Física Estadística (1872-1898). Por otra parte, la búsqueda del significado de la temperatura y la entropía en la radiación electromagnética condujo a cuantización del campo electromagnético y la aparición de los cuantos de luz (Planck 1900). Este fenómeno marcó, no el fin de la física clásica que sigue teniendo vigencia y utilidad, pero sí la aparición de la mecánica cuántica.

Hay augurios de algunos físicos que aseguran que la paradoja de Hawking sobre la información conducirá al fin de una de las dos teorías, saliendo triunfadora solo una de ellas: o la mecánica cuántica o la RG. Es muy probable que esto no sea

lo correcto pues ambas teorías, cada una en su rango de aplicabilidad, es exitosa. Sin embargo, cuando ambas se encuentran ante el fenómeno de intensos campos gravitacionales como los que se presentan en los AN surge la contradicción o aparente incompatibilidad de ambas teorías.⁹

Esperamos que la búsqueda del significado de la temperatura y la entropía de un AN conduzca ahora a la cuantización del espacio-tiempo. La discretización del espacio y el tiempo se espera que aparezca y se manifieste en las escalas de Planck, donde se observe la estructura de cuantos de espacio-tiempo. Esto significa la existencia de intervalos de tiempo de un valor mínimo, así como la de intervalos mínimos de espacio. A estas escalas la geometría del espacio-tiempo se convierte en información (entropía).

Cuando una partícula es absorbida por un agujero negro la entropía del exterior disminuye, pero ¿qué pasa con la información que lleva la partícula? Hay algo incompleto en la teoría actual ¿en qué se convierte la información perdida en el exterior del AN? La posible solución a esto es que se convierte en geometría del espacio-tiempo en el horizonte de eventos y se almacena en forma de bits o cuantos de espacio-tiempo.

La radiación emitida por un AN no contiene ninguna información sobre la manera en la que se formó el AN, esto viola la ley de conservación de la información y aun no se tiene la respuesta entre la mecánica cuántica y la RG.

OTRAS REFLEXIONES: LOS VIAJES EN EL TIEMPO

Otro tema de interés para Hawking fue el estudio de los viajes en el tiempo. Desde el punto de vista de las teorías de la física que hoy conocemos, existen tres maneras de viajar en el tiempo:

- 1) Para viajar hacia el futuro se requiere viajar en un vehículo a velocidades cercanas a la de la luz de manera que una semana en el reloj del viajero podría corresponder a un año o más para un observador que ve que la nave se mueve. Por ahora no se ha desarrollado la tecnología para realizar tales viajes.
- 2) Viajes a través de agujeros de gusano que se pueden ejemplificar considerando dos puntos, A y B, cada uno en los extremos de una hoja de papel y doblándola o enrollándola, haciendo que los puntos A y B coincidan. Si nos encontramos en el punto A, esto nos produce la ilusión de que hemos viajado de A a B muy rápidamente aun cuando nosotros no nos hemos movido. A este viaje casi instantáneo de A a B debido a la deformación del espacio se le llama viajes en el tiempo a través de agujeros de gusano. Aun cuando esto es posible físicamente, de acuerdo con las leyes actuales de la física, la tecnología para lograrlo está muy lejos de ser desarrollada.
- 3) De acuerdo con la RG, en presencia de un campo gravitacional los relojes se atrasan o marchan más lentamente al compararlos con relojes en campos gravitacionales más débiles. Hawking llamó a los AN máquinas del tiempo naturales.

Las deformaciones del espacio-tiempo que produzcan agujeros de gusano solo podrían ocurrir en los AN. Hay otras propuestas que llamaron la atención de Hawking, donde interviene un tipo de materia exótica con masa negativa, pero todas ellas están muy lejos de las posibilidades tecnológicas actuales.

SU MUERTE

En el año de 1963 Hawking fue diagnosticado con Esclerosis Lateral Amiotrófica, una enfermedad degenerativa de los músculos que es progresiva. Los médicos le pronosticaron que sobreviviría tan solo dos años más, pero murió a los 76 años, sobreviviendo 55 años al diagnóstico.

Esta enfermedad le causó una discapacidad motriz prácticamente de todo el cuerpo que lo obligó a usar silla de ruedas la mayor parte de su vida. A pesar de esto su productividad científica no fue disminuida y hay quienes opinan que esa condición lo impulsó a dedicar más tiempo a su trabajo intelectual haciéndolo más productivo que si hubiera gozado de sus capacidades físicas completas. Los dispositivos que lo auxiliaban para moverse y comunicarse no ocultaban su sentido del humor que se podía observar en sus conferencias y no hay duda de que fue un científico, creador de importantes ideas sobre el universo y su estructura, y también un divulgador de la ciencia.

Hawking dejó casi terminado un libro de divulgación científica que se logró completar o terminar con una selección de sus ideas, expresadas en documentos escritos o en sus conferencias sobre la ciencia, la humanidad y el universo. Algunos de sus colegas y miembros de su familia incluyeron algunas de sus reflexiones sobre la existencia y otros temas. Se publicó en octubre de 2018 con la inclusión de sus reflexiones y la participación de gente que lo conoció; con el título *Brief answers to the big questions*¹⁰ se presentan sus ideas sobre el origen del universo, los viajes en el tiempo y algunos problemas sociopolíticos.

Como legado se puede recordar que fue un apasionado de su trabajo y se mantuvo activo como investigador hasta el final de su vida. Dos semanas antes de su muerte, con las correcciones que le habían indicado los revisores, envió un artículo de investigación científica titulado *A Smooth Exit from Eternal Inflation*, el cual fue publicado en *Journal of High Energy Physics*, en abril de 2018.^{11, 12, 13}

El legado que nos deja de su vida es su ejemplo de optimismo, su autoestima y valentía. Estas cualidades lo dotaron de una fuerza poderosa que le permitió vencer todos los obstáculos y nunca rendirse. Su objetivo de comprender el funcionamiento del universo lo impulsó a realizar enormes esfuerzos y a trabajar incesantemente.

De modo más objetivo, lo más sencillo es listar sus contribuciones más relevantes, a modo de resumen, a la física moderna, la astrofísica y la cosmología.

1. Confirmar mediante prueba que la RG tiene singularidades, por lo que es una teoría incompleta y debido a ello no puede predecir la evolución del universo.
2. Penrose y Hawking llegaron a concluir que los AN deben existir como una consecuencia obligada de las singularidades que ellos encontraron. Esta predicción ha sido confirmada espectacularmente con el descubrimiento de las ondas gravitacionales, las cuales se generaron por el choque y fusión de dos AN. Como confirmación adicional de la existencia de estos objetos, está la observación de un AN en el centro de nuestra galaxia.
3. Su más famoso trabajo fue consecuencia del teorema de las singularidades y

se conoce como el teorema de las áreas, establece que el HE siempre aumenta cuando se incrementa la masa del AN. Este resultado, combinado con los trabajos de Bekenstein, condujo a lo que hoy conocemos como Radiación Hawking, que aunque aún no se detecta, se le considera uno de sus logros científicos.

4. Sus trabajos sobre la radiación emitida por los AN estimuló la investigación en el campo de la teoría de la información dando origen a nuevas ideas. También el problema del entrelazamiento cuántico tuvo un impulso importante a partir de problemas surgidos de la radiación Hawking.
5. La radiación de Hawking impulsó también trabajos y esfuerzos para desarrollar la teoría cuántica de la gravedad. En la actualidad el único éxito que se ha tenido en la búsqueda de combinar la RG y la mecánica cuántica es el de haber obtenido la ecuación para la entropía de un AN, llamada ecuación de Bekenstein Hawking la cual está dada por:

$$S_{BH} = \frac{Akc^3}{4G\hbar}$$

Un poco distinta por las unidades usadas, en la lápida de su tumba está inscrita esta ecuación, porque así lo pidió Hawking. Textualmente expresó: “I would like this simple formula to be on my tombstone”.

REFERENCIAS

1. Walter Greiner, Ludwig Neise and Horst Stoecker, Thermodynamics and Statistical Mechanics, Springer, (2000). Faltan las páginas.
2. Marco Rocaglia, On the conservation of information in quantum physics, Cornell University, Sept. 2017, <https://arxiv.org/pdf/1708.05727.pdf>
3. J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D 8, 2333, (1973). (Black holes and entropy) Black Holes and Entropy Jacob D. Bekenstein Phys. Rev. D 7, 2333 – Published 15 April 1973 DOI:<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.7.2333/>
4. 12 de enero de 2008, Stephen Hawking, conferencia “Out of a black hole”, Coliseo Municipal de Valdivia, Chile. <http://www.hawking.org.uk/into-a-black-hole.html>
5. C R Stephens, G ‘t Hooft and B F Whiting, Classical and Quantum Gravity, Volume 11, Number 3.
6. https://www.physicsoftheuniverse.com/topics_blackholes_theory.html No hay responsable de esta página ni autor de la nota, recomiendo sustituir referencia.
7. Roger Penrose, The large, the Small and the Human Mind, Cambridge University Press, (1999). Faltan los números de páginas o capítulos.
8. S. H. Hawking, Godel and the end of physics, Dirac Centennial Celebration, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics (DAMTP) Centre for Mathematical Sciences, University of Cambridge, July 20, 2002. <http://www.damtp.cam.ac.uk/events/strings02/dirac/hawking/>
9. By Clara Moskowitz , August 27, 2015, Scientific American, <https://www.scientificamerican.com/article/stephen-hawking-hasn-t-solved-the-black-hole-paradox-just-yet/>

10. Olivia Ho, The Strait Times, Oct 23, 2018, <https://www.straitstimes.com/lifestyle/in-his-last-book-stephen-hawking-tries-to-provide-an-faq>
11. Kieran Concondan, Science Alert, marzo 18, 2018, <https://www.sciencealert.com/stephen-hawking-submitted-a-paper-on-parallel-universes-just-before-he-died?source=techstories.org>
12. Stephen Hawking, Thomas Hertog, A smooth exit from eternal inflation? Cornell University, <https://arxiv.org/pdf/1707.07702v2.pdf>
13. Stephen Hawking, Thomas Hertog, A smooth exit from eternal inflation? April 2018, [https://doi.org/10.1007/JHEP04\(2018\)147](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2018)147) <https://link.springer.com/article/10.1007%2FJHEP04%282018%29147>

