

Diseño de trayectorias secuenciales con convergencia en tiempo finito para siembra aérea autónoma

Efraín Ibarra Jiménez^{A, *}, Ricardo Chapa García^B,
Romeo de Jesús Selvas Aguilar^B, Octavio García Salazar^C,
Miguel Rivas Martínez^D

^A Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de Durango

^B Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas,
Centro de Investigación en Ciencias Físico Matemáticas

^C Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica, San Nicolás de los Garza, NL,
México

^D Unidad de Investigación y Desarrollo Tecnológico de la Secretaría de Marina
ricardo.chapagr@uanl.edu.mx, romeoselvas@uanl.edu.mx, octavio.garciasl@uanl.edu.mx,
miguelrivas@unindetec.edu.mx. Autor de correspondencia: efrainibarra@itdurango.edu.mx.

RESUMEN

En este trabajo se presenta un método para el diseño de trayectorias secuenciales con propiedades de convergencia en tiempo finito, orientado a aplicaciones de agricultura de precisión mediante vehículos aéreos no tripulados. El enfoque propuesto se basa en la formulación de trayectorias dinámicas definidas sobre segmentos de línea recta que conectan puntos de interés, donde un parámetro de modulación dinámica permite garantizar la llegada exacta a cada punto en un tiempo previamente especificado. La unión de múltiples trayectorias con tiempos proporcionales a la distancia permite generar patrones de movimiento adecuados para maniobras de sembrado autónomo. La viabilidad del método se valida mediante simulaciones numéricas utilizando un modelo dinámico de un cuadricóptero y un controlador robusto reportado en la literatura.

PALABRAS CLAVE

Convergencia en tiempo finito, diseño de trayectorias, trayectorias secuenciales, vehículos aéreos no tripulados, agricultura de precisión.

ABSTRACT

This work presents a method for designing sequential trajectories with finite-time convergence properties, aimed at precision agriculture applications using unmanned aerial vehicles. The proposed approach is based on dynamic trajectories defined along straight-line segments connecting points of interest, where a dynamic modulation parameter guarantees exact arrival at each point within a pre-specified time. By concatenating multiple trajectories with time intervals proportional to the traveled distance, motion patterns suitable for autonomous seeding maneuvers are obtained. The feasibility of the proposed method is validated through numerical simulations using a quadrotor dynamic model and a robust controller previously reported in the literature.

KEYWORDS

Finite-time convergence, trajectory design, sequential trajectories, unmanned aerial vehicles, precision agriculture.

INTRODUCCIÓN

Los vehículos aéreos no tripulados (UAVs), comúnmente conocidos como drones, se han consolidado como herramientas clave en la agricultura de precisión debido a su versatilidad para

realizar tareas de inspección, monitoreo y gestión de cultivos de manera autónoma y eficiente. Los UAV permiten obtener datos detallados del estado de la vegetación, suelo y plagas, lo que contribuye a una toma de decisiones más informada y oportuna en la gestión agrícola.¹ Asimismo, drones equipados con sensores avanzados han demostrado ser efectivos en el monitoreo de cultivos y suelos, favoreciendo la estimación de parámetros agronómicos como biomasa, contenido de nutrientes y detección temprana de problemas fitosanitarios.²

En el ámbito de las trayectorias y rutas de vuelo, la planificación eficaz del camino que debe seguir un UAV es un aspecto crítico para maximizar la eficiencia de las operaciones agrícolas, incluyendo el monitoreo de cultivos o la aplicación de insumos.³ Diversos estudios han propuesto algoritmos de planificación de rutas que integran técnicas de aprendizaje profundo y métodos heurísticos para optimizar tanto la cobertura como la eficiencia energética de los UAV en entornos agrícolas.⁴ En escenarios típicos de agricultura de precisión, las trayectorias generadas por estos algoritmos buscan minimizar distancias recorridas y evitar obstáculos, adaptándose a las condiciones dinámicas del terreno y las exigencias operacionales.⁵

Enunciado del problema

No obstante, la mayoría de los métodos existentes se enfoca en la optimización geométrica o computacional del trayecto sin proporcionar garantías explícitas sobre el tiempo en el cual un UAV alcanza cada punto objetivo, lo cual es particularmente relevante cuando se coordinan maniobras secuenciales que deben realizarse con una sincronización temporal precisa para tareas como la siembra autónoma. Por ejemplo, se han propuesto algoritmos de planificación de ruta que emplean técnicas heurísticas y metaheurísticas para minimizar la distancia total y mejorar la eficiencia del recorrido en entornos complejos,^{6,7} así como métodos basados en optimización geométrica para equilibrar múltiples objetivos de cobertura y suavidad bajo restricciones ambientales.⁸ En este contexto, el diseño de trayectorias con propiedades de convergencia en tiempo finito surge como una alternativa apropiada para garantizar la llegada de un UAV a puntos específicos dentro de intervalos de tiempo previamente establecidos.

Contribución principal

En este trabajo se propone un método para el diseño de trayectorias secuenciales con propiedades de convergencia en tiempo finito. El enfoque de diseño se basa en la parametrización dinámica de segmentos rectilíneos definidos entre dos puntos de interés en el espacio. La evolución temporal de cada trayectoria se regula de tal forma que, partiendo de un punto inicial P_{i-1} , se garantiza la llegada exacta al siguiente punto P_i en un tiempo finito previamente establecido. A partir de estos segmentos dinámicos, se desarrolla una estrategia para la unión secuencial de múltiples trayectorias, lo que permite generar una diversidad de patrones de movimiento aplicables a distintas tareas de la agricultura de precisión, tanto en plataformas aéreas como terrestres. En particular, en este artículo las trayectorias se diseñan en el espacio tridimensional, con énfasis en aplicaciones de siembra aérea autónoma. La viabilidad del método propuesto se evalúa mediante simulaciones numéricas considerando un modelo dinámico de un cuadricóptero y un esquema de control robusto reportado en la literatura.⁹

DISEÑO DE TRAYECTORIAS CON CONVERGENCIA EN TIEMPO FINITO

Formulación de la trayectoria dinámica entre dos puntos

El enfoque propuesto se basa en la parametrización dinámica de segmentos rectilíneos definidos entre dos puntos arbitrarios en el espacio tridimensional. Considérese un segmento que conecta un punto inicial $P_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ con un punto final $P_1 = (x_1, y_1, z_1)^T$. La trayectoria dinámica $L_{P_0P_1}(t)$ que describe el movimiento a lo largo de este segmento se define como:

$$L_{P_0P_1}(t) = P_0 + K(t)(P_1 - P_0), \quad t \in [t_0, t_0 + t_d] \quad (1)$$

donde $K(t): [t_0, t_0 + t_d] \rightarrow [0,1]$ es el parámetro de modulación dinámica (PMD), que gobierna la evolución temporal de la posición a lo largo del segmento. La variable t_0 denota el tiempo inicial en P_0 , y $t_d > 0$ es el tiempo de desplazamiento, es decir, la duración requerida para desplazarse desde P_0 hasta P_1 . La figura 1 ilustra esta trayectoria dinámica, mostrando el desplazamiento suave entre P_0 y P_1 con convergencia en tiempo finito.

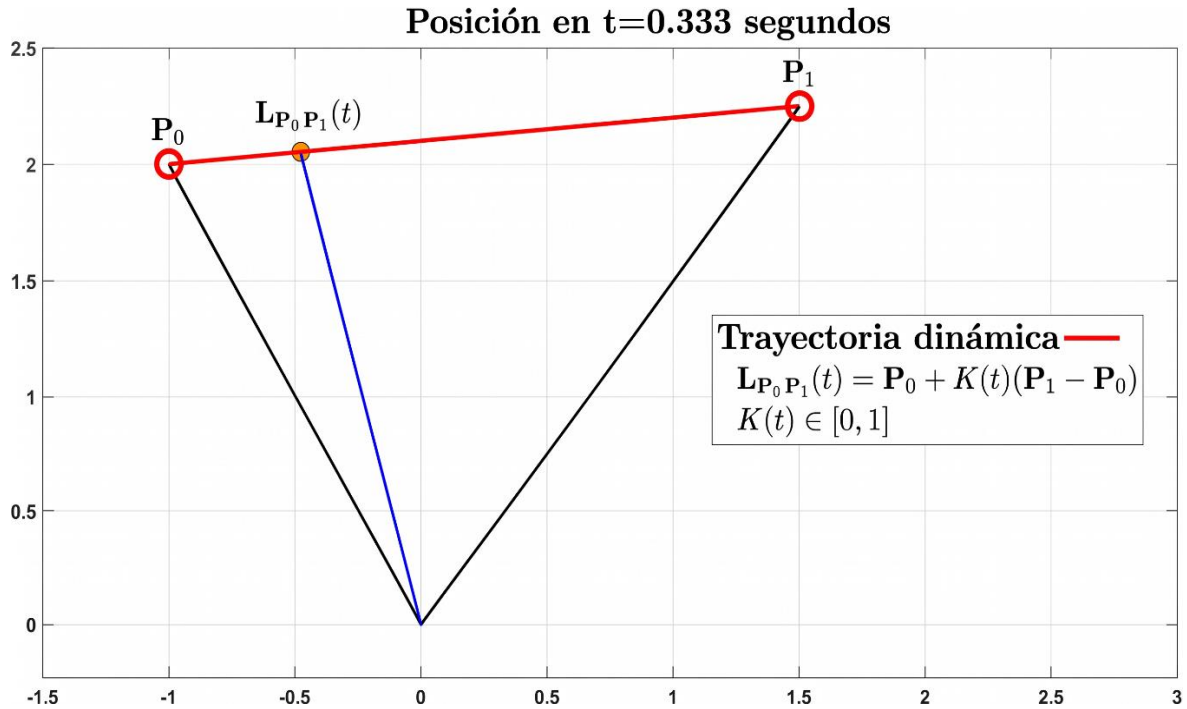


Fig.1. Representación gráfica de la trayectoria dinámica $L_{P_0 P_1}(t)$ definida en (1), que conecta los puntos P_0 y P_1 mediante un segmento rectilíneo parametrizado por el parámetro de modulación dinámica $K(t)$. La evolución temporal de $K(t)$ garantiza convergencia en tiempo finito entre waypoints con velocidad y aceleración nulas en los extremos. Una demostración visual de este comportamiento puede consultarse en el siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=B6jSO3WVzqs>

La expresión (1) puede escribirse de manera equivalente para cada coordenada $q \in \{x, y, z\}$ como:

$$q(t) = q_0 + K(t)(q_1 - q_0) \quad (2)$$

Propiedades del parámetro de modulación dinámica $K(t)$

Para garantizar que la trayectoria (1) posea convergencia en tiempo finito y presente transiciones suaves en posición, velocidad y aceleración, condiciones esenciales en aplicaciones aéreas, donde discontinuidades en velocidad o aceleración podrían comprometer la estabilidad del vuelo, el parámetro de modulación dinámica $K(t)$, así como su primer y segunda derivada $\dot{K}(t)$ y $\ddot{K}(t)$ deben satisfacer las siguientes condiciones en los límites del intervalo $[t_0, t_0 + t_d]$:

Tabla I. Condiciones de frontera en posición, velocidad y aceleración.

Condición	Expresión matemática	Interpretación física
Posición en $t = t_0$	$K(t_0) = 0$	La trayectoria inicia exactamente en el punto inicial P_0 .
Posición en $t = t_0 + t_d$	$K(t_0 + t_d) = 1$	La trayectoria converge exactamente en el punto P_1 en tiempo finito $t_0 + t_d$.
Velocidad en $t = t_0$	$\dot{K}(t_0) = 0$	La velocidad inicial es nula, permitiendo un despegue suave desde P_0 .
Velocidad en $t = t_0 + t_d$	$\dot{K}(t_0 + t_d) = 0$	La velocidad final es nula, garantizando una llegada suave al punto P_1 .
Aceleración en $t = t_0$	$\ddot{K}(t_0) = 0$	La aceleración es nula, evitando cambios bruscos en la fuerza aplicada al inicio del movimiento.
Aceleración en $t = t_0 + t_d$	$\ddot{K}(t_0 + t_d) = 0$	La aceleración final es nula, permitiendo una transición suave al estado de reposo en P_1 .

A partir de la definición de la trayectoria en (1) es posible derivar las expresiones para la velocidad y aceleración de la trayectoria dinámica:

$$\dot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t) = \dot{K}(t)(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0), \quad t \in [t_0, t_0 + t_d] \quad (3a)$$

$$\ddot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t) = \ddot{K}(t)(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0), \quad t \in [t_0, t_0 + t_d] \quad (3b)$$

Las condiciones listadas en la tabla I tienen implicaciones directas sobre el comportamiento de la trayectoria:

- Las condiciones de posición en los extremos del intervalo $[t_0, t_0 + t_d]$ aseguran que en (1) se cumplan $\mathbf{L}_{P_0 P_1}(t_0) = \mathbf{P}_0$ y $\mathbf{L}_{P_0 P_1}(t_0 + t_d) = \mathbf{P}_1$.
- Las condiciones de velocidad en los extremos del intervalo $[t_0, t_0 + t_d]$ aseguran que en (3a) se cumplan $\dot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t_0) = \mathbf{0}$ y $\dot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t_0 + t_d) = \mathbf{0}$, es decir, el movimiento comienza y termina con velocidad nula.
- Las condiciones de aceleración en los extremos del intervalo $[t_0, t_0 + t_d]$ aseguran que en (3a) se cumplan $\ddot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t_0) = \mathbf{0}$ y $\ddot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t_0 + t_d) = \mathbf{0}$, lo que produce transiciones suaves y evita cambios bruscos en las fuerzas dinámicas.

En resumen, $K(t)$ debe ser una función temporal que interpole entre 0 y 1 en el intervalo $[t_0, t_0 + t_d]$ con primera y segunda derivadas nulas en los extremos. Para satisfacer las seis condiciones mencionadas en tabla I, se requiere un polinomio de al menos de **quinto grado**.

Diseño del parámetro de modulación dinámica $K(t)$ y sus derivadas

Para el diseño de $K(t)$ y sus derivadas $\dot{K}(t)$ y $\ddot{K}(t)$ tenemos que sus dinámicas temporales deben cumplir las seis condiciones de frontera de posición, velocidad y aceleración descritas en la tabla I. Para ello recurrimos al siguiente lema:

Lema 1 (Diseño del PMD $K(t)$)

Considérese un tiempo inicial t_0 , un tiempo de desplazamiento $t_d > 0$, y el tiempo de convergencia $t_r = t_0 + t_d$. El parámetro de modulación dinámica $K(t)$ y sus derivadas $\dot{K}(t)$, $\ddot{K}(t)$ son propuestos como:

$$K(t) = \begin{cases} 1 + (t - (t_0 + t_d))^3 \phi(t), & t_0 \leq t < t_0 + t_d \\ 1, & t \geq t_0 + t_d \end{cases} \quad (4a)$$

$$\dot{K}(t) = \begin{cases} 3(t - (t_0 + t_d))^2 \phi(t) \\ + (t - (t_0 + t_d))^3 \dot{\phi}(t), & t_0 \leq t < t_0 + t_d \\ 0, & t \geq t_0 + t_d \end{cases} \quad (4b)$$

$$\ddot{K}(t) = \begin{cases} 6(t - (t_0 + t_d))\phi(t) \\ + 6(t - (t_0 + t_d))^2 \dot{\phi}(t) \\ + (t - (t_0 + t_d))^3 \ddot{\phi}(t), & t_0 \leq t < t_0 + t_d \\ 0, & t \geq t_0 + t_d \end{cases} \quad (4c)$$

donde $\phi(t)$, $\dot{\phi}(t)$, $\ddot{\phi}(t)$ se definen como:

$$\begin{aligned} \phi(t) &= a + b(t - t_0) + c(t - t_0)^2, & \phi(t_0) &= a \\ \dot{\phi}(t) &= b + 2c(t - t_0), & \dot{\phi}(t_0) &= b \\ \ddot{\phi}(t) &= 2c, & \ddot{\phi}(t_0) &= 2c \end{aligned} \quad (5)$$

Determinación de los coeficientes a , b , c

Para lograr que se cumplan las seis condiciones de frontera de la tabla I, los coeficientes deben seleccionarse como:

$$a = \frac{1}{t_d^3}, \quad b = \frac{3}{t_d^4}, \quad c = \frac{6}{t_d^5} \quad (6)$$

Demostración:

Sustituyendo $t = t_0$ y $t = t_r$ en (4a) - (4a) con los coeficientes (6) se verifica que $K(t_0) = 0$, $K(t_r) = 1$, $\dot{K}(t_0) = \dot{K}(t_r) = 0$, $\ddot{K}(t_0) = \ddot{K}(t_r) = 0$. ■

A partir de las expresiones (4a) - (4a), se observa que, para $t \geq t_r$, el parámetro de modulación dinámica y sus derivadas toman los valores:

$$K(t) = 1, \quad \dot{K}(t) = 0, \quad \ddot{K}(t) = 0.$$

Esto implica directamente, que la trayectoria (1) satisface:

$$\mathbf{L}_{P_0 P_1}(t) = \mathbf{P}_1, \quad \dot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t) = \mathbf{0}, \quad \ddot{\mathbf{L}}_{P_0 P_1}(t) = \mathbf{0}, \quad \forall t \geq t_r$$

En consecuencia, una vez alcanzado el tiempo de convergencia t_r , el sistema permanece en reposo completo sobre el punto final P_1 , con velocidad y aceleración nulas. Esta propiedad es esencial para garantizar estabilidad en waypoints durante maniobras secuenciales, como las requeridas en siembra autónoma.

Ejemplo de evolución del parámetro de modulación dinámica y sus derivadas

Para ilustrar el comportamiento del parámetro de modulación dinámica $K(t)$ y sus derivadas, se presenta a continuación la figura 2, la cual muestra la evolución temporal de $K(t)$, $\dot{K}(t)$ y $\ddot{K}(t)$ para los valores $t_0 = 0.8s$, $t_d = 0.4s$ y $t_r = 1.2s$. En esta gráfica se observa que $K(t)$ inicia en cero cuando $t = t_0$, y alcanza el valor de uno en t_r , y tanto su velocidad $\dot{K}(t)$ como su aceleración $\ddot{K}(t)$ son nulas en los extremos, cumpliendo así las condiciones de la tabla I, garantizando transiciones suaves y la convergencia en tiempo finito.

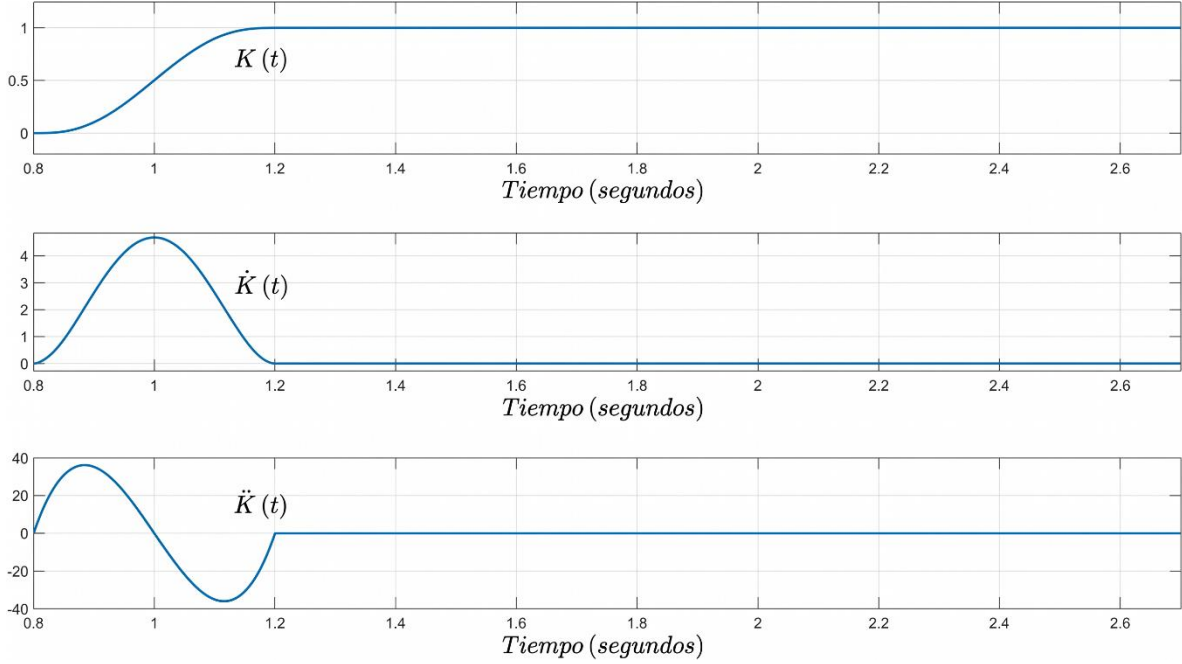


Fig. 2. Evolución temporal del parámetro de modulación dinámica $K(t)$ y sus derivadas $\dot{K}(t)$, $\ddot{K}(t)$.

Diseño de trayectorias secuenciales con tiempos de desplazamiento proporcionales a la distancia

Para generar patrones de vuelo completos, como los requeridos en siembra aérea autónoma, se concatenan múltiples segmentos de trayectoria. Considérese una secuencia de $n + 1$ waypoints en el espacio:

$$\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_n \in \mathbb{R}^3$$

A cada segmento $P_{i-1} \rightarrow P_i$ se le asocia un **parámetro de modulación dinámica (PMD) independiente** $K_i(t)$ diseñado para garantizar convergencia en un tiempo finito proporcional a la distancia recorrida.

Lema 2 (PMD para el segmento i con tiempo de desplazamiento $t_{d,i}$).

Sean:

- t_{i-1} : Tiempo de inicio del segmento i (coincide con el fin del segmento anterior).
- $t_{d,i}$: **Tiempo de desplazamiento** para ir de $\mathbf{P}_{i-1}$ a $\mathbf{P}_i$, definido como:

$$t_{d,i} = \mu \|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}\|, \quad \mu > 0 \quad (7)$$

donde μ es una constante de proporcionalidad.

- ε_i : **Tiempo de parada** en el waypoint P_i , que puede escogerse libremente según los requerimientos de la tarea.
- $t_{r,i} = t_{i-1} + t_{d,i}$: **Tiempo de convergencia** sobre el punto $\mathbf{P}_i$.
- $t_i = t_{r,i} + \varepsilon_i$: **Tiempo terminal acumulativo** al final de la estancia en P_i :
-

$$t_i = t_{i-1} + t_{d,i} + \varepsilon_i, \quad \text{con } t_0 \text{ dado.} \quad (8)$$

El PMD y sus derivadas para el segmento i están dadas por:

$$K_i(t) = \begin{cases} 1 + (t - t_{r,i})^3 \phi_i(t), & t_{i-1} \leq t < t_{r,i} \\ 1, & t_{r,i} \leq t < t_i \end{cases} \quad (9a)$$

$$\dot{K}_i(t) = \begin{cases} 3(t - t_{r,i})^2 \phi_i(t) \\ + (t - t_{r,i})^3 \dot{\phi}_i(t), & t_{i-1} \leq t < t_{r,i} \\ 0, & t_{r,i} \leq t < t_i \end{cases} \quad (9b)$$

$$\ddot{K}_i(t) = \begin{cases} 6(t - t_{r,i}) \phi_i(t) \\ + 6(t - t_{r,i})^2 \dot{\phi}_i(t) \\ + (t - t_{r,i})^3 \ddot{\phi}_i(t), & t_{i-1} \leq t < t_{r,i} \\ 0, & t_{r,i} \leq t < t_i \end{cases} \quad (9c)$$

donde $\phi_i(t)$, $\dot{\phi}_i(t)$, $\ddot{\phi}_i(t)$ se definen como:

$$\begin{aligned} \phi_i(t) &= a_i + b_i(t - t_{i-1}) + c_i(t - t_{i-1})^2, & \phi(t_{i-1}) &= a_i \\ \dot{\phi}_i(t) &= b_i + 2c_i(t - t_{i-1}), & \dot{\phi}(t_{i-1}) &= b_i \\ \ddot{\phi}_i(t) &= 2c_i, & \ddot{\phi}(t_{i-1}) &= 2c_i \end{aligned} \quad (10)$$

con coeficientes calculados en función de $t_{d,i}$:

$$a_i = \frac{1}{t_{d,i}^3}, \quad b_i = \frac{3}{t_{d,i}^4}, \quad c_i = \frac{6}{t_{d,i}^5} \quad (11)$$

Demostración: sustituyendo (11) dentro de (9a) - (9a) y evaluando en $t = t_{i-1}$ y $t = t_{r,i}$ se verifica que $K(t_{i-1}) = 0$, $K(t_{r,i}) = 1$, $\dot{K}(t_{i-1}) = \dot{K}(t_{r,i}) = 0$, $\ddot{K}(t_{i-1}) = \ddot{K}(t_{r,i}) = 0$. Por lo que se cumplen las condiciones de frontera. ■

Trayectoria dinámica del segmento i y sus derivadas

La trayectoria dinámica que conecta $\mathbf{P}_{i-1}$ con $\mathbf{P}_i$ así como su velocidad y aceleración, se obtienen a partir del PMD $K_i(t)$ y sus derivadas $\dot{K}_i(t)$ y $\ddot{K}_i(t)$ dadas por expresiones (9a), (9b) y (9c) respectivamente, tal como se resume en la siguiente tabla:

Tabla II. Trayectoria dinámica del segmento i y sus derivadas.

Variable	Expresión matemática	Dominio temporal	Condiciones de frontera
Posición $\mathbf{L}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t)$	$\mathbf{L}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t) = \mathbf{P}_{i-1} + K_i(t)(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1})$	$t \in [t_{i-1}, t_i]$	$\mathbf{L}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t_{i-1}) = \mathbf{P}_{i-1}$ $\mathbf{L}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t_{r,i}) = \mathbf{P}_i$
Velocidad $\dot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t)$	$\dot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t) = \dot{K}_i(t)(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1})$	$t \in [t_{i-1}, t_i]$	$\dot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t_{i-1}) = 0$ $\dot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t_{r,i}) = 0$
Aceleración $\ddot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t)$	$\ddot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t) = \ddot{K}_i(t)(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1})$	$t \in [t_{i-1}, t_i]$	$\ddot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t_{i-1}) = \mathbf{0}$ $\ddot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t_{r,i}) = \mathbf{0}$

Nota: Las condiciones de frontera se derivan directamente de las propiedades $K_i(t)$, $\dot{K}_i(t)$ y $\ddot{K}_i(t)$ establecidas en el Lema 2.

Interpretación y propiedad de reposo

Dado que $K_i(t)$ satisface las condiciones de frontera del Lema 2, las expresiones de la tabla II garantizan que el movimiento comienza y termina en reposo sobre los waypoints $\mathbf{P}_{i-1}$ y $\mathbf{P}_i$, respectivamente.

Además, a partir de (9a) - (9a) se observa que, para $t_{r,i} \leq t < t_i$, el parámetro de modulación dinámica y sus derivadas toman los valores constantes:

$$K_i(t) = 1, \quad \dot{K}_i(t) = 0, \quad \ddot{K}_i(t) = 0.$$

En consecuencia, durante el **intervalo de parada** $[t_{r,i}, t_i)$ la trayectoria de posición, velocidad y aceleración satisfacen:

$$\mathbf{L}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t) = \mathbf{P}_i, \quad \dot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t) = \mathbf{0}, \quad \ddot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t) = \mathbf{0}$$

En consecuencia, para la posición de cada segmento i , una vez alcanzado el tiempo de convergencia $t_{r,i}$, el sistema permanece en reposo completo sobre el punto final $\mathbf{P}_i$ durante el intervalo temporal $t_{r,i} \leq t < t_i$, con velocidad y aceleración nulas, garantizando que la trayectoria dinámica de posición permanezca sobre $\mathbf{P}_i$ un tiempo de reposo de ε_i . Esta propiedad es esencial para garantizar estabilidad de vuelo sobre los waypoints permitiendo que la siembra autónoma pueda ejecutarse mediante un disparo de semilla en el tiempo de reposo asignado.

Corolario 1(Punto de velocidad máxima)

Para la trayectoria de velocidad presentada en tabla II, la derivada $\dot{K}_i(t)$ alcanza su valor máximo absoluto en el punto medio temporal del intervalo de desplazamiento:

$$t_{max,i} = t_{i-1} + \frac{t_{d,i}}{2} \quad (12)$$

En dicho instante se satisface $\dot{K}_i(t_{max,i}) = 0$ y el valor es

$$\dot{K}_i(t_{max,i}) = \frac{15}{8t_{d,i}} \quad (13)$$

Demostración: Resolviendo $\dot{K}_i(t) = 0$ en $(t_{i-1}, t_{r,i})$ se obtiene que $t = t_{max,i}$ dado en (12) es el único valor crítico. Evaluando $\dot{K}_i(t_{max,i})$ con los coeficientes a_i, b_i, c_i descritos en (11), se verifica (13). Puesto que $t_{d,i} > 0$, y este es el único punto crítico en el intervalo, el valor corresponde a un máximo absoluto de $\dot{K}_i(t)$. ■

Observación 1 (velocidad máxima y parámetro μ)

De (13) se sigue que la velocidad máxima en (magnitud) de la trayectoria del segmento i es:

$$\max \|\dot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t)\| = \frac{15}{8t_{d,i}} \|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}\|. \quad (14)$$

Considerando que $t_{d,i} = \mu \|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}\|$, se obtiene la relación fundamental:

$$\max \|\dot{\mathbf{L}}_{\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i}(t)\| = \frac{15}{8\mu}. \quad (15)$$

La expresión (15) revela que el parámetro μ **controla directamente la magnitud de la velocidad máxima**, independientemente de la distancia entre waypoints. En particular:

- Si $\mu = \frac{15}{8}$, la velocidad máxima es **unitaria** (1 m/s, si las distancias están en metros).
- Si $\mu > \frac{15}{8}$, la velocidad máxima es **menor que 1 m/s**.
- Si $0 < \mu < \frac{15}{8}$, la velocidad máxima es **mayor que 1 m/s**.

En aplicaciones prácticas con UAVs, valores de μ excesivamente pequeños implican velocidades máximas elevadas que pueden:

1. Comprometer la **estabilidad del vuelo**, especialmente en maniobras con cambios de dirección.
2. Exceder los **límites dinámicos** de los actuadores (rotores).
3. Aumentar el **consumo energético** y reducir la autonomía.

Por lo tanto, la selección de μ debe considerar no solo la planificación temporal, sino también los **límites operativos del UAV** y los **requerimientos de seguridad** de la misión. En tareas de siembra aérea, donde la precisión posicional es crítica, se recomienda utilizar valores de μ que mantengan velocidades moderadas ($\mu \geq 15/8$) garantizando estabilidad y precisión en la liberación de semillas.

Parámetros de diseño en aplicaciones agrícolas

Los principales parámetros de diseño para la planificación de trayectorias en siembra aérea autónoma son:

- μ : Determina la velocidad máxima del UAV entre waypoints, según la relación (15).
- ε_i : Especifica el tiempo de parada en el waypoint P_i , utilizado para activar el mecanismo de liberación de semillas.
- P_i : Define la geometría del patrón de siembra (hilera, espiral, cuadrícula, etc.).

La correcta sincronización entre la llegada en tiempo finito a un waypoint y la activación de un actuador es fundamental para la siembra autónoma. Dispositivos especializados, como el Dispositivo Electromecánico Modular de Dispersión de Semillas (MESSD),¹⁰ están diseñados para operar bajo este principio. Este dispositivo aprovecha los intervalos de parada ε_i donde el UAV se mantiene en reposo con velocidad y aceleración nulas para ejecutar la liberación de semillas con alta precisión y repetibilidad.

Para ilustrar la aplicación práctica del método propuesto, en la tabla III se presentan los parámetros temporales calculados para una secuencia de n segmentos en una misión de siembra aérea. Estos parámetros incluyen el tiempo de desplazamiento $t_{d,i}$ calculado según (7), el tiempo de parada ε_i en cada waypoint, y los tiempos acumulativos t_i definidos en (8). La tabla III muestra cómo la selección de μ y ε permite ajustar la duración total de la misión y los intervalos de liberación de semillas, garantizando una operación sincronizada y eficiente.

Tabla III. Parámetros temporales para una secuencia de n segmentos.

Segmento $L_{P_{i-1}P_i}(t)$	Intervalo de activación	Tiempo Terminal t_i	Tiempo de desplazamiento $t_{d,i}$
$L_{P_0P_1}(t)$	$t_0 \leq t < t_1$	$t_1 = t_0 + t_{d,1} + \varepsilon_1$	$t_{d,1} = \mu \ P_1 - P_0\ $
$L_{P_1P_2}(t)$	$t_1 \leq t < t_2$	$t_2 = t_1 + t_{d,2} + \varepsilon_2$	$t_{d,2} = \mu \ P_2 - P_1\ $
$L_{P_2P_3}(t)$	$t_2 \leq t < t_3$	$t_3 = t_2 + t_{d,3} + \varepsilon_3$	$t_{d,3} = \mu \ P_3 - P_2\ $
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$L_{P_{n-1}P_n}(t)$	$t_{n-1} \leq t < t_n$	$t_n = t_{n-1} + t_{d,n} + \varepsilon_n$	$t_{d,n} = \mu \ P_n - P_{n-1}\ $

Nota: En simulaciones presentadas en este trabajo, el tiempo de parada ε_i se fija constante ($\varepsilon_i = \varepsilon$) en todos los waypoints designados para siembra. El valor de ε se selecciona para ser mayor o igual al tiempo de activación requerido por el mecanismo de dispersión de semillas, (por ejemplo, el dispositivo MESSD)¹⁰, asegurando así que la liberación se complete dentro del intervalo de reposo estable que garantiza cada segmento de trayectoria $L_{P_{i-1}P_i}(t)$.

Activación secuencial y trayectoria global

La **trayectoria secuencial completa** $L(t)$ se construye mediante la suma activada de todos los segmentos, por lo que, para activar cada segmento dinámico, se introduce la función de activación:

$$\alpha_i(t) = \begin{cases} 1, & t_{i-1} \leq t < t_i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (16)$$

de esta manera $L(t)$ se construye como:

$$L(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) L_{P_{i-1}P_i}(t) \quad (17)$$

Por construcción, $L(t)$ es continua en posición, velocidad y aceleración, y cumple:

$$L(t) = P_i, \quad \dot{L}(t) = \mathbf{0}, \quad \ddot{L}(t) = 0, \quad \forall t \in [t_{r,i}, t_i).$$

Diseño de Rutas Aéreas con Propiedades de Convergencia en Tiempo Finito para Siembra Autónoma

En esta sección se presentan dos patrones de vuelo diseñados con la metodología de trayectorias secuenciales con convergencia en tiempo finito, aplicables a tareas de siembra aérea autónoma. Cada patrón garantiza que el UAV alcance puntos de siembra dentro de intervalos temporales predefinidos, con velocidades y aceleraciones suaves.

Patrón de Vuelo Tipo 1: Despegue vertical y avance en cuadrícula

Descripción: Este patrón está diseñado para terrenos agrícolas con distribución de siembra en cuadrícula. La ruta sigue una trayectoria ortogonal en el plano horizontal, con paradas precisas en los nodos de la cuadrícula para la liberación de semillas.

Secuencia operacional (patrón de vuelo tipo 1):

1. **Despegue y avance vertical:** Desde el punto inicial $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ se asciende con tiempo de desplazamiento $t_{d,1}$ hasta alcanzar la altura operacional $z_0 + z_d$ en el punto $P_1 = (x_0, y_0, z_0 + z_d)$.
2. **Primera liberación:** El UAV se mantiene en P_1 durante ε_1 para la liberación de la semilla.
3. **Avance horizontal:** Desde P_1 se avanza horizontalmente con tiempo $t_{d,2}$ manteniendo la altitud $z_0 + z_d$, hasta alcanzar $P_2 = (x_1, y_0, z_0 + z_d)$.
4. **Segunda liberación:** Parada en P_2 durante ε_2 para una nueva liberación de la semilla.
5. **Repetición secuencial:** El proceso se repite hasta completar todos los puntos de la cuadrícula.

Patrón de Vuelo Tipo 2: Siembra en descenso inclinado

Descripción: La ruta combina movimientos horizontales y descendentes en un plano inclinado, permitiendo una distribución precisa en terrenos irregulares y una mayor flexibilidad en la altitud de siembra.

Secuencia operacional (patrón de vuelo tipo 2):

1. **Despegue y posicionamiento inicial:** Desde $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ se asciende a una altitud elevada $P_1 = (x_0, y_0, z_{max})$ con tiempo $t_{d,1}$.
2. **Primer descenso inclinado:** Desde P_1 , el UAV desciende en línea recta con ángulo α hasta $P_2 = (x_1, y_1, z_1)$, con $z_1 < z_{max}$, en tiempo $t_{d,2}$.
3. **Liberación en descenso:** El UAV se detiene en P_2 durante un tiempo ε_2 para la liberación de la semilla.

4. **Avance horizontal y altitud constante:** Desde P_2 , el UAV avanza horizontalmente manteniendo la altitud z_1 hasta alcanzar el siguiente punto de siembra $P_2 = (x_2, y_2, z_1)$ con tiempo de desplazamiento $t_{d,3}$.
5. **Segundo descenso y liberación:** Desde P_3 , el UAV inicia un nuevo descenso controlado con ángulo α hasta el punto $P_4 = (x_3, y_3, z_2)$ donde $z_2 < z_1$, en tiempo $t_{d,4}$. Al alcanzar P_4 , se mantiene en reposo durante ε_4 para la liberación de semilla.
6. **Secuencia continua y ascenso final:** El patrón de *descenso inclinado + avance horizontal* se repite secuencialmente hasta completar todos los puntos de siembra designados en la zona de trabajo. Finalmente, el UAV realiza un ascenso controlado hasta una altitud de retorno $P_{fin} = (x_f, y_f, z_{retorno})$ para concluir la misión.

Nota: Para validar las secuencias operacionales correspondientes a los patrones de vuelo del tipo 1 y 2, se implementó un esquema de planificación de rutas en MATLAB/Simulink, donde cada patrón se implementó como señal de referencia $(x_{1r}(t), y_{1r}(t), z_{1r}(t))$ para el vehículo aéreo.

Integración con el controlador QISMIC

Para evaluar el seguimiento de estas trayectorias, se integra el esquema de control quasi-integral sliding mode control (QISMIC) en un entorno de simulación desarrollado en MATLAB/Simulink. Las animaciones correspondientes a las maniobras de siembra aérea mostradas en las figuras 3 y 4 se obtienen directamente a partir de estas simulaciones, en las cuales el QISMIC demuestra su capacidad para seguir las trayectorias de referencia de manera estable en presencia de perturbaciones acotadas.

Si bien en esta etapa el controlador no ha sido implementado en tiempo real, los resultados de simulación permiten validar la compatibilidad entre el diseño de trayectorias con convergencia en tiempo finito y estrategias de control robusto, proporcionando una base sólida para su futura implementación en plataformas aéreas reales.

A continuación, se describe el modelo dinámico no lineal del cuadricóptero empleado en las simulaciones.

$$\ddot{x} = -\sin(\theta) \frac{1}{m} U_1 + \xi_x \quad (18a)$$

$$\ddot{y} = \cos(\theta) \sin(\phi) \frac{1}{m} U_1 + \xi_y \quad (18b)$$

$$\ddot{z} = \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{1}{m} U_1 - g + \xi_z \quad (18c)$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta} \psi \left(\frac{I_y - I_x}{I_x} \right) - \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega + \frac{l}{I_x} U_\phi + \xi_\phi \quad (18d)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi} \psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{I_r}{I_y} \dot{\phi} \Omega + \frac{l}{I_y} U_\theta + \xi_\theta \quad (18e)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{l}{I_z} U_\psi + \xi_\psi \quad (18f)$$

Las coordenadas de posición son definidas por $x(t), y(t), z(t)$, mientras la orientación es descrita por los ángulos de Euler: roll $\phi(t)$, pitch $\theta(t)$ y yaw $\psi(t)$. La distancia entre cada motor al centro de gravedad del vehículo es denotada por l . Las inercias del vehículo en cada eje son definidas por I_x, I_y y I_z . La inercia de cada motor es representada por I_r . La velocidad del rotor es definida por Ω .

Las variables $U_1, U_\phi, U_\theta, U_\psi$ son las entradas de control y ξ_i con $i: x, y, z, \phi, \theta, \psi$, representan disturbios desconocidos pero acotados, esto es, $|\xi_i| \leq L_i \in R^+$.

Definiendo los errores de seguimiento $e_x = x - x_{1r}$, $e_y = y - y_{1r}$, $e_z = z - z_{1r}$, entonces la segunda derivada respecto al tiempo es dada por: $\ddot{e}_x = \ddot{x} - \ddot{x}_{1r}$, $\ddot{e}_y = \ddot{y} - \ddot{y}_{1r}$, $\ddot{e}_z = \ddot{z} - \ddot{z}_{1r}$ y basándonos en las ecuaciones (18a), (18a) y (18a), tendremos el sistema no lineal:

$$\ddot{e}_x = -\sin(\theta) \frac{1}{m} U_1 - \ddot{x}_{1r} + \xi_x \quad (19a)$$

$$\ddot{e}_y = \cos(\theta) \sin(\phi) \frac{1}{m} U_1 - \ddot{y}_{1r} + \xi_y \quad (19b)$$

$$\ddot{e}_z = \cos(\phi) \cos(\theta) \frac{1}{m} U_1 - \ddot{z}_{1r} - g + \xi_z \quad (19c)$$

Para lograr el seguimiento efectivo de las trayectorias de seguimiento, necesitamos garantizar $e_x \rightarrow 0$, $e_y \rightarrow 0$, $e_z \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Esto puede lograrse mediante la introducción de la siguiente técnica.

Técnica del control linealizante U_1 para las dinámicas de traslación

Esta técnica tiene como objetivo transformar el sistema no lineal original (19a) - (19c) en un sistema lineal de segundo orden, lo cual facilita el diseño posterior de los controladores de orientación U_ϕ, U_θ y U_ψ . Estos controladores, a su vez, permitirán controlar de manera indirecta la posición del vehículo aéreo, mediante el seguimiento de referencias angulares.

Para lograr esta linealización, se propone la siguiente ley de control para U_1 como:

$$U_1 = \frac{m(\ddot{z}_{1r} + g + V_z)}{\cos(\phi_{1r}) \cos(\theta_{1r})} \quad (20)$$

donde ϕ_{1r}, θ_{1r} describen las dinámicas angulares deseadas de roll y pitch, respectivamente y V_z es un control virtual de altura, que se diseñara posteriormente para lograr robustez.

Supuesto de linealización asintótica:

Aunque de momento desconocemos quien es ϕ_{1r} y θ_{1r} , se introduce el siguiente supuesto fundamental:

Supuesto 1. Los controladores U_ϕ y U_θ garantizan que $\phi \rightarrow \phi_{1r}$ y $\theta \rightarrow \theta_{1r}$ asintóticamente. Bajo este supuesto, las dinámicas del error de traslación (19a) - (19c).

$$\ddot{e}_x \rightarrow -\frac{\tan(\theta_{1r})(\ddot{z}_{1r} + g + V_z)}{\cos(\phi_{1r})} - \ddot{x}_{1r} + \xi_x, \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (21a)$$

$$\ddot{e}_y \rightarrow \tan(\phi_{1r})(\ddot{z}_{1r} + g + V_z) - \ddot{y}_{1r} + \xi_y, \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (21b)$$

$$\ddot{e}_z \rightarrow V_z + \xi_z, \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (21c)$$

Nótese que (21a) y (21a) aun contienen términos no lineales. Para obtener un sistema totalmente lineal, las referencias angulares ϕ_{1r} y θ_{1r} deben seleccionarse como:

$$\begin{cases} \phi_{1r} = \tan^{-1} \left(\frac{\ddot{y}_{1r} + V_y}{\ddot{z}_{1r} + g + V_z} \right) \\ \theta_{1r} = \tan^{-1} \left(\frac{(-1) \cos(\phi_{1r})(\ddot{x}_{1r} + V_x)}{\ddot{z}_{1r} + g + V_z} \right) \end{cases} \quad (22)$$

Sustituyendo (22) dentro de (21a) hasta (21a), se obtiene el sistema linealizado y desacoplado:

$$\ddot{e}_x \rightarrow V_x + \xi_x, \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (23a)$$

$$\ddot{e}_y \rightarrow V_y + \xi_y, \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (23b)$$

$$\ddot{e}_z \rightarrow V_z + \xi_z, \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (23c)$$

Así, bajo este supuesto, el sistema no lineal original se aproxima asintóticamente a un sistema lineal perturbado (23a) - (23c), donde V_x, V_y, V_z son controladores virtuales de posición, que deberán diseñarse para llevar los errores de seguimiento e_x, e_y, e_z a cero en presencia de perturbaciones acotadas ξ_i .

Diseño de U_ϕ y U_θ para el seguimiento de los ángulos deseados

Para que el supuesto 1 sea válido. Los controladores U_ϕ y U_θ deben garantizar el seguimiento asintótico de las referencias angulares ϕ_{1r} y θ_{1r} . Definiendo los errores angulares:

$$e_\phi = \phi - \phi_{1r}, \quad e_\theta = \theta - \theta_{1r}, \quad e_\psi = \psi - \psi_{1r}$$

con $\psi_{1r} = 0$ (referencia fija del yaw), y derivando dos veces respecto al tiempo, se obtienen las dinámicas no lineales de los errores a partir de (18a)- (18a):

$$\ddot{e}_\phi = \dot{\theta}\dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_x}{I_x} \right) - \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta}\Omega + \frac{l}{I_x} U_\phi - \ddot{\phi}_{1r} + \xi_\phi \quad (24a)$$

$$\ddot{e}_\theta = \dot{\phi}\dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{I_r}{I_y} \dot{\phi}\Omega + \frac{l}{I_y} U_\theta - \ddot{\theta}_{1r} + \xi_\theta \quad (24b)$$

$$\ddot{e}_\psi = \dot{\theta}\dot{\phi} + \frac{l}{I_z} U_\psi + \xi_\psi \quad (24c)$$

Suponiendo que las velocidades angulares $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ son medibles, y que todos los parámetros del sistema son conocidos, es posible cancelar las no linealidades de (24a)- (24a) mediante una ley de control por retroalimentación exacta, definida por:

$$U_\phi = \frac{I_x}{l} \left(\ddot{\phi}_{1r} - \dot{\theta}\dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_x}{I_x} \right) + \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta}\Omega + V_\phi \right) \quad (25a)$$

$$U_\theta = \frac{I_y}{l} \left(\ddot{\theta}_{1r} - \dot{\phi}\dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{I_r}{I_y} \dot{\phi}\Omega + V_\theta \right) \quad (25b)$$

$$U_\psi = \frac{I_z}{l} (V_\psi - \dot{\theta}\dot{\phi}) \quad (25c)$$

Sustituyendo (25a), (25a), (25a) dentro de (24a), (24a) y (24a) respectivamente, obtenemos el sistema linealizado:

$$\ddot{e}_\phi = V_\phi + \xi_\phi \quad (26a)$$

$$\ddot{e}_\theta = V_\theta + \xi_\theta \quad (26b)$$

$$\ddot{e}_\psi = V_\psi + \xi_\psi \quad (26c)$$

Finalmente, los controladores virtuales V_ϕ, V_θ, V_ψ , se diseñan bajo el esquema de control **QISM** para lograr que $e_\phi \rightarrow 0, e_\theta \rightarrow 0$ y $e_\psi \rightarrow 0$ de manera robusta y asintótica.

Por consiguiente, cada controlador virtual, bajo el enfoque de QISM, estará dado por:

$$V_j = -c_j \dot{e}_j - K_j S_j - \rho_j \left(\frac{S_j - Z_j}{|S_j - Z_j| + \epsilon_j} \right) \quad (27)$$

con $j: x, y, z, \phi, \theta, \psi$, donde S_j es la superficie deslizante que matemáticamente es representada por $S_j = \dot{e}_j + c_j e_j$ donde $Z_j = -K_j \int_0^t S_j d\tau$ y ϵ_j debe considerarse un valor pequeño, mientras que ρ_j debe ser mayor que la cota de las perturbaciones.

Por consiguiente, al aplicar la ley de control definida en (27) a los sistemas de posición (23a) - (23a) y de orientación descritos en (26a) - (26a), se garantiza el seguimiento robusto de las trayectorias aéreas diseñadas para siembra autónoma, correspondientes a los patrones de vuelo tipo 1 y tipo 2. Las figuras 3 y 4 ilustran visualmente el desempeño del esquema propuesto, mostrando la capacidad del cuadricóptero para seguir las trayectorias secuenciales con convergencia en tiempo finito. Asimismo, cada figura incluye un enlace a una animación en video que permite apreciar de manera dinámica la ejecución completa de las maniobras de siembra autónoma.

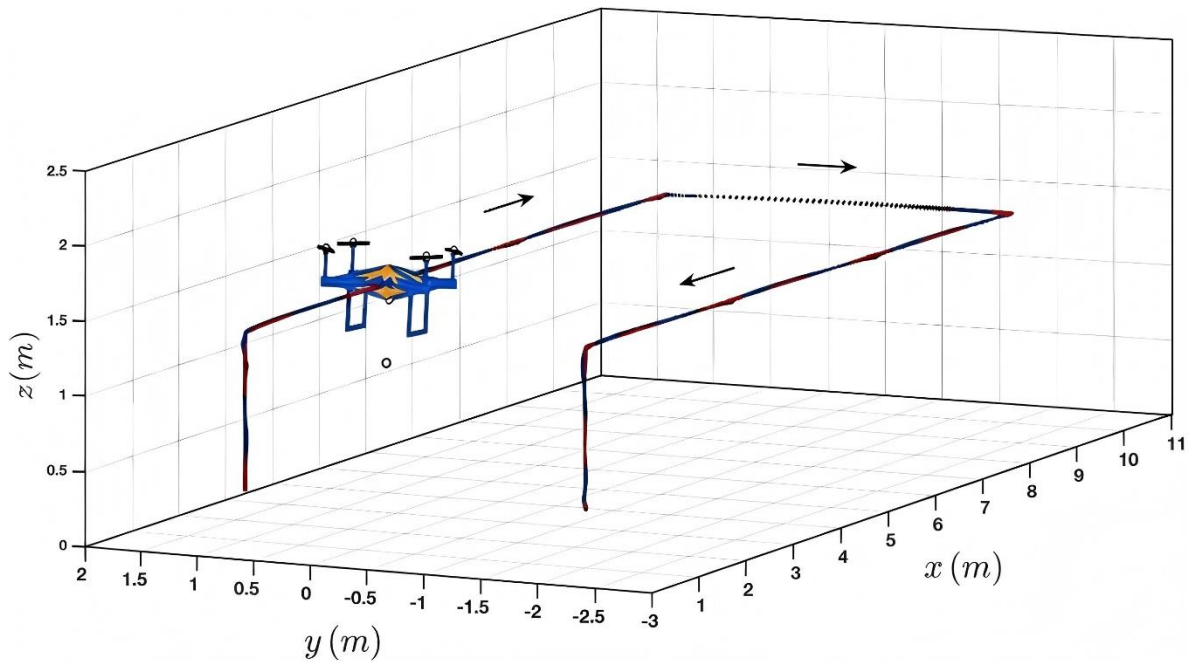


Fig. 3. Simulación del seguimiento de una trayectoria secuencial con convergencia en tiempo finito para un patrón de siembra aérea tipo cuadrícula. El cuadricóptero ejecuta un despegue vertical seguido de desplazamientos horizontales, alcanzando cada waypoint en tiempos predefinidos y permaneciendo en reposo durante los intervalos de parada para la liberación precisa de semillas. La animación completa de la maniobra puede consultarse en el enlace de YouTube: <https://www.youtube.com/watch?v=FYsMtdmBIQU>

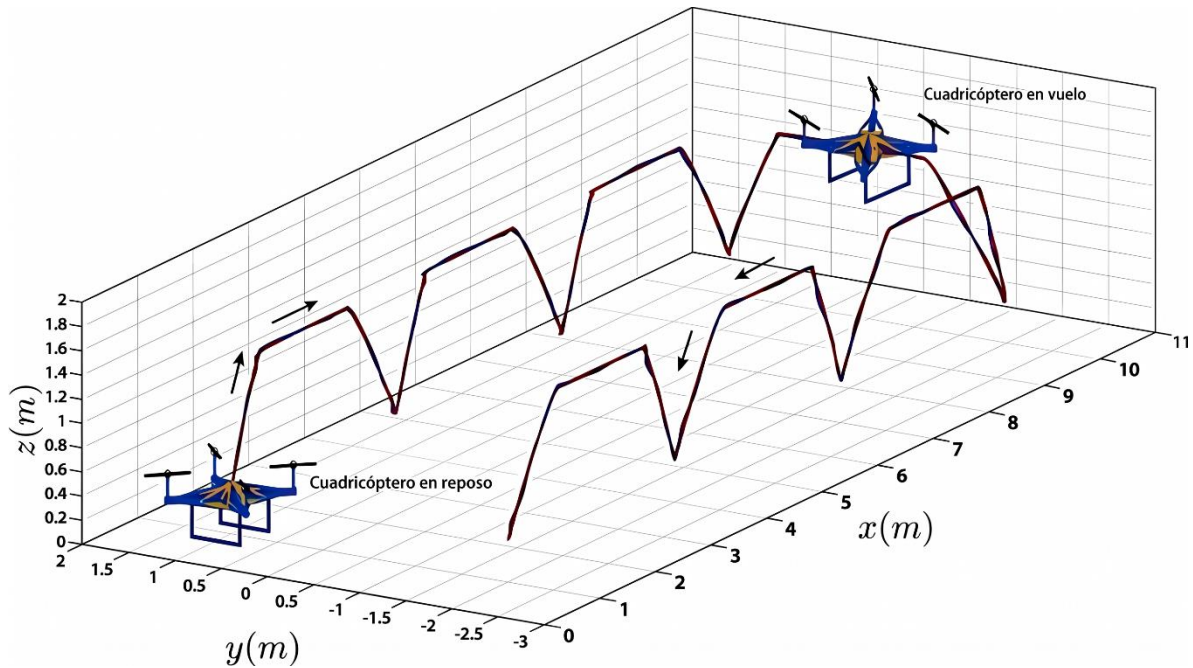


Fig. 4. Simulación del seguimiento de una trayectoria secuencial con convergencia en tiempo finito para un patrón de siembra aérea con descenso inclinado. El UAV combina desplazamientos horizontales y descensos controlados, garantizando reposo dinámico en cada punto de siembra. El comportamiento confirma la capacidad del método para adaptarse a terrenos irregulares manteniendo estabilidad y sincronización temporal. La animación correspondiente se encuentra disponible en el enlace de YouTube: https://www.youtube.com/watch?v=NQg-4dOZk_0

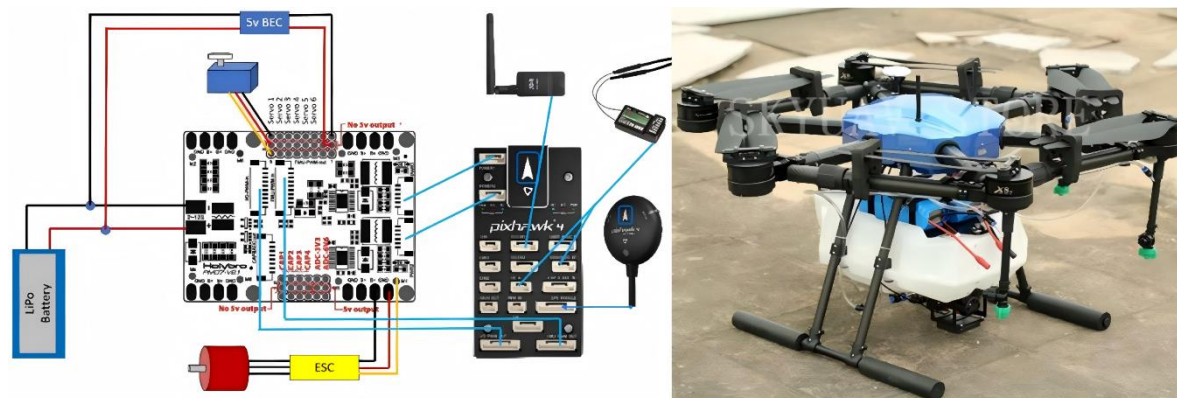


Fig. 5. Plataforma experimental considerada como referencia para la implementación del esquema propuesto. (Izquierda) Arquitectura electrónica de un sistema de control automático basado en Pixhawk 4, que integra el controlador de vuelo, módulos de comunicación, sistema de posicionamiento y elementos de potencia utilizados para el control y la navegación del vehículo aéreo. (Derecha) Hexacóptero utilizado como plataforma aérea el cual puede ser utilizado en aplicaciones reales de siembra aérea autónoma en agricultura de precisión.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados de simulación muestran que el método de trayectorias secuenciales con convergencia en tiempo finito es viable para siembra aérea autónoma. En las figuras 3 y 4 se presentan dos patrones de vuelo (cuadrícula y descenso inclinado) simulados en MATLAB/Simulink, donde el controlador QISMIC se utilizó para el seguimiento robusto de las trayectorias generadas. Las

animaciones asociadas (Primer maniobra, Segunda maniobra) muestran llegadas puntuales a cada waypoint en los tiempos $t_{r,i}$ especificados, con perfiles suaves de velocidad y aceleración.

Validación en simulación

El esquema QISMIC demostró capacidad para mantener el seguimiento de la referencia ante perturbaciones acotadas, utilizando el modelo dinámico no lineal del cuadricóptero. Cabe señalar que el controlador no ha sido implementado en tiempo real, pero su desempeño en simulación respalda su integración futura en plataformas embebidas.

Componente físico validado

En contraste, el dispositivo MESSD ha sido fabricado y probado experimentalmente, mostrando adaptabilidad a diferentes UAVs y precisión en la liberación de semillas durante los intervalos de parada ε_i .

DISCUSIÓN

La principal contribución de este trabajo radica en la garantía temporal explícita de las trayectorias, un aspecto no abordado en métodos puramente geométricos. La combinación de planificación de tiempo finito con control robusto simulado (QISMIC) y un dispositivo físico operativo (MESSD) representa un avance hacia sistemas de siembra aérea completamente autónomos y temporalmente sincronizados.

CONCLUSIÓN

En este trabajo se propuso un método para diseñar trayectorias secuenciales con convergencia en tiempo finito para siembra aérea autónoma. La viabilidad del método se validó mediante simulaciones donde se integró el generador de trayectorias con el controlador QISMIC, mostrando seguimiento robusto en entorno simulado. Las animaciones de las maniobras de siembra se obtuvieron con este esquema.

Por otro lado, el dispositivo MESSD fue fabricado y probado experimentalmente, demostrando operatividad real. Este trabajo integra planificación temporal garantizada, seguimiento robusto simulado y un dispositivo físico validado, constituyendo un paso hacia sistemas agrícolas autónomos temporalmente sincronizados.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Tecnológico Nacional de México, a través del Instituto Tecnológico de Durango, a la Universidad Autónoma de Nuevo León y a la Unidad de Investigación y Desarrollo Tecnológico de la Secretaría de Marina por el apoyo institucional y las facilidades otorgadas para el desarrollo de este trabajo. Asimismo, se reconoce el apoyo del Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) mediante becas de posgrado. Finalmente, los autores agradecen a los revisores anónimos por sus valiosos comentarios y sugerencias, los cuales contribuyeron significativamente a mejorar la calidad de este artículo.

REFERENCIAS

1. Guebsi, R., Mami, S., & Chokmani, K. (2024). Drones in precision agriculture: A comprehensive review of applications, technologies, and challenges. *Drones*, 8(11), 686.
2. Bolívar, E. B., Franco, J. A. R., & Amador, S. R. (2024). Monitoreo de cultivos y suelos en agricultura de precisión con UAV e inteligencia artificial: una revisión. *Tecnura*, 28(82).
3. Zhang, G., Liu, J., Luo, W., Zhao, Y., Tang, R., Mei, K., & Wang, P. (2024). A Shortest Distance Priority UAV Path Planning Algorithm for Precision Agriculture. *Sensors*, 24(23), 7514.

4. Muñoz, C. S., Corredor, J. S., Patino, D. A., & Colorado, J. D. (2020, November). UAV. trajectory optimization for Precision Agriculture. In *2020 Virtual Symposium in Plant Omics Sciences (OMICAS)* (pp. 1-6). IEEE.
5. Peng, Y., Wang, L., & Li, Q. (2023). 3D Trajectory Planning of Agricultural Unmanned Aerial Vehicles Based on GA-SA Algorithm. *Journal of Engineering Science & Technology Review*, 16(3).
6. Sun, W., Sun, P., Ding, W., Zhao, J., & Li, Y. (2024). Gradient-based autonomous obstacle avoidance trajectory planning for B-spline UAVs. *Scientific Reports*, 14(1), 14458.
7. Debnath, D., Vanegas, F., Boiteau, S., & Gonzalez, F. (2024). An integrated geometric obstacle avoidance and genetic algorithm tsp model for uav path planning. *Drones*, 8(7), 302.
8. Mazaheri, H., Goli, S., & Nourollah, A. (2024). Path planning in three-dimensional space based on butterfly optimization algorithm. *Scientific Reports*, 14(1), 2332.
9. Jiménez, E. I., & Jiménez-Lizárraga, M. (2022). Robust tracking-surveillance and landing over a mobile target by quasi-integral-sliding mode and Hopf bifurcation. *Journal of the Franklin Institute*, 359(5), 2120-2155.
10. Ramos Carrasco, J. O., Ibarra Jiménez, E., Guerrero, R., Martínez, A., Godínez, F., & Gamero Inda, E. (2021). Modular electromechanical device with autonomous seeds spreading and adaptable to electronic control boards for UAV's in agricultural applications. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, 8(5), 4320-4327.