

Validación de un cuadrirrotor impreso en 3D: estructura, modelo y parámetros

Alejandro Jiménez Flores^A, Pablo Alfonso Tellez Belkotosky^A,
Edmundo Javier Ollervides Vázquez^{A, B}, Luis Arturo Reyes Osorio^A,
Octavio García Salazar^A

^A Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica, San Nicolás de los Garza, NL,
México

^B TecNM/Instituto Tecnológico de La Laguna, Coahuila, México

alejandro.jimenezf@uanl.edu.mx, pablo.tellezb@uanl.edu.mx, , luis.reyessr@uanl.edu.mx,
octavio.garciasl@uanl.edu.mx. Autor de correspondencia: ejollervidesv@lalaguna.tecnm.mx.

RESUMEN

En los últimos años, la impresión 3D se ha popularizado para crear componentes estructurales de polímero, como los frames de los cuadrirrotores. Por otro lado, el modelado matemático de vehículos aéreos no tripulados mediante algoritmos inteligentes también ha sido objeto de estudio. Sin embargo, se han realizado pocas contribuciones con datos experimentales para validar la estructura, el modelo matemático y los parámetros de un cuadrirrotor impreso en 3D. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es presentar una metodología para validar experimentalmente la estructura del frame de un cuadrirrotor impreso en 3D, su modelo matemático y sus parámetros mediante redes neuronales. Los resultados muestran un desempeño adecuado del cuadrirrotor en condiciones de vuelo.

PALABRAS CLAVE

Cuadrirrotor, impresión 3D, análisis estructural, modelo matemático, estimación de parámetros.

ABSTRACT

In recent years, 3D-printing has become popular for creating polymer structural components, such as quadrotor frames. On the other hand, mathematical modelling of unmanned aerial vehicles with the help of intelligent algorithms has also been a topic of study at present. However, few contributions with experimental data have been carried out to validate the structure, mathematical model and parameters of a 3D-printed quadrotor. Therefore, the objective of this work is to present a methodology to experimentally validate the structure of a 3D-printed quadrotor frame, its mathematical model and parameters using neural networks. Results show appropriate performance of the quadrotor for flight condition.

KEYWORDS

Quadrotor, 3D-printing, structural analysis, mathematical model, parameter estimation.

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, los vehículos aéreos no tripulados (VANTs) han sido el foco de investigación y desarrollo de numerosos científicos e ingenieros de todo el mundo debido a sus amplias aplicaciones en una gran variedad de campos. Un cuadrirrotor es un tipo de VANT que, idealmente, posee cuatro rotores con hélices ubicadas en los vértices de un cuadrado y que, al girar, generan una fuerza de empuje perpendicular al plano de sus rotores. Los cuadrirrotores tienen diversas aplicaciones tales como vigilancia aérea, fotografía, misiones de búsqueda y rescate, entre otras.¹

El análisis estructural de un cuadrirrotor es necesario para probar la viabilidad, la rigidez y la compatibilidad de su frame.² Los resultados esperados en un análisis del tipo estático estructural involucran la deformación total y la distribución de esfuerzos, los cuales son datos que permiten

analizar el desempeño de la estructura del frame para así validar la aeronavegabilidad del cuadrirrotor.

La comprensión y predicción del comportamiento de sistemas complejos se basa en modelos matemáticos.³ La identificación de sistemas permite a los investigadores desarrollar modelos matemáticos de sistemas dinámicos utilizando datos medidos,⁴ donde los datos de entrada y salida de un sistema físico se ajustan a un modelo matemático del sistema.⁵ En el caso particular del sistema cuadrirrotor, el modelo matemático puede ser desarrollado mediante la formulación Newton-Euler, en donde se puede describir tanto la dinámica traslacional, como la dinámica rotacional. Así mismo, los parámetros involucrados en dicho modelo pueden ser determinados de diversas maneras, tanto analíticamente como mediante el uso de inteligencia artificial.

Este trabajo tiene como objeto de estudio un cuadrirrotor cuya estructura es impresa en 3D y está compuesta por el material ácido poliláctico (PLA). El objetivo de este trabajo consiste en validar 3 aspectos críticos: el primero es el desempeño de su estructura cuando la aeronave se encuentra en condiciones de vuelo estático; el segundo es el modelo matemático que permite describir la dinámica traslacional y rotacional del cuadrirrotor mediante la formulación Newton-Euler; y el tercero son los parámetros aerodinámicos e inerciales del modelo matemático, los cuales se estiman mediante un algoritmo inteligente utilizando redes neuronales artificiales.

ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Para poder realizar correctamente el análisis estructural del frame del cuadrirrotor es necesario encontrar las propiedades mecánicas del material que lo constituye, es decir, las propiedades del PLA. Se realizaron pruebas de tensión a especímenes de PLA previamente impresos en 3D para así determinar la curva esfuerzo-deformación del material y, posteriormente, sus propiedades mecánicas derivadas de dicho gráfico. La figura 1 muestra los especímenes de PLA bajo pruebas de tensión, así como la curva esfuerzo-deformación determinada a partir de las pruebas.

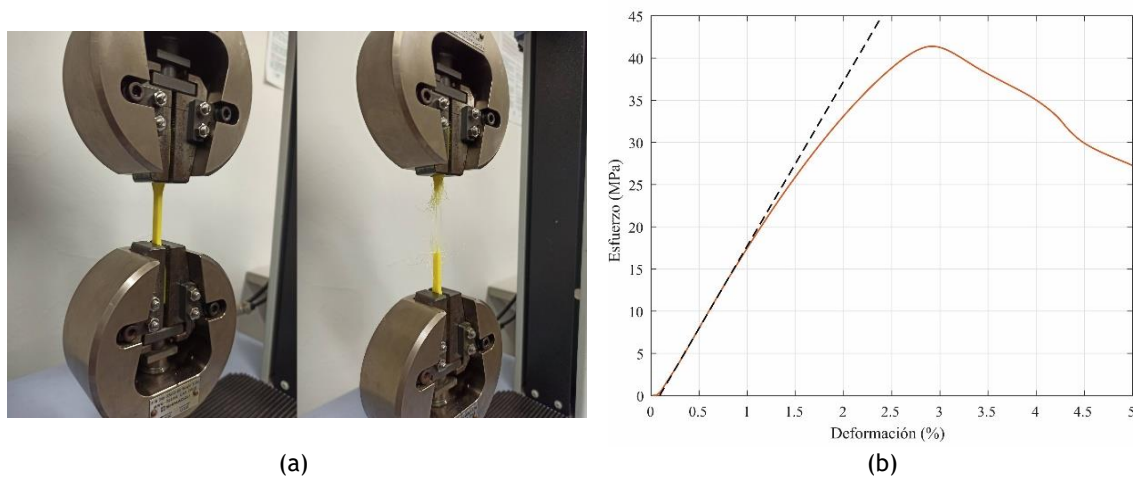


Fig. 1. Análisis del material PLA: (a) Especímenes bajo pruebas de tensión. (b) Curva esfuerzo-deformación.

Las propiedades mecánicas del material PLA obtenidas a partir de la curva esfuerzo-deformación se presentan en la tabla I. Estos datos son posteriormente ingresados en el software ANSYS® Workbench para llevar a cabo el análisis estructural del frame del cuadrirrotor.

Tabla I. Propiedades mecánicas del material PLA.

Propiedad	Valor	Unidad
Módulo Elástico	1.9482	GPa
Resistencia última a la tracción	41.388	MPa
Límite elástico	16.02	MPa

El análisis estructural al cual el frame del cuadrirrotor es sometido es del tipo estático estructural, en donde primeramente se ha insertado el modelo 3D del frame, para después aplicarle en su totalidad el material correspondiente (PLA). Posteriormente, se definen las cargas y puntos de fijación para evaluar el desempeño estructural simulando una condición de vuelo estático, es decir, flotando. Se aplican 4 fuerzas verticales en los extremos de los brazos del frame, con un valor de 4.5N cada una, y se definen 4 puntos de fijación en el centro del frame, como se ilustra en la figura 2. Los resultados esperados para este tipo de análisis son deformación total y esfuerzo equivalente (von-Mises). Se espera realizar un análisis de la deformación estructural para cuantificar el efecto de pandeo cuando el cuadrirrotor se encuentra en condición de vuelo estático. Por otro lado, se desea examinar la distribución de esfuerzos, así como cuantificar el esfuerzo máximo que experimenta el frame, para de esta manera saber si el frame soportará las cargas experimentadas en vuelo estático y así garantizar su aeronavegabilidad sin comprometer su estructura.

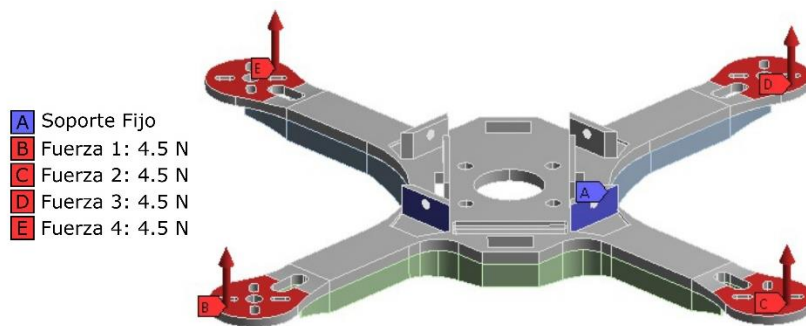


Fig. 2. Fuerzas y puntos de fijación sobre el frame del cuadrirrotor.

Los resultados obtenidos de la simulación estructural del frame del cuadrirrotor bajo condiciones de vuelo estático se presentan en la figura 3. Obsérvese que se presenta una máxima deformación total de 0.00054m (0.54mm) en los extremos de los brazos, y un máximo esfuerzo equivalente de 4.06MPa ubicado aproximadamente en el centro del frame.

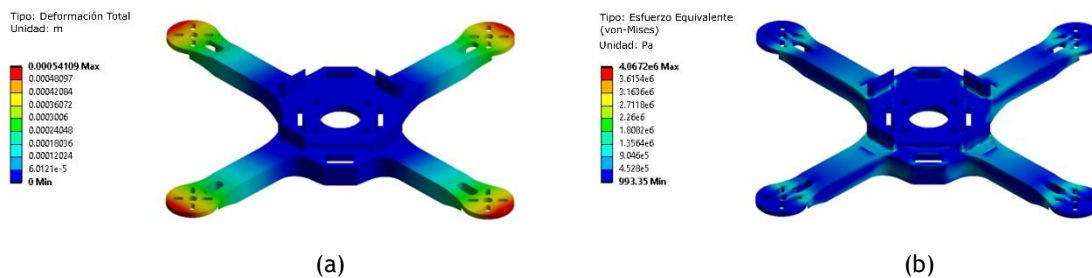


Fig. 3. Análisis estructural del cuadrirrotor: (a) Deformación total. (b) Esfuerzo equivalente.

MODELO MATEMÁTICO

La formulación de Newton-Euler se emplea para determinar el modelo matemático del cuadrrirrotor.^{6,7} Esta formulación consiste en un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen los movimientos de traslación y rotación del cuadrrirrotor.⁶ Contempla dos marcos de referencia: un marco inercial fijado a la superficie terrestre, definido como $I = \{x_I, y_I, z_I\}$, y un marco de referencia del cuerpo, fijado al centro de gravedad del cuadricóptero, representado como $B = \{x_B, y_B, z_B\}$. La figura 4 muestra gráficamente ambos marcos de referencia.

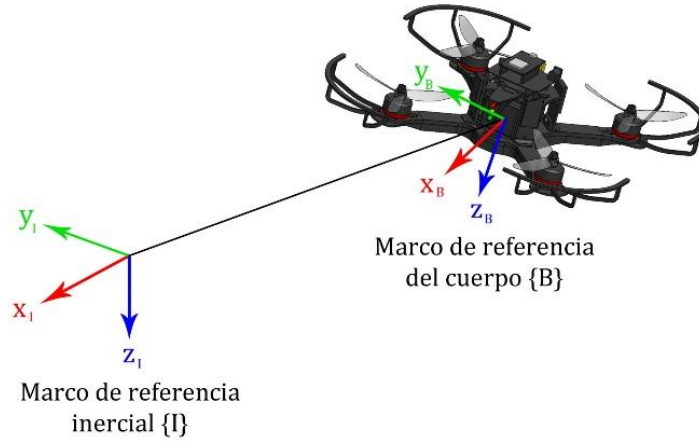


Fig. 4. Marcos de referencia inercial y del cuerpo.

La formulación asume que el cuadrrirrotor es un cuerpo rígido y que su centro de masas está fijado y coincide con el sistema de referencia del cuerpo. El modelo matemático se define como:

$$\dot{\xi} = V \quad (1)$$

$$m\dot{V} = R(-T_r) + mge_3 \quad (2)$$

$$\dot{\eta} = W\Omega \quad (3)$$

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \times J\Omega + \tau_a \quad (4)$$

donde las ecuaciones 1 y 2 describen la dinámica traslacional, mientras que las ecuaciones 3 y 4 describen la dinámica rotacional del cuadrrirrotor. $\xi = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$ representa las coordenadas espaciales con respecto al marco inercial y $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ denota las coordenadas de rotación del cuadrrirrotor. La orientación del cuadrrirrotor con respecto al marco de referencia inercial $\{I\}$ es obtenido por medio de la matriz de rotación R , la cual es parametrizada por los ángulos de Euler ϕ alabeo, θ cabeceo y ψ guiñada. Estos representan una rotación con respecto a los ejes x , y y z , respectivamente. Siguiendo la convención zyx , la orientación del cuadrrirrotor con respecto al marco de referencia inercial $\{I\}$ se puede describir utilizando la siguiente matriz de rotación:

$$R = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde C_ϕ , C_θ , C_ψ , S_ϕ , S_θ y S_ψ son operaciones de coseno y seno, respectivamente. Por otra parte, la matriz para convertir la velocidad angular del cuadrrirrotor desde el marco del cuerpo $\{B\}$ hacia el marco inercial $\{I\}$ es:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi\sec\theta & \cos\phi\sec\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

$\Omega = [p \ q \ r]^T \in \mathbb{R}^3$ representa las velocidades angulares en el marco del cuerpo $\{B\}$. $V = [v_x \ v_y \ v_z]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidad traslacional con respecto al marco inercial $\{I\}$. $T_T = [0 \ 0 \ F_T]^T \in \mathbb{R}_{>0}^3$ es el empuje total del cuadrirrotor con F_T actuando como la componente vertical completa del empuje en el marco del cuerpo $\{B\}$. $\tau_a = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$ es el vector de torques producidos por los actuadores. En adición, los vectores e_1, e_2 y e_3 representan los vectores base canónicos de $\mathbb{R}^3$. Los términos $m \in \mathbb{R}$ y $g = 9.81m/s^2$ representan la masa del cuadrirrotor y la gravedad estándar de la Tierra, respectivamente. La matriz $J = \text{Diag}[J_{xx} \ J_{yy} \ J_{zz}] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ contiene los principales momentos de inercia del cuadrirrotor.⁸

La componente vertical del empuje del cuadrirrotor en el marco del cuerpo se expresa como $F_T = \sum_{i=1}^4 F_i$ donde F_i indica la fuerza ejercida por cada motor. Ambas fuerzas F_i y torques Q_i se expresan en función de la velocidad angular de los motores. $F_i = C_F \omega_i^2$ representa la fuerza y $Q_i = C_Q \omega_i^2$ el torque reactivo del motor, donde ω_i es la velocidad angular y C_F y C_Q son los coeficientes de empuje y torque, respectivamente.

La dinámica del alabeo producida por los actuadores se expresa como $\tau_\phi = (-F_1 + F_2 + F_3 - F_4)d$, para la dinámica del cabeceo es $\tau_\theta = (F_1 + F_2 - F_3 - F_4)d$ y para la dinámica de la guiñada $\tau_\psi = Q_1 - Q_2 + Q_3 - Q_4$, donde $d = l \cos(\frac{\pi}{4})$ con l como la longitud del brazo del cuadrirrotor. La Figura 5 muestra la convención de fuerzas y momentos del cuadrirrotor.

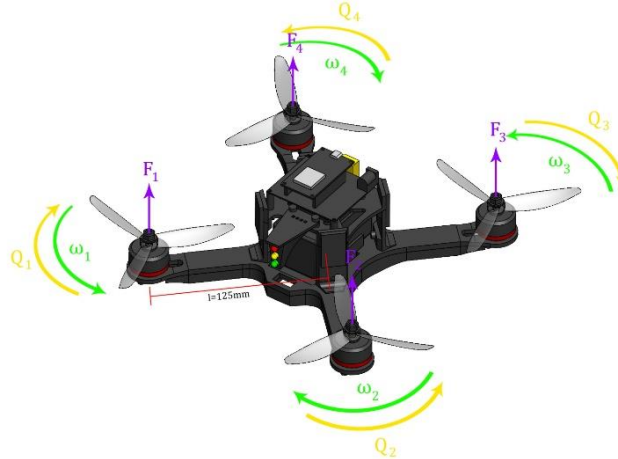


Fig. 5. Convención de fuerzas y momentos del cuadrirrotor.

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Los parámetros presentes en el modelo matemático del cuadrirrotor pueden ser estimados mediante diversos métodos. En este trabajo, los parámetros son estimados utilizando una combinación de datos experimentales y de simulación, empleando redes neuronales para su estimación. Los coeficientes aerodinámicos C_F y C_Q , se estiman con datos experimentales de fuerzas y torques ejercidos por las propelas del cuadrirrotor, mientras que la matriz inercial J que contiene los principales momentos de inercia J_{xx} , J_{yy} y J_{zz} , es estimada utilizando datos de simulación.

Las pruebas experimentales para encontrar fuerzas y torques ejercidos por las propelas del cuadrirrotor a distintas RPMs son llevadas a cabo utilizando un sensor miniatura de fuerzas y torques,

así como un tacómetro digital para la medición de las RPMs. El sensor es instalado en una base de aluminio completamente fija, y el cuadrirrotor es sujeto al sensor como se muestra en la figura 6.

La simulación del cuadrirrotor para determinar sus principales momentos de inercia es llevada a cabo en MATLAB® Simulink®. La simulación consta de un sistema de control de orientación, en donde la orientación y la fuerza total del cuadrirrotor son las referencias, mientras que las velocidades angulares, las aceleraciones angulares y los torques son las variables de salida. La simulación es llevada a cabo en un entorno virtual 3D desarrollado en VREALM®, en donde se tiene un campo donde un cuadrirrotor puede desplazarse libremente, como se muestra en la figura 7. El entorno virtual 3D fue creado únicamente para fines de visualización del sistema cuadrirrotor.



Fig. 6. Cuadrirrotor impreso en 3D bajo pruebas experimentales de fuerza y torque.

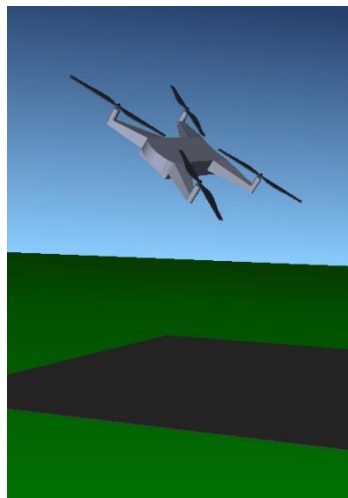


Fig. 7. Entorno virtual 3D para la simulación de la dinámica de un cuadrirrotor.

Una vez con los datos recabados, tanto experimentales como de simulación, la estimación de parámetros del modelo matemático del cuadrirrotor es llevada a cabo. Para ello se proponen 2 arquitecturas de redes neuronales, una para la estimación de los parámetros aerodinámicos y la otra para la estimación de los parámetros inerciales. La figura 8 muestra ambas arquitecturas propuestas para la estimación. Ambas redes utilizan el algoritmo de retro propagación para el entrenamiento, utilizando funciones de activación lineales. La arquitectura para la estimación de parámetros

aerodinámicos es entrenada en 2 ocasiones distintas, una con los datos experimentales de empuje y otra con los datos experimentales de torque, mientras que la arquitectura para la estimación de parámetros inerciales es entrenada una única vez con los datos de la simulación. El entrenamiento consta en utilizar el algoritmo de retro propagación para disminuir con cada iteración el error cuadrático medio entre el valor real y el valor estimado. Cuando el error cuadrático medio ha sido minimizado, se dice que la red neuronal ha sido entrenada adecuadamente y se pueden aplicar las ecuaciones para encontrar los parámetros deseados.

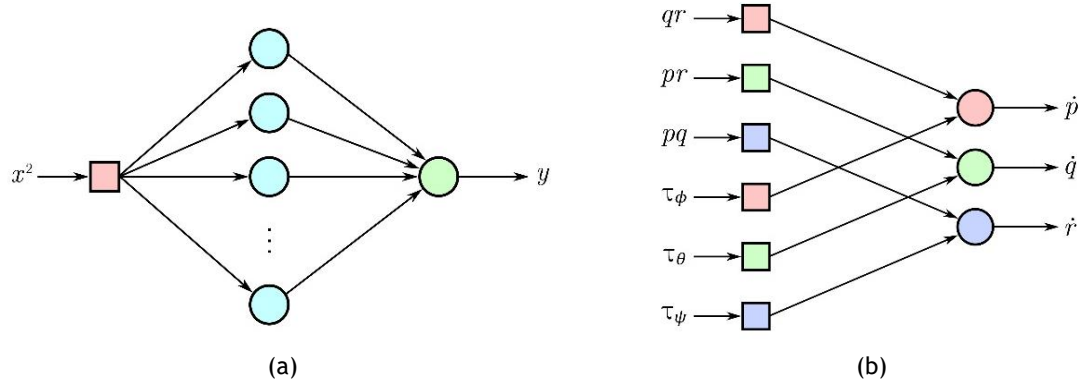


Fig. 8. Arquitecturas de redes neuronales: (a) Parámetros aerodinámicos. (b) Parámetros inerciales.

La ecuación 7 permite calcular la estimación de los parámetros aerodinámicos, es decir, los coeficientes de empuje y torque. En esta ecuación, $w^{(1)}$ y $w^{(2)}$ representan matrices de $n \times 1$ y $1 \times n$, respectivamente, siendo n el número de neuronas seleccionadas para la capa oculta. Las matrices contienen los valores de los pesos entrenados para estimar de manera adecuada los parámetros. k_x y k_d son factores de escalamiento que están en función de los valores máximos de los datos recopilados experimentalmente.

Por otro lado, la ecuación 8 permite calcular la estimación de los parámetros inerciales, es decir, los principales momentos de inercia J_{xx} , J_{yy} y J_{zz} . En esta ecuación, w_{14} , w_{25} y w_{36} son elementos pertenecientes a la matriz w la cual contiene los pesos que han sido entrenados para estimar correctamente los parámetros.

$$C_F = w^{(2)} w^{(1)} \left(\frac{k_x^2}{k_d} \right) \quad (7)$$

$$C_Q = w^{(2)} w^{(1)} \left(\frac{k_x^2}{k_d} \right)$$

$$\begin{aligned} J_{xx} &= \frac{1}{w_{14}} \\ J_{yy} &= \frac{1}{w_{25}} \\ J_{zz} &= \frac{1}{w_{36}} \end{aligned} \quad (8)$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Mediante las pruebas de tensión de los especímenes de PLA fue posible obtener el gráfico esfuerzo-deformación, del cual se pudieron determinar las propiedades mecánicas de dicho material.

Por otro lado, la estructura del frame del cuadrirrotor, como se observó en los resultados de las simulaciones estático estructural, presentó una deformación total máxima de 0.54mm y un máximo esfuerzo equivalente de 4.06MPa utilizando las propiedades mecánicas del PLA para todo el frame. Los resultados obtenidos en las simulaciones estático estructural reflejan un comportamiento realista debido a que las propiedades mecánicas del PLA fueron calculadas experimentalmente mediante las pruebas de tensión de los especímenes de PLA.

El desarrollo del modelo matemático del cuadrirrotor fue llevado a cabo, obteniendo de esta manera el modelo que permite describir la dinámica traslacional y rotacional de la aeronave siguiendo la formulación Newton-Euler. El modelo incorpora parámetros que pueden caracterizar el comportamiento del cuadrirrotor, tales como los coeficientes aerodinámicos C_F y C_Q así como la matriz de inercia J que contiene los principales momentos de inercia J_{xx} , J_{yy} y J_{zz} . El modelo desarrollado aplica únicamente a un cuadrirrotor cuya configuración y convención de fuerzas y momentos coincidan con el del cuadrirrotor presente en este trabajo.

La estimación de los parámetros del cuadrirrotor fue llevada a cabo mediante la aplicación de redes neuronales artificiales. Los valores numéricos de dichos parámetros se muestran en la tabla II, en donde los parámetros aerodinámicos C_F y C_Q fueron estimados utilizando datos experimentales, mientras que los parámetros inerciales J_{xx} , J_{yy} y J_{zz} fueron estimados utilizando datos de simulación. La figura 9 muestra los resultados de los modelos de fuerza y de torque, así como la aceleración angular del cuadrirrotor que es descrita mediante la matriz de inercia estimada previamente. Se observa que los modelos de fuerza y torque permiten predecir con exactitud el empuje y torque del cuadrirrotor a distintas RPMs, respectivamente. De igual manera se observa que la aceleración angular en el eje y se predice de manera adecuada con los parámetros inerciales estimados.

Tabla II. Parámetros estimados del modelo matemático del cuadrirrotor.

Parámetro	Valor	Unidad
C_F	1.3859×10^{-6}	N·s ²
C_Q	1.8534×10^{-8}	N·m·s ²
J_{xx}	2.4903×10^{-3}	kg·m ²
J_{yy}	2.5756×10^{-3}	kg·m ²
J_{zz}	4.5862×10^{-3}	kg·m ²

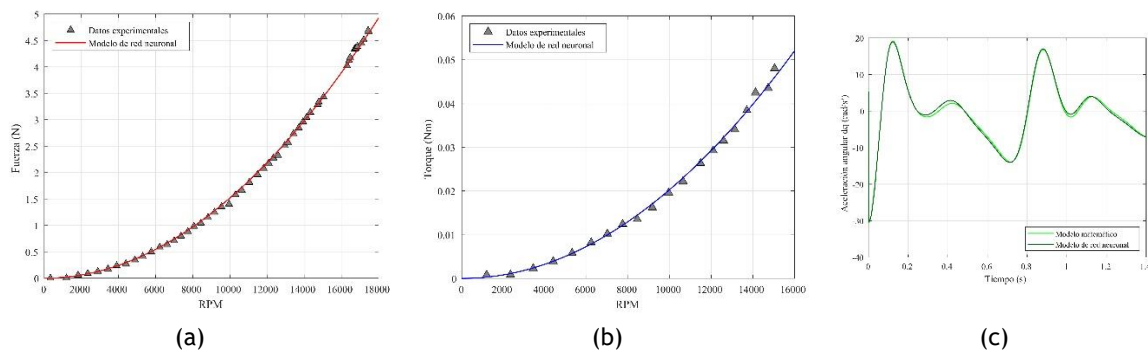


Fig. 9. Resultados de la estimación de parámetros: (a) Modelo de fuerza. (b) Modelo de torque. (c) Aceleración angular.

CONCLUSIÓN

El cuadrirrotor impreso en 3D presentado en este trabajo pudo ser validado experimentalmente mediante un análisis de la estructura del frame, el desarrollo del modelo matemático y estimación inteligente de los parámetros aerodinámicos e inerciales.

El análisis estático estructural presentó una deformación total máxima de 0.54mm en los extremos de los brazos del frame, mostrando un valor relativamente bajo y que puede ser despreciado ya que no representa un peligro para la aeronavegabilidad del cuadrirrotor en cuestión de pandeo. Por otro lado, el análisis mostró un máximo esfuerzo equivalente de 4.06MPa, valor que se encuentra lejos de los 16.02MPa que posee el material PLA como límite elástico. Lo anterior demuestra que el cuadrirrotor puede realizar una condición de vuelo estático sin comprometer su integridad estructural.

Se desarrolló el modelo matemático del cuadrirrotor mediante la formulación Newton-Euler el cual permite describir la dinámica traslacional y rotacional de la aeronave. El modelo incluye parámetros cuyos valores pueden variar dependiendo del tamaño del cuadrirrotor, así como de la distribución de su masa, fuerza y torque de los motores, entre otros factores. La incorporación de parámetros en el modelo indica que este puede ser utilizado en diversos cuadrirrotores, siempre y cuando se respete la configuración y convención de fuerzas y momentos presentados en este trabajo.

Los parámetros aerodinámicos e inerciales pertenecientes al modelo matemático del cuadrirrotor impreso en 3D pudieron ser estimados mediante la aplicación de redes neuronales artificiales. Se utilizaron datos experimentales como de simulación para entrenar los modelos de redes neuronales y de esta forma estimar los parámetros. Los valores obtenidos en las simulaciones permiten verificar que los parámetros estimados son precisos y pueden utilizarse para predecir correctamente la dinámica traslacional y rotacional del cuadrirrotor impreso en 3D.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León (CIIIA-FIME-UANL) y al Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de La Laguna por las facilidades de infraestructura y recursos académicos proporcionados para el desarrollo de este trabajo.

FINANCIAMIENTO

Este trabajo de investigación está financiado por la Oficina de Investigación Naval Global (ONRG) de los Estados Unidos con el número de proyecto N629092512014.

REFERENCIAS

1. Fernando, H. C. T. E., De Silva, A. T. A., De Zoysa, M. D. C., Dilshan, K. A. D. C., & Munasinghe, S. R. (2013, December). Modelling, simulation and implementation of a quadrotor UAV. In 2013 IEEE 8th International conference on industrial and information systems (pp. 207-212). IEEE.
2. Singh, R., Kumar, R., Mishra, A., & Agarwal, A. (2020). Structural analysis of quadcopter frame. *Materials Today: Proceedings*, 22, 3320-3329.
3. MathWorks. Mathematical Modeling. Available on www.mathworks.com/solutions/mathematical-modeling.html. 2024.
4. Legowo, A., Sulaeman, E., & Rosli, D. (2019, March). Review on system identification for quadrotor unmanned aerial vehicle (UAV). In 2019 Advances in Science and Engineering Technology International Conferences (ASET) (pp. 1-8). IEEE.
5. Tan, K. C., & Li, Y. (1997). Evolutionary system identification in the time domain. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 211(5), 319-323.
6. Ollervides-Vazquez, E. J., Rojo-Rodriguez, E. G., Rojo-Rodriguez, E. U., Cabriaes-Ramirez, L. E., & Garcia-Salazar, O. (2020, November). Two-layer saturated PID controller for the trajectory tracking of a quadrotor UAV. In 2020 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE) (pp. 85-91). IEEE.
7. Tagay, A., Omar, A., & Ali, M. H. (2021). Development of control algorithm for a quadcopter. *Procedia Computer Science*, 179, 242-251.
8. Yedavalli, R. K. (2020). *Flight dynamics and control of aero and space vehicles*. John Wiley & Sons.