

El eterno retorno del universo

José Rubén Morones Ibarra

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León

jose.moronesib@uanl.edu.mx

RESUMEN

En este trabajo se presentan algunas ideas sobre el concepto del eterno retorno en el universo, acompañadas de argumentos científicos que sustentan esta idea. Aplicando los conceptos de la física estadística cuántica, se prueba que para un universo eterno en el tiempo y de volumen finito, aunque ilimitado, todos los estados físicos posibles se presentan de manera recurrente para tiempos suficientemente largos. Esto significa que todos los eventos que ocurren en el universo se repetirán indefinidamente. En un universo eterno todo lo que puede ocurrir, ocurrirá. En un universo eterno y finito en el espacio, todo lo que puede ocurrir ya ha ocurrido, se ha repetido y se seguirá repitiendo.

PALABRAS CLAVE

Eterno retorno, teorema de recurrencia de Poicaré, microestados de un sistema, física estadística.

ABSTRACT

In this work some ideas about the concept of eternal return in the universe are presented, supported by scientific arguments. Applying the concepts of quantum statistical physics, it is proven that for a universe eternal in time and finite volume but unlimited, all possible physical states occur recurrently for sufficiently long times. This means that all events that occur in the universe will repeat indefinitely. In an eternal universe everything that can happen, will occur. In an eternal universe and finite universe, everything that can happen has already happen and will occur again and again.

KEYWORDS

Eternal return, Poincaré's recurrence theorem, microstates of a system, statistical physics.

INTRODUCCIÓN

El concepto de eterno retorno en el universo apareció como una idea filosófica que se originó en las culturas antiguas y se refiere al hecho de que todo lo que ha ocurrido en el universo volverá a ocurrir en una sucesión infinita de veces. Por supuesto que en sus orígenes esta idea era solamente producto del pensamiento filosófico o religioso y sin ninguna base material. En la actualidad el eterno retorno tiene una fundamentación científica apoyado en la física y desarrollado con base a ciertas hipótesis, las cuales, si son satisfechas, el fenómeno del eterno retorno del universo se presentará. Las limitaciones actuales sobre el conocimiento de algunas variables que determinan la evolución y destino del universo, como el concepto de energía oscura, impiden que podamos determinar con precisión el futuro del universo. Por esta razón se establece que las conclusiones de este artículo están sujetas a que sean satisfechas las hipótesis que se plantean.

La idea del eterno retorno se remonta a la época de los Babilonios quienes tenían la creencia de que el tiempo es cíclico, lo que implica que los sucesos del mundo se repiten periódicamente. Para desarrollar estas ideas se apoyaron en sus conocimientos astronómicos y de la observación de que los astros repetían ciclos. Estas ideas las extendieron a todos los fenómenos del mundo incluyendo la vida humana.

Posteriormente el concepto de eterna recurrencia lo establecieron en la Antigua Grecia los estoicos, quienes creían que el universo se destruye y renace periódicamente.¹

Evolución histórica del concepto de eterno retorno

Históricamente, varios filósofos han reflexionado sobre el tema del eterno retorno. Jorge Luis Borges en su libro “Historia de la eternidad”, menciona que Platón afirmaba que, si los periodos planetarios son cíclicos, también la historia universal lo será. El Año Platónico o Gran Año, es el período de tiempo necesario para que todos los astros realicen de manera simultánea un ciclo completo. Borges escribió: “Al cabo de cada año Platónico renacerán los mismos individuos y cumplirán el mismo destino. La historia humana se repite: nada hay ahora que no fue y lo que ha sido será”.²

David Hume en sus Diálogos sobre religión natural, establece que un número finito de partículas no es posible que genere un número infinito de transposiciones. Un número finito de partículas sólo es susceptible de transposiciones finitas, y necesariamente debe ocurrir, en una duración eterna, que todo orden o posición posible será ensayado un infinito número de veces. Este mundo, por lo tanto, con todos sus acontecimientos, aun los más nimios, ha sido producido y destruido antes, y será de nuevo producido y destruido, sin fin ni limitación. Nadie que tenga idea del poder de lo infinito, en comparación con lo finito, puede tener objeciones a esta afirmación.³

Más recientemente Friedrich Nietzsche retomó la idea del eterno retorno como una concepción filosófica mencionándola en su libro Así Habló Zaratustra.⁴ Considerando que el universo consiste de una cantidad finita de materia, Nietzsche razonaba de la siguiente manera: un número finito de átomos es imposible que produzca un número infinito de variaciones.

A principios del siglo XX, el matemático y físico teórico francés Henri Poincaré, trata el asunto del eterno retorno de manera más formal y científica. Basado en la Mecánica Clásica propone y demuestra el Teorema de Recurrencia que lleva su nombre, en el cual se establece que en un sistema cerrado de partículas con energía y volumen finito, gobernado por las leyes de la física clásica, todos los estados del sistema se repetirán si se consideran tiempos muy grandes.^{5,6}

De acuerdo con Poincaré, el tiempo de recurrencia de un sistema físico es el intervalo de tiempo necesario para que el sistema regrese a su estado original. Esto significa que cualquier configuración inicial del conjunto de partículas que conforman al sistema, volverá a presentarse en algún tiempo futuro. Los argumentos en los que se apoya el teorema de recurrencia de Poincaré parten de la física estadísticas evaluando la probabilidad de que se presente cada una de las configuraciones de un sistema de partículas, además de la suposición de que el sistema es acotado y de duración infinita. En nuestra experiencia diaria sobre el comportamiento de un sistema de partículas esto parece imposible, pero cuando extendemos las ideas a tiempos muy grandes esto debe ser posible, y, de hecho, ocurre inevitablemente. Más adelante en este artículo, se realiza un cálculo para estimar el tiempo de recurrencia de Poincaré para el universo.

CONCEPCIONES MODERNAS SOBRE LA EVOLUCIÓN DEL UNIVERSO

La teoría de la Relatividad

La teoría general de la relatividad de Einstein sentó las bases para estudiar el universo como un sistema físico, es decir, el universo como un todo. La gran diferencia entre el modelo del universo que surge de la relatividad general y el de los modelos anteriores es que el modelo del universo de Einstein es finito. El universo de Einstein tiene un volumen finito, pero es ilimitado. No existen límites ni fronteras en este universo, ya que este se cierra sobre sí mismo de la misma manera en que lo hace una esfera. Podemos ejemplificar el concepto de universo finito pero ilimitado considerando el caso de la Tierra, la cual tiene un volumen finito, pero podemos viajar por su superficie sin que encontremos un borde que nos indique que más allá de ese borde no se puede seguir.

Podríamos imaginar este universo ilimitado si nos vemos viajando sobre un rayo de luz. De acuerdo con la teoría de la relatividad, esta luz seguirá la curvatura del espacio y regresará al mismo punto después de “darle la vuelta” al universo. Esta es una de las características del universo de la teoría de la relatividad: el universo es finito pero ilimitado y tiene una curvatura que obliga a la luz y a la materia a seguir trayectorias definidas dependiendo de la materia presente.

No pensemos en que el espacio que ocupa el universo es algo que está metido en un espacio más grande. Esta idea es incorrecta desde el punto de vista de la relatividad de Einstein. El universo es el

todo y no podemos salir de este espacio. Cualquier cosa que se mueva, como un rayo de luz que se dirija en cualquier dirección y que no encuentre obstáculo, regresará al mismo punto después de algún tiempo. En este caso, el intervalo de tiempo será muy grande, pero finito.

Para entender al universo como un todo, es fundamental conocer el comportamiento de sus componentes más pequeñas, las partículas elementales. Así mismo, para comprender lo que ocurrió en los primeros instantes del universo y la manera como este evolucionó, es necesario entender lo que sucede con las interacciones entre las partículas subatómicas.

Por otra parte, la pregunta sobre el destino del universo tiene también en la actualidad respuestas apoyadas en el conocimiento científico. Para comprender mejor estas respuestas hagamos una analogía con lo que ocurre a una bala lanzada por un hipotético cañón muy poderoso. Si la bala se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad menor a una cierta velocidad conocida como velocidad crítica o velocidad de escape, la bala se detendrá en algún punto y regresará a la Tierra. Esto corresponde al caso familiar en el que lanzamos una piedra hacia arriba y la vemos caer.

En el caso en el que la bala lanzada por el cañón exceda la velocidad de escape, entonces la bala no regresará a la tierra y continuará moviéndose por el espacio, en principio, indefinidamente. En general, el valor numérico de la velocidad de escape para un cuerpo astronómico cualquiera, depende de la masa y del tamaño del astro.

De manera similar, en el caso del universo, si la velocidad inicial de la Gran Explosión, excedió cierto valor crítico, entonces el universo seguirá expandiéndose por siempre. Contrariamente, si la velocidad inicial que adquirieron las partículas en el Big Bang, es menor que el valor crítico ya mencionado, entonces la expansión se detendrá en algún momento en el futuro y empezará su contracción, terminando en un Gran Colapso. Esta forma de evolución del universo, si suponemos que es eterno, será cíclica produciéndose una sucesión infinita de expansiones y contracciones.

Existe una cantidad importante para decidir cuál de las dos posibilidades anteriores será el destino del universo. Esta cantidad se conoce como la densidad de masa crítica del universo. Si la densidad de masa del universo es menor que la densidad crítica, el escenario para su evolución será el de la expansión eterna. A este universo se la conoce como universo abierto. Por otra parte, si la densidad de masa es mayor que la densidad crítica, el universo detendrá su expansión, contrayéndose posteriormente, colapsándose e iniciando una nueva explosión. Este modelo del universo es un modelo cerrado y por razones obvias se conoce como universo cíclico u oscilante.

EL ETERNO RETORNO

La fundamentación física para establecer la teoría del eterno retorno del universo se basa en las siguientes hipótesis:

1. El universo consiste en radiación, materia bariónica, materia oscura y energía oscura. Esta última se introduce a través de una cantidad física llamada constante cosmológica Λ .
2. Todas estas cantidades físicas son finitas.
3. El universo es finito pero ilimitado.
4. Las leyes de la física gobiernan todos los procesos del universo.
5. El universo es eterno en el tiempo, no tuvo un principio ni tendrá final. El universo no se generó de nada, siempre ha existido y es indestructible.

La materia bariónica es la materia ordinaria, formada por átomos y estos por electrones y en el núcleo protones y neutrones.

Actualmente no se tiene un conocimiento completo sobre el destino del universo. No se sabe si el universo es acotado o abierto. Para el caso en el que el universo continúe su expansión indefinidamente, lo cual conduce a un universo abierto, los resultados obtenidos en este artículo no son aplicables. En el caso opuesto, el de un universo que detendrá su expansión e iniciará un período de contracción, tendremos un universo acotado y son aplicables las ideas y los resultados obtenidos en este artículo.

Supondremos que el destino del universo es el Gran Colapso (Big Crunch) con lo cual estamos estableciendo que la materia domina la evolución del universo o que la constante cosmológica Λ tiene

un valor muy pequeño o negativo. Esta hipótesis implica que la evolución del universo se realiza en una secuencia eterna de expansiones y contracciones.

Aceptando estas hipótesis, quien comprenda los conceptos de infinito y eternidad no tendrá dificultad para entender ni argumentos para rechazar la idea del eterno retorno.⁷

Dadas estas condiciones, todos los sucesos que ocurran en el universo ya sucedieron en el pasado y en el futuro se volverán a presentar.

UNIVERSO CUÁNTICO RELATIVISTA

Al considerar una visión cosmológica cuántico- relativista la idea del eterno retorno en el universo resulta ser un concepto central y no una idea periférica en la cosmología. Por otra parte, en la concepción puramente relativista del universo los modelos cíclicos surgen regularmente. Sin embargo, en la corriente principal de la cosmología moderna los argumentos que soportan la idea de un universo que se repite a sí mismo un infinito número de veces parecen no tener mucha relevancia o interés. La explicación para este hecho se dará en la sección donde se calcula el tiempo de recurrencia.

Quien primero obtuvo un resultado matemático formal para apoyar el concepto de universo cíclico fue el matemático y lógico austriaco Kurt Goedel. Goedel vivió entre 1906 Y 1978 y es considerado como uno de los más grandes lógicos de la historia. Tuvo ideas muy audaces y provocó grandes disrupciones en la ciencia.

En el año de 1949 Kurt Goedel aplicó las ecuaciones de campo gravitacional de Einstein al universo como un todo y obtuvo unas soluciones que consisten en curvas cerradas en el tiempo. Estas soluciones a las que denominó Closed Time Curves (CTC), las presentó en una conferencia en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, donde estaba presente Einstein. La interpretación física de estas soluciones es que los estados por los que ha pasado el universo se repiten periódicamente.

La interpretación física de las soluciones CTC de Goedel, es que una partícula o un sistema de partículas sigue una trayectoria cerrada en el espacio-tiempo de Einstein. Esto equivale a decir que el sistema vuelve a un estado que ya ocurrió en el pasado. Si pensamos en un sistema cerrado que no se destruya, la solución CTC representa la evolución espacio-temporal del sistema viajando hacia el pasado, reproduciendo sus estados físicos. Esto puede aplicarse al universo como un todo, teniendo como consecuencia que todos los estados del universo son recurrentes.

Los resultados de CTC que presentó Goedel en su conferencia escandalizaron a todos los asistentes y posteriormente a la comunidad científica general. Einstein queriendo invalidar estas soluciones recurrió al sentido común y a la intuición. Sin embargo, ni el sentido común ni la intuición son aplicables a las teorías cuánticas. En seguida, para evitar el escándalo, Goedel aclaró que estas soluciones se obtenían suponiendo ciertas condiciones sobre el universo. Una de las condiciones es que el universo estuviera en rotación y de acuerdo con las observaciones presentes, no lo está. La otra condición es que el universo no esté en expansión y sí lo está. Con estos argumentos físicos se descarta la validez de las soluciones CTC, quedando estas solo como una curiosidad matemática.⁸

FORMULACIÓN HAMILTONIANA DE LA MECÁNICA CLÁSICA

En la formulación Hamiltoniana de la mecánica clásica, cualquier cantidad física medible se puede determinar expresándola como una función de la posición y el momento lineal. Para el caso de una partícula, se requieren tres coordenadas de posición x, y, z y tres coordenadas del momento p_x, p_y, p_z , para determinar su estado físico. Al espacio de 6 dimensiones que consiste de posiciones y momentos de una partícula, donde cada punto se representa como (x, y, z, p_x, p_y, p_z) se le conoce como espacio fase de la partícula. En una teoría no-cuántica el estado del sistema se describe por un punto, expresado como (x, y, z, p_x, p_y, p_z) en este espacio fase.

En una teoría cuántica, el Principio de Incertidumbre de Heisenberg para una dimensión espacial se expresa como $\Delta x \Delta p_x > \hbar$. Debido a este Principio el estado de la partícula se representa no como un punto en el espacio fase sino como un pequeño volumen de tamaño $\Delta x \Delta p_x \Delta y \Delta p_y \Delta z \Delta p_z = \hbar^3$,

donde h es la constante de Planck. Para un sistema de N partículas, el espacio fase correspondiente tendrá $6N$ dimensiones, $3N$ coordenadas espaciales y $3N$ coordenadas de momento. El estado de un sistema de N partículas se representa como un hiper-volumen dado por $\tau = h^{3N}$ en este espacio fase de $6N$ dimensiones.⁹

FÍSICA ESTADÍSTICA

El estudio de los sistemas termodinámicos a nivel microscópico se realiza mediante la física estadística. Los métodos usados en la física estadística involucran algunos conceptos fundamentales necesarios para realizar el análisis estadístico de las propiedades físicas de los sistemas de muchas partículas. Además del espacio fase para un sistema de N partículas ya mencionado, nos interesa introducir los conceptos de microestado y macro estado de un sistema.

Un microestado específico de un sistema de N partículas está determinado por un punto dentro del pequeño hiper-volumen $\tau = h^{3N}$ en el espacio fase de $6N$ dimensiones. A este hiper-volumen $\tau = h^{3N}$ le corresponde un solo microestado. Cualquier punto dentro de este hiper-volumen representa un estado físicamente indistinguible de cualquier otro punto dentro del mismo hiper-volumen. Desde el punto de vista de la física no tiene sentido establecer diferencias físicas en estados que se encuentran representados dentro de esta región del espacio fase. Esta es un requisito que impone la teoría cuántica. El resultado de cuantizar el espacio fase es que este queda como una especie de retícula con celdas de dimensión finita cada una de $6N$ dimensiones, y volumen $\tau = h^{3N}$ quedando cada una asociada a un estado del sistema o representando un estado particular de todo del sistema.

En un microestado, determinado por el momento y la posición de cada una de las partículas podemos intercambiar, por ejemplo, el momento y la posición de dos partículas idénticas. Con esta transformación obtenemos un microestado diferente pero el sistema físico de ambos microestados se comportará físicamente de la misma manera debido a la identidad de las partículas intercambiadas. Los dos estados obtenidos por el intercambio de partículas se dice que son dos microestados correspondientes al mismo macroestado. En general, a un macroestado, le corresponden muchos microestados. Las propiedades físicas del sistema quedan determinadas por el macroestado en el que se encuentre el sistema.¹⁰

Simbólicamente escribimos el microestado de un sistema de N partículas como $(\vec{r}_i, \vec{p}_i)$ con $i = 1, 2, 3, \dots, N$ donde $\vec{r}_i$ y $\vec{p}_i$ indican la posición y el momento de la partícula i . Intercambiar dos partículas idénticas, la i y la k , por ejemplo, conduce a otro microestado, pero el macroestado correspondiente es el mismo ya que las propiedades físicas del sistema no cambian ante este intercambio.¹¹

La cuantización del espacio fase nos permite contar el número de microestados de un sistema que consiste de un número finito de partículas encerrado en un volumen finito. En este caso, si el número de partículas es N , y el volumen es V el número total de microestados en un volumen espacial V estará dado por ¹² $\frac{V \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z}{h^3}$

$$\frac{V \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z}{h^3} = \text{número total de microestados}$$

por lo tanto, si suponemos que el universo tiene un volumen finito, y un número de partículas también finito entonces el número total de microestados posibles es finito. Este es el resultado más importante de este artículo.

Teorema de recurrencia de Poincaré

El teorema de recurrencia de Poincaré (TRP) establece que para tiempos suficientemente largos todos los sistemas dinámicos cerrados repetirán sus estados indefinidamente si el tiempo no está acotado. Aun cuando el volumen no se mantenga constante, si este es finito, el teorema de Poincaré es aplicable. El TRP es fundamental en la teoría de los sistemas dinámicos y puede establecerse en los siguientes términos: Si un sistema dinámico finito se encuentra determinado inicialmente por un

punto (q, p) en el espacio fase de $6N$ dimensiones, tendremos que, debido a que el número de trayectorias que puede seguir el sistema es finito, existe una probabilidad diferente de cero de que siga una trayectoria idéntica a una ya recorrida en el pasado y que termine en el punto inicial del espacio fase. En este caso, decimos que el sistema es recurrente. Aplicado este concepto al universo el fenómeno se conoce como el eterno retorno del universo. Al tiempo de recurrencia $t_{\text{poincaré}}$ se le conoce como tiempo de Poincaré para el sistema.

El resultado presentado por el TRP muestra un fuerte conflicto entre reversibilidad e irreversibilidad del tiempo, dos conceptos que se presentan en la mecánica clásica y en la física estadística, respectivamente. Por una parte, en una teoría clásica tenemos que las leyes de la física son invariantes ante inversiones en el tiempo; esto se conoce como reversibilidad, lo cual indica que si invertimos el tiempo un sistema mecánico regresa a su estado inicial. Sin embargo, encontramos en la práctica que un sistema termodinámico que evoluciona de un estado de no-equilibrio a un estado de equilibrio es irreversible, esto significa que al invertir el tiempo no se regresa al estado original.

La irreversibilidad del tiempo resulta de la interpretación estadística de la flecha del tiempo donde la entropía nunca disminuye. Si en vez de referirnos al tiempo como la cantidad que es irreversible en la termodinámica o lo que es reversible en el teorema de Poincaré, consideramos a la entropía como la cantidad que retoma su valor para tiempos suficientemente grandes, el conflicto desaparece. No tomar el tiempo como el concepto fundamental sino la entropía resuelve el conflicto entre reversibilidad establecido en el teorema de Poincaré e irreversibilidad descrito en la segunda ley de la termodinámica. En este caso se afirma que el valor de la entropía siempre regresa a sus valores anteriores para tiempos muy grandes.

En realidad, los resultados de la física estadística establecen no la irreversibilidad de los procesos, sino que los sistemas pasan más tiempo en estados cercanos al estado de equilibrio que en los estados lejos del equilibrio.

En el artículo de Jos Uffink, se prueba que el comportamiento irreversible de los sistemas de muchas partículas, puede ser reconciliado con el de invariancia de la inversión temporal bajo ciertas circunstancias. Prueba además que la ecuación de Boltzmann puede ser obtenida de las ecuaciones de Hamilton, las cuales satisfacen reversibilidad temporal probando además que no hay asimetría temporal.¹³

En síntesis, para eliminar la contradicción, entre reversibilidad temporal y la segunda ley de la termodinámica, se puede sustituir el concepto de inversión temporal por la idea de disminución en la entropía en un sistema termodinámico. El concepto de invertir la flecha del tiempo invirtiendo los momentos de todas y cada una de las partículas no es práctico para un universo como en el que vivimos, de una edad tan pequeña como la estimada de 1.3×10^{10} años, pero ello no invalida la reversibilidad para tiempos infinitos en la teoría.

Puesto que el tiempo de recurrencia de Poincaré es enorme, mucho mayor que la edad actual del universo, los físicos no se ocupan de este problema para considerarlo en sus trabajos de investigación científica ya que está fuera de la confirmación experimental. Sin embargo, dentro de las concepciones filosóficas de la física el tema sí es objeto de estudio, ya que se supone que todos los resultados obtenidos de las teorías físicas, que son matemáticamente consistentes, deben ser consideradas realidades físicas.

Aun cuando los físicos afirman que todo lo que no esté prohibido por las leyes de la física ocurrirá, los físicos ponen un límite a esta concepción declarando que aquello que no se puede comprobar experimentalmente no es física. Por este motivo, la aplicación en la física del Teorema de Recurrencia de Poincaré no es un asunto de gran interés para los físicos. Un ejemplo de este problema aparece al considerar en la termodinámica de gases un sistema de un número de partículas del orden del número de Avogadro encerrado en un recipiente. Al analizar el proceso en el que todas las partículas ocupen la mitad del volumen dejando la otra mitad vacía encontramos que, aun cuando matemáticamente el fenómeno ocurrirá en algún momento, la confirmación experimental nunca se realizará debido a que el tiempo para que esto ocurra es mayor que la edad del universo. Sin embargo, se establece que, para

un sistema cerrado, con un número finito de partículas, los estados macroscópicos del sistema se repetirán en algún momento, para tiempos muy grandes, en el caso de un sistema que no se destruye.

SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA CON CAMPOS GRAVITACIONALES

Otra limitación de la segunda ley de la termodinámica aplicada a un sistema como el universo es que no tenemos una teoría completa que garantice su validez en presencia de campos gravitacionales. Más aún, la presencia de agujeros negros complica totalmente el estudio termodinámico de sistemas donde está presente la gravedad.⁵

La presencia de la gravedad modifica de manera importante el comportamiento de los sistemas termodinámicos y la segunda ley de la termodinámica no sabemos aún como manejarla.

TIEMPO DE RECURRENCIA DE POINCARÉ PARA EL UNIVERSO

Para el sistema del universo, el tiempo de recurrencia de Poincaré se estima en $10^{10^{10^{2.08}}}$ años. Un tiempo incomprensiblemente grande.

Este número se puede estimar para el universo como un todo suponiendo un número de partículas finito N y un volumen finito V .¹⁴

El cálculo lo realizaremos estimando el radio, volumen, número de partículas y el número total de microestados del universo visible. El tiempo de recurrencia se calcula estableciendo una proporcionalidad Partiremos de la hipótesis de que el tiempo de recurrencia de Poincaré $T_{Poincaré}$ es proporcional a la exponencial del número de microestados del sistema $T_{Poincaré} \sim \exp(N_{microestados})$, lo cual puede escribirse como

$$T_{Poincaré} \sim N_{macroestados} \sim e^{N_{microestados}} \quad (1)$$

por otra parte, la definición estadística de la entropía S de un sistema está dada por la fórmula de Boltzmann

$$S = K \ln W \quad (2)$$

donde W es el número de microestados del sistema. Usando unidades naturales donde la constante de Boltzman $K = 1$, podemos escribir la relación 2 como

$$W \sim e^S \quad (3)$$

Por lo tanto,

$$T_{Poincaré} \sim e^{e^S} \quad (4)$$

Para calcular la entropía del universo, consideramos un universo esférico de radio r dado por:
radio del universo =

$$r = 10^{26} \text{ m} \quad (5)$$

Los cosmólogos han determinado la entropía S del universo, la cual, para un universo con N partículas y radio r está dada por¹⁵

$$S \sim \exp\left(\frac{r^2}{L_P^2}\right) \quad (6)$$

$$\text{Donde } L_P = 10^{-34} \text{ m} \quad (7)$$

se conoce como constante de longitud de Planck.

Sustituyendo (5) y (7) en (6)

$$S \sim e^{10^{120}}$$

que se aproxima al valor

$$S \sim 10^{10^{2.08}} \quad (8)$$

sustituyendo (8) en (4), obtenemos

$$T_{Poincaré} \sim e^{e^{10^{10^{2.08}}}}$$

En una simplificación donde aproximamos $e \sim 10$ lo cual no modifica sustancialmente el resultado, obtenemos¹⁴

$$T_{\text{Poincaré}} \sim 10^{10^{10^{10^{2.08}}}} \text{ años.} \quad (9)$$

Un número incomprensiblemente grande pero finito. Este es el número más grande que se ha determinado en base a cantidades físicas. Se ha estimado un número N de partículas en el universo de $N = 10^{80}$.¹⁶

Para poner en un contexto más entendible los resultados obtenidos en la ecuación (9) es conveniente poner algunos ejemplos de grandes números.

Empecemos con el radio del universo que es de $r = 10^{29}$ milímetros. Este número, escrito en notación desarrollada se escribe con un uno seguido de 29 ceros. Si lo escribimos sobre una línea recta, la cual dividimos en 30 casillas de un milímetro cada una donde colocamos un dígito en cada casilla, el número 10^{29} escrito en forma desarrollada tendrá una longitud de 30 milímetros.

Consideremos ahora el número

$$10^{10^{29}} \quad (10)$$

Este número escrito en forma desarrollada sobre una línea recta, la cual dividimos como en el caso anterior en casillas de un milímetro, requerirá para escribirse una línea de una longitud igual al radio del universo. Además, si hacemos los cálculos, para escribirlo se requiere un tiempo que excede la edad del universo. Es decir, imposible de escribirlo. Aun así, el resultado obtenido en (9), es increíblemente mayor que el obtenido en (10).

Si pensamos ahora en el tiempo de recurrencia de Poincaré dado por la ecuación (9) concluimos que este número queda fuera de la comprensión humana. Este número es el valor más grande obtenido en un cálculo de física. Aun cuando desde el punto de vista de la física teórica es realizable, en la experiencia nadie observará este intervalo de tiempo.

El tiempo de recurrencia de Poincaré es tan grande que incluir las unidades (segundos o años) es completamente irrelevante. Aun cuando los matemáticos siempre pueden obtener números más y más grandes, el tiempo de recurrencia de Poincaré ha sido el número más grande calculado asociado con un proceso o suceso físico. En otros términos, más técnicos, el TRP no es una observable física, es decir, algo que se pueda comprobar.

COMENTARIOS FINALES

Primeramente, se debe establecer que en un universo en expansión eterna los resultados obtenidos en este artículo no son aplicables. Esto se debe a que en un universo en expansión el número de microestados está aumentando continuamente debido a que un aumento en el volumen del universo genera nuevas formas de distribución de las partículas. Por otra parte, en un universo finito, aun cuando la expansión del universo genera nuevas configuraciones, estas siempre serán finitas en un universo acotado.

Los resultados expuestos aquí sobre la recurrencia del universo son matemática y físicamente correctos para un universo finito, que detiene su expansión e inicia un proceso de contracción. Debido a que la segunda ley de la termodinámica, que establece que todos los procesos espontáneos tienden a aumentar la entropía, está sustentada en cálculos probabilísticos, al considerar tiempos no acotados, se admite la violación de esta ley para tiempos muy grandes.

Por otra parte, ya se mencionó que la presencia de campos gravitacionales modifica la segunda ley de la termodinámica. Sin embargo, todavía no se establece una expresión clara para la entropía de un sistema termodinámico en presencia de campos gravitacionales. Por esta razón, el conflicto entre la segunda ley de la termodinámica y los procesos reversibles queda en duda.

La segunda ley de la termodinámica está basada en conceptos estadísticos, esto significa que no hay razón alguna para pensar que para tiempos extremadamente grandes ocurran procesos donde la

entropía disminuye. Son poco probables, pero pueden ocurrir. Cuando se tiene una probabilidad diferente de cero de ocurrencia de un fenómeno, este se presentará en algún momento para tiempos infinitos. Debido a que cualquier sistema termodinámico está sujeto a fluctuaciones, las cuales llevan al sistema lejos de su estado de equilibrio, tendremos que para tiempos muy grandes estas fluctuaciones ocurrirán dando lugar a procesos donde la entropía disminuye.¹⁷

El valor del tiempo de recurrencia de Poincaré para el universo es un número tan increíblemente grande, que carece completamente de un valor práctico. Experimentalmente sale de las posibilidades de medirlo. Podemos calcularlo como lo hicimos aquí, pero queda fuera del campo experimental.

En un universo eterno, el fenómeno del eterno retorno se dará bajo las circunstancias mencionadas aquí pero no habrá quien lo pruebe. De hecho, de acuerdo con este concepto, ya estuvimos aquí en el pasado, pero no tenemos memoria de ello debido a que la memoria se construye mediante un ordenamiento o almacenamiento de la información en estructuras cerebrales mediante conexiones sinápticas entre las neuronas. Con la muerte del individuo estas desaparecen y en el proceso de recurrencia se reconstruyen, pero no están conectadas o relacionadas con las anteriores. Los seres humanos no tendrán memoria ni recuerdos porque estos se construirán en cada nuevo ciclo.

REFERENCIAS

1. Hahm, D. E., *The Origins of Stoic Cosmology*, Ohio State University Press, (1977).
2. Borges, Jorge Luis, *El fin de la eternidad*, Libros Tauro (1953).
3. Hume, David, *Diálogos sobre religión natural*, Parte VIII P. 142, colección de textos clásicos de filosofía, El Colegio de México, (1942).
4. Nietzsche, Friedrich, *Así habló Zaratustra*, Grupo editorial Tomo, 3a edición, julio (2006).
5. R Dong, D Stojkovic, *Phys. Rev. D*94, 104058, Gravity can significantly modify classical and quantum Poincaré recurrence theorems (2016).
6. Schulman, L. S. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.18.2379>.
7. Dyson, L., Kleban, M. and Susskind, L., Disturbing Implications of a Cosmological Constant, DOI: 10.1088/1126-6708/2002/10/011, *JHEP* 10 (2002) 011 (2002).
8. Gödel, Kurt, "An Example of a New Type of Cosmological Solution of Einstein's Field Equations of Gravitation". *Rev. Mod. Phys.* 21 (3): 447–450. Bibcode:1949RvMP...21..447G. doi:10.1103/RevModPhys.21.447, (1949).
9. Huang, Kerson, *Introduction to Statistical Physics*, second edition, CRC Press, (2009).
10. Kestin, Joseph and Dorfman, J. R. *A course in statistical thermodynamics*, Academic Press, (1971).
11. Greiner, Walter, Neise, Ludwig and Stocker, Horst, *Thermodynamics and statistical Mechanics*, Springer, (2000).
12. Das, A. and Ferbel, T. *Introduction to Nuclear and Particle Physics*, World Scientific, (2006).
13. Uffink, Jos and Valente, Giovanni, Lanford's Theorem and the Emergence of Irreversibility, *Found Phys* (2015) 45:404–438 DOI 10.1007/s10701-015-9871-z.
14. Don N, Information loss in black holes and/or conscious beings? * Don N. Page, <https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-th/9411193>.
15. Linde, Andrei, *Particle Physics and inflationary cosmology*, (2005). <https://arxiv.org/pdf/hep-th/0503203>.
16. Vopson M. "Estimation of the information contained in the visible matter of the universe". *AIP Advances* 11, 105317 (2021) <https://doi.org/10.1063/5.0064475>.
17. Gujrati, P. D., Poincaré Recurrence, Zermelo's Second Law Paradox, and Probabilistic Origin in Statistical Mechanics arXiv:0803.0983.