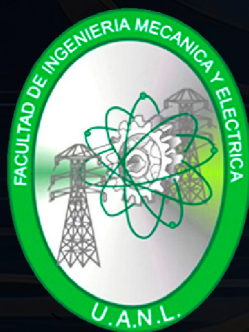


Ingenierías

ISSN 1405-0676

97



Ingenierías

REVISTA DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

JULIO - DICIEMBRE 2024, Volumen 27, No. 97

- 3 Síntesis verde y evaluación fotocatalítica del composite TiO_2 -GO**
Carlos A. Guerrero Salazar, Noé C. Gaspar Villaseñor,
Virgilio A. González González, Tania E. Guerrero Salas

- 17 Repetibilidad de máquina de termofluencia para microalambres de aleaciones metálicas**
Enrique M. López Cuellar, Oscar Ordaz Altamirano,
Azael Martínez de la Cruz, Rodolfo Morales Ibarra,
Marco A. Garza Navarro

- 28 Comparación de códigos correctores de errores LDPC y códigos polares en un canal de memoria flash NAND MLC**
Harairis Brunet César, José Ramón Rodríguez Cruz,
Ernesto Zambrano Serrano, Miguel Ángel Platas Garza

- 43 Análisis de la calidad del aire en el área metropolitana de Monterrey**
Julián Alfaro-Chacón, Adriana Alvarez-Ramos, Sara D. Álvarez-Sosa,
Emireth A. Mellado-Lira, Edith Luévano-Hipólito

- 56 El principio de mínima acción**
José Rubén Morones Ibarra

- 71 Colaboradores**

- 73 Información para colaboradores**

- 74 Código de ética**



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FIME

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



Ingenierías

Ingenierías, Año XXVIII N° 97, julio-diciembre 2024. Es una publicación semestral, editada por la Universidad Autónoma de Nuevo León, a través de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Domicilio de la Publicación: Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Pedro de Alba S/N, Edificio 7, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, C.P. 66450. Teléfono: +52 (81) 83294020 Ext. 5854, Fax +52 81 83320904. Editor responsable: Dr. Juan Antonio Aguilar Garib. Reserva de derechos al uso exclusivo No. 04-2011-101411064600-102, ISSN: 1405-0676. Número de certificado de licitud de título y contenido: 15,525, otorgado por la Comisión Calificadora de Publicaciones y Revistas Ilustradas de la Secretaría de Gobernación. Registro de marca ante el Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial: En trámite. Impresa por: Desarrollo Litográfico S.A. de C.V., M. del Llano 924 Ote., Centro, Monterrey, Nuevo León, México, C.P. 64000. Fecha de terminación de impresión: 31 de julio de 2024. Tiraje: 800 ejemplares. Distribuido por: Universidad Autónoma de Nuevo León, a través de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Pedro de Alba S/N, Edificio 7, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México, C.P. 66455.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación.

Prohibida su reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación sin previa autorización del Editor.

Impreso en México
Todos los derechos reservados
© Copyright 2024
revistaingenierias@uanl.mx

DIRECTORIO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Dr. Santos Guzmán López
Rector
Dr. Juan Paura García
Secretario General
Dr. Jaime Arturo Castillo Elizondo
Secretario Académico
Dr. José Javier Villarreal Tostado
Secretario de Extensión y Cultura
Lic. Antonio Ramos Revillas
Director de Editorial Universitaria

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

Dr. Arnulfo Treviño Cubero
Director
Dr. Fernando Banda Muñoz
Subdirector Académico
Dr. Juan Antonio Aguilar Garib
Editor responsable
M.C. Cyntia Ocañas Galván
Dr. Jesús G. Puente Córdova
Redacción
Gregoria Torres Garay
Tipografía y formación
M.A. José Luis Martínez Mendoza
Diseño
Ing. Cosme D. Cavazos Martínez
Webmaster
René de la Fuente Franco
Impresor

CONSEJO EDITORIAL INTERNACIONAL

Dr. Mauricio Cabrera Ríos, Puerto Rico. UPRM / Dra. Ruth Kiminami, Brasil. UFSC, San Pablo / Dr. Juan Jorge Martínez Vega, Francia. Universidad de Toulouse III / Dr. Zarel Valdez Nava, Francia. UPS-INPT-LAPLACE-CNRS.

CONSEJO EDITORIAL MÉXICO

Dr. Benjamín Limón Rodríguez, FIC-UANL / Dr. José Rubén Morones Ibarra, FCFM-UANL / Dr. Ubaldo Ortiz Méndez, FIME-UANL / Dr. Félix Sánchez De Jesús, ICBI-UAEH / Dr. Ernesto Vázquez Martínez, FIME-UANL.

COMITÉ TÉCNICO

Dr. Efraín Alcorta García, FIME-UANL / Dr. Rafael Colás Ortiz, FIME-UANL / Dr. Jesús De León Morales, FIME-UANL / Dr. Virgilio Ángel González González, FIME-UANL / Dr. Carlos Alberto Guerrero Salazar, FIME-UANL / Dra. Oxana Vasiliyevna Karissova, FCFM-UANL / Dr. Francisco Eugenio López Guerrero, FIME-UANL / Dr. Roger Z. Ríos Mercado, FIME-UANL / Dr. Juan Ángel Rodríguez Liñán, FIME-UANL.

Síntesis verde y evaluación fotocatalítica del composite TiO₂-GO

Carlos A. Guerrero Salazar, Noé C. Gaspar Villaseñor,
Virgilio A. González González, Tania E. Guerrero Salas

Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Pedro de Alba s/n, Cd. Universitaria, San Nicolás de los Garza, N.L., México
carlos.guerrerosl@uanl.edu.mx, noe.gasparvll@uanl.edu.mx,
virgilio.gonzalezgnz@uanl.edu.mx, tania.guerrerosls@uanl.edu.mx

RESUMEN

Se oxidaron hojuelas de grafito siguiendo el método de Hummer's; mediante exfoliación por ultrasonido, se obtuvo óxido de grafeno, GO. El extracto en solución acuosa de hojas secas y pulverizadas de Neem (Azadirachta indica) se mezcló con el GO. Se prepararon soluciones acuosas de Isopropóxido de Titanio, las cuales se mezclaron con la solución previamente preparada del GO y el extracto de neem, obteniéndose el TiO₂-GO. Variando el porcentaje de GO, se estudió la actividad fotocatalítica del composite, degradando Rodamina B, RhB. El tiempo de vida media de la RhB, calculado según el modelo de Langmuir-Hinshelwood, fue de 30min.

PALABRAS CLAVE

Composite TiO₂-GO, Azadirachta Indica, óxido de grafeno, fotocatalisis, Rodamina B

ABSTRACT

Graphite flakes were oxidized following the Hummer's method and through ultrasound exfoliation, graphene oxide, GO, was obtained. The extract in aqueous solution of dried and pulverized leaves of Neem (Azadirachta indica) was mixed with the GO as a previous step to obtain the composites. Aqueous solutions of Titanium Isopropoxide were made which were mixed with the solution previously prepared with GO and neem extract, obtaining the TiO₂-GO. Varying the percentage of GO, the photocatalytic activity of the composite was studied through the degradation of Rhodamine B, RhB. The half-life time of RhB, calculated according to the Langmuir-Hinshelwood model, was 30min.

KEYWORDS

TiO₂-GO composite, Azadirachta Indica, graphene oxide, photocatalysis, Rhodamine B.

INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas más grandes que enfrenta la humanidad hoy en día tiene que ver con la contaminación de las aguas, suelos y la atmósfera del planeta. En lo que respecta a los efluentes acuosos, se reporta que más del 80% de las aguas residuales generadas por actividades humanas se descarga en ríos y océanos sin ningún tratamiento, lo cual resulta en polución ambiental y enfermedad.¹ La situación es todavía más grave si tenemos en cuenta que el uso mundial de agua dulce se ha multiplicado por seis en los últimos 100 años y continúa creciendo a una tasa de aproximadamente el 1% anual desde 1980.² Uno de los principales contaminantes de las aguas residuales industriales son los colorantes orgánicos.^{3,4} En comparación con muchos compuestos orgánicos, las moléculas de los colorantes son más complicadas, ya que en su estructura existen anillos aromáticos completamente conjugados, lo cual dificulta su degradación por métodos convencionales como adsorción, filtración, sedimentación, floculación, etc. La rodamina B, RhB, es un colorante sintético de color rojo brillante y fluorescente, de bajo costo y soluble en agua; es ampliamente utilizado en la industria textil y alimentaria. RhB es estable a la luz, al calor, a la oxidación y no es biodegradable; se considera un compuesto que puede producir cáncer en animales y humanos, alergias o irritación en la piel, inflamación en las vías respiratorias y cambios degenerativos en el hígado y los riñones.^{5,6}

La fotocatalisis heterogénea se ha posicionado como una muy buena alternativa para remover los contaminantes tóxicos presentes en aguas residuales sin utilizar químicos dañinos, obteniendo como productos de degradación H₂O y CO₂. La fotocatalisis heterogénea se considera un método eficiente, amigable con el medio ambiente y de bajo costo para remover contaminantes de efluentes acuosos. Este método involucra el uso de semiconductores que actúan como fotocatalizadores, usando la luz para degradar los contaminantes.^{7,8} En el proceso de fotocatalisis, se somete a radiación (ultravioleta o luz solar) un material sólido con propiedades fotocatalíticas (generalmente semiconductores metálicos de banda ancha) en un medio acuoso y en presencia de contaminantes de tipo orgánico. Al momento en que un fotón de energía $h\nu$ se hace incidir sobre algún electrón (e⁻) de la banda de valencia (VB) del semiconductor, el electrón se excitará y, si la energía proporcionada supera a la energía de la banda prohibida o band-gap (E_g), el electrón pasará a la banda de conducción (CB), dejando una vacancia, o “hueco”, con carga positiva (h⁺). El par electrón-hueco puede migrar a la superficie del fotocatalizador, promoviendo reacciones de tipo óxido-reducción con las moléculas orgánicas de la fase acuosa. La actividad fotocatalítica se atribuye a dos fuentes: (i) la generación de radicales hidroxilo $\cdot OH$ por la oxidación de aniones OH^- debido a la carga positiva de los huecos h^+ y (ii) la generación de aniones superóxido $O_2^{\cdot-}$ por la reducción del oxígeno O_2 , debido a los electrones migrantes. Dichas especies atacan los enlaces de las moléculas orgánicas, rompiéndolos y degradando así las moléculas a contaminantes menos nocivos. Lo anterior se resume en la figura 1.^{9,10}

Si bien los semiconductores metálicos son buenos fotocatalizadores, pueden presentar varios problemas, como una energía de banda prohibida elevada, mala absorción de luz, área superficial baja y, sobre todo, una rápida recombinación de electrones y huecos fotogenerados. Para tratar de paliar estos problemas, últimamente se está explorando modificar la estructura de los fotocatalizadores con otros materiales. Recientemente, el grafeno y su derivado, el óxido de grafeno (GO), se han considerado como uno de los materiales más prometedores en la formación de compuestos nanoestructurados con los fotocatalizadores.

En la literatura se reportan trabajos donde se ha logrado mejorar la eficiencia fotocatalítica de algunas nanopartículas semiconductoras como las de TiO₂, ZnO, CdS, ZnS, BiVO₄, WO₃, SnO₂, MnFe₂O₄, BiOBr, Bi₂WO₆, entre otras, haciendo compuestos con grafeno y sus derivados.^{11,12} Estos nanocompuestos han logrado degradar tintes orgánicos de una manera más rápida, lo que se atribuye a la excelente conductividad electrónica del grafeno, el cual actúa como depósito y transportador de los electrones excitados de la banda de valencia y prolonga la separación de los pares electrón-hueco (e⁻-h⁺), disminuyendo la probabilidad de su recombinación.¹³ Por sí mismo, el GO funciona como buen adsorbente debido a su gran área superficial y a sus grupos funcionales en la superficie que crean fuertes interacciones electrostáticas con el adsorbato. Además, GO muestra buena respuesta a los rayos UV y reduce la recombinación de pares electrón-hueco.¹⁴

El dióxido de titanio, TiO₂, es un semiconductor altamente atractivo debido a su estabilidad química, alta fotoestabilidad, actividad fotocatalítica, no toxicidad y bajo costo; ha sido empleado en diversos productos, desde protectores solares hasta en dispositivos complejos como celdas fotovoltaicas. Sus aplicaciones incluyen la degradación fotocatalítica de contaminantes, purificación de agua, biosensores, distribución controlada de fármacos, entre otras. En la naturaleza se lo puede encontrar en tres formas cristalográficas: rutilo, anatasa y brookita. En condiciones ambientales, el rutilo constituye la fase más estable termodinámicamente; sin embargo, cuando el tamaño de partícula es 10-20 nm, la fase más estable es anatasa. Posee un ancho de banda de aproximadamente 3.20 eV en fase anatasa.¹⁵ Una de las desventajas de este fotocatalizador radica en su activación, la cual se alcanza en el intervalo de la luz ultravioleta y ésta es solo una pequeña fracción de la energía solar (<10%). Por tal motivo, una de las metas principales para mejorar la eficiencia de los sistemas fotocatalíticos es contar con materiales que se activen con la luz visible.¹⁶

El grafeno es un material que consiste en monocapas planas de átomos de carbono empaquetados en una red cristalina 2-D hexagonal con estructura de panal de abeja. figura 2.a. El óxido de grafeno (GO), uno de los derivados más importantes del grafeno, es un material cargado negativamente y funcionalizado con oxígeno, que se obtiene mediante la oxidación química y exfoliación del grafito; mejora la estabilidad

y solubilidad del grafeno en solventes polares debido a su carga negativa y a los grupos funcionales que contienen oxígeno (grupos hidroxilo, carboxilo, carbonilo y epóxicos), localizados en los planos basales, centro y bordes de las láminas exfoliadas. figura 2.b. Estos grupos pueden modificar las interacciones de tipo Van der Waals y afectar las propiedades mecánicas, eléctricas y electroquímicas del GO. Además, la presencia de estos grupos funcionales activos permite la funcionalización del GO con diferentes polímeros, compuestos orgánicos pequeños u otros nanomateriales, pudiendo así ser utilizado en diferentes aplicaciones.^{17,18}

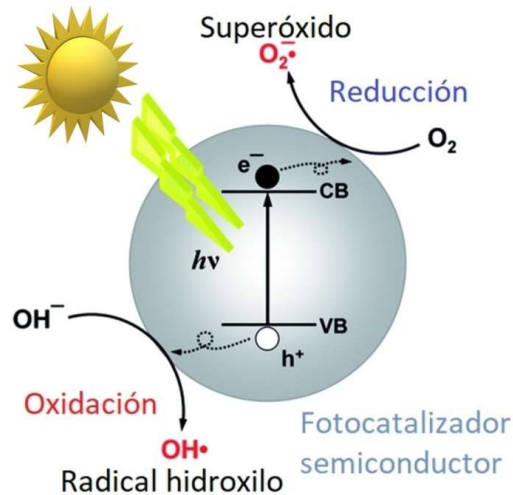


Fig. 1. Mecanismo de fotocatalisis en una partícula semiconductor.¹⁰

En las últimas décadas el uso de nanomateriales de carbono ha crecido grandemente en el área de fotocatalisis debido a su estructura única, alta área superficial, propiedades químicas y electroquímicas, y su fácil modificación superficial. Aprovechando que se considera al grafeno como un material potencialmente aceptor de electrones o reductor del band-gap, en algunos trabajos se ha realizado la síntesis de los composites fotocatalizador-grafeno.^{11,12,20} Con la intención de mejorar la actividad fotocatalítica del TiO₂, en este trabajo se describe la producción de composites de este semiconductor metálico y el óxido de grafeno. Se utilizará un extracto de hojas del arbusto conocido como neem (*azadirachta indica*) para la producción *in situ* de los composites. Los fitoquímicos presentes en el extracto de la planta (terpenoides, flavonoides, cetonas, aldehídos, amidas, entre otros) servirán como enlace entre los grupos oxigenados del GO y los óxidos metálicos de los fotocatalizadores, tal y como se puede apreciar en la figura 3.²¹

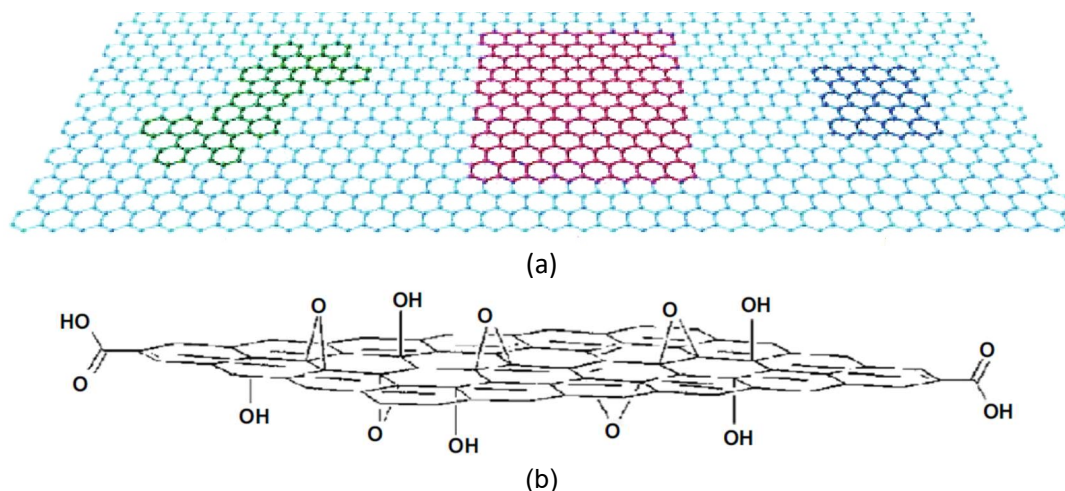


Fig. 2. (a) Estructura laminar del Grafeno, (b) Óxido de grafeno.¹⁹

MATERIALES Y MÉTODOS

Para la síntesis del óxido de grafito se siguió el método Hummer's. Se mezclaron 69mL de ácido sulfúrico (RA ACS), 3g de hojuelas de grafito (Aldrich, 99%) y 1.5g de nitrato de sodio (Aldrich, 99%), enfriándose la mezcla a 0°C. Se añadieron lentamente 9g de permanganato de potasio (Aldrich, 99%), evitando que la temperatura subiera más de 20°C. Después se calentó la mezcla a 35°C y se agitó por 30min. Al cumplirse ese tiempo, se añadieron lentamente 138mL de agua destilada. Se volvió a calentar la mezcla, pero ahora a 98°C por 15min. Después se enfrió utilizando un baño de agua y se agregó una solución de 420mL con una relación de agua:peróxido de hidrógeno de (**100:3**). El ácido remanente se separó ultracentrifugando a una velocidad de 9000rpm por 30min; se realizaron varias repeticiones, lavando en cada una de ellas con agua hasta alcanzar un pH de 7. La muestra se secó a 80°C para eliminar el agua remanente. Para la obtención del óxido de grafeno se disolvieron 10g del óxido de grafito previamente obtenido, en 50mL de agua destilada. La solución se sometió a ultrasonido por 30min., exfoliándose de esta manera las láminas del óxido de grafeno, GO, disperso en agua.

Para el extracto de neem se seleccionaron y recolectaron las hojas directamente de árboles plantados en la Facultad de Agronomía, campus Marín, de la Universidad Autónoma de Nuevo León; se lavaron y secaron a temperatura ambiente por 24h para después pulverizar las hojas secas. El polvo fino de neem se mezcló con agua a 50°C para proceder en seguida a la extracción por 3h mediante un equipo de reflujo.

Para la síntesis *in situ* de los composites se pesaron 3.7 g de isopropóxido de titanio (Aldrich, 99%), los cuales se disolvieron en 50mL de agua destilada. Aparte, se mezclaron 5mL de una solución de 1.2% de GO con 5mL de extracto de Neem, esta mezcla se añadió a la solución del precursor del óxido metálico y se agitó por 1h. Después se añadió lentamente 5mL de hidróxido de sodio 1M (Fermont) para precipitar el producto y obtener un pH de 4. Se continuó con la agitación por 24h para su completa reacción.

Para la caracterización estructural del óxido de grafeno y del composite TiO₂-GO se utilizó un difractómetro de rayos X (Empyrean, Panalytical) con radiación de Cu K α (λ = 1.5406Å, V=45KV, I=40mA); las mediciones se realizaron en un rango de $2\theta=1^\circ$ a 70° con una hendidura de divergencia de 0.76mm. Se realizó espectroscopía de UV Vis con reflectancia difusa en muestras sólidas de GO y del composite TiO₂-GO, usando una esfera de integración (Cary Series, Agilent Technologies). Para el análisis se realizó un barrido de 100 a 800nm. La caracterización morfológica de las muestras de GO se llevó a cabo utilizando un microscopio electrónico de barrido de emisión de campo (NOVA Nano SEM 200, FEI). Se trabajó al vacío con un voltaje máximo de 10 kV. Las muestras en polvo se colocaron sobre una cinta conductora de grafito. Para las muestras de GO se utilizó también un microscopio electrónico de transmisión de alta resolución (Titan, FEI), con un voltaje de aceleración de 200 kV. Las muestras fueron pulverizadas en mortero de ágata hasta obtener partículas finas, para posteriormente ser depositadas en rejillas de cobre para su observación.

La técnica de espectroscopia Raman (DXR Raman Microscope, Thermo Scientific) permitió medir los cambios en el GO referentes a la concentración relativa de los defectos locales o desordenes en las hibridaciones características del carbono, así como para determinar las señales características de los modos vibracionales, rotacionales y otros de baja frecuencia del carbono. Se realizaron pruebas fotocatalíticas al composite TiO₂-GO degradando el colorante orgánico rodamina B. Se trabajó con una disolución de 5ppm de rodamina B en un volumen inicial de 250mL. La fuente de irradiación fue una lámpara de Xenón de 5600K con un flujo luminoso de 85,000 luxes y radiación heterocromática. Se realizó una curva de calibración usando estándares de RhB previamente preparados para obtener una relación entre la concentración de RhB y la absorbancia registrada. La cantidad utilizada de fotocatalizador fue de 100mg, los cuales se dispersaron en la solución de rodamina B mediante ultrasonido durante 30min; en seguida se alimentó la mezcla al reactor y se agitó por 1h para alcanzar el equilibrio de adsorción-desorción del fotocatalizador. Se tomaron muestras para su análisis por UV vis cada 30min hasta que la rodamina B pierde su color, considerando que se ha degradado totalmente.

Fig. 3. Esquema de síntesis *in situ* de los composites.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Caracterización del GO. En la figura 4 se presenta el espectro Raman del grafito y del óxido de grafeno. El grafito presenta dos bandas características, la denominada banda D en la posición 1385 cm^{-1} , asociada al desorden en este tipo de estructuras, y la denominada banda G, en la posición 1600 cm^{-1} asignada al estiramiento de enlace de los pares de átomos de carbono sp^2 . La intensidad muy pequeña de la banda D en el grafito es indicativo de una estructura muy ordenada, con pocos defectos e impurezas. En el óxido de grafeno, la banda D, tiene un pequeño corrimiento hacia el valor de 1372 cm^{-1} , se ensancha y crece en intensidad, debido a la introducción de defectos (grupos oxigenados) en la estructura del material. La banda G también se ensancha. Esta banda se localiza de nuevo en 1600 cm^{-1} .²²

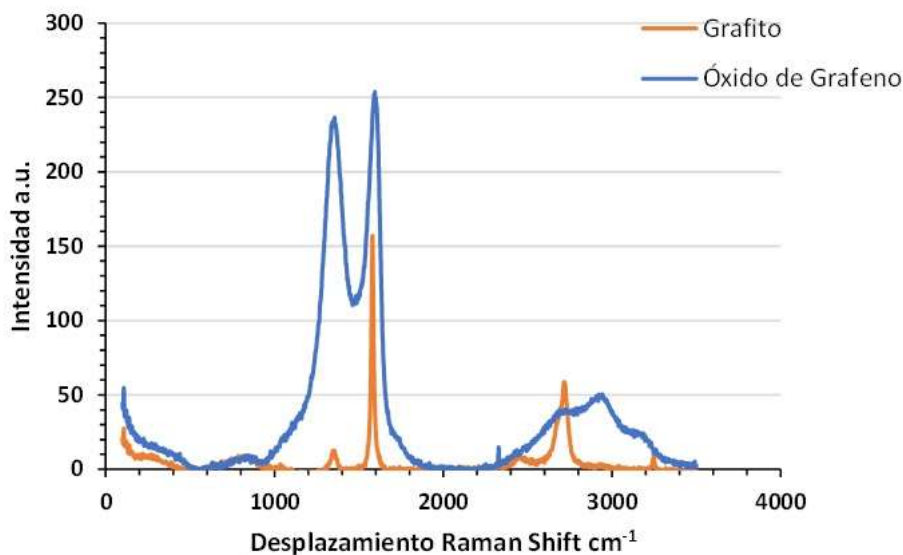


Fig. 4. Espectro Raman del grafito y del óxido de grafeno.

En la figura 5 se muestra un difractograma de rayos X del grafito y del GO. Se puede apreciar que el grafito exhibe un alto grado cristalino, con un pico fuerte y agudo a 26.38° que corresponde a la difracción del plano (002) con una distancia interplanar de 3.36 Å. A su vez, el óxido de grafeno presenta un pico a 11.8° que corresponde a la reflexión (001), indicando esto que el grafito ha sido parcialmente oxidado. Se observa un incremento en la distancia interplanar, pasando a 7.31-7.91 Å, debido a los grupos funcionales de oxígeno que se anclan en la superficie y bordes de la capa de grafeno durante su oxidación. El pico característico del grafito a 26° se repite, debido precisamente a la presencia de las capas de este material.²²

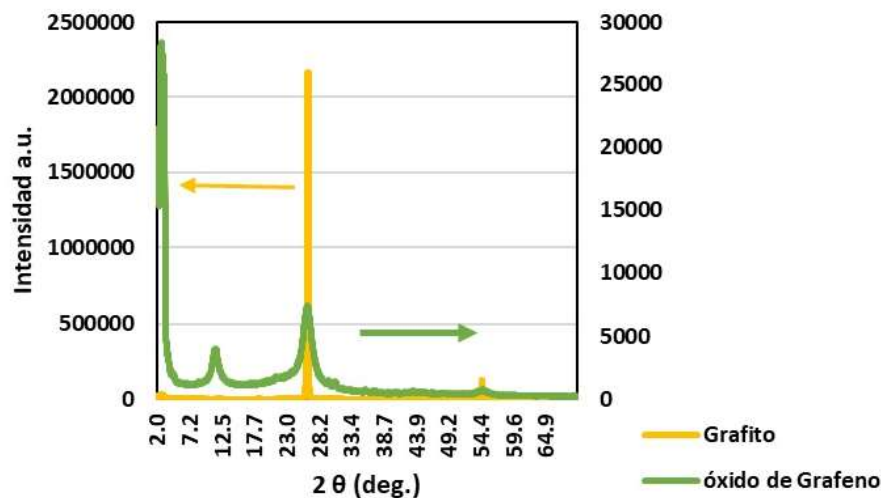


Fig. 5. Difractograma de grafito y óxido de grafeno.

La figura 6 presenta el espectro infrarrojo del GO. Se puede visualizar un pico alrededor de 3450 cm^{-1} que corresponde a la vibración del grupo OH; a 1600 cm^{-1} está la señal del grupo C=O. A 1100 cm^{-1} se detecta la señal de tensión de enlace de C-H donde también se encuentra la señal de estiramiento del enlace C-O y a 500 cm^{-1} se encuentra la señal tipo flexión de enlace C-C.^{22,23}

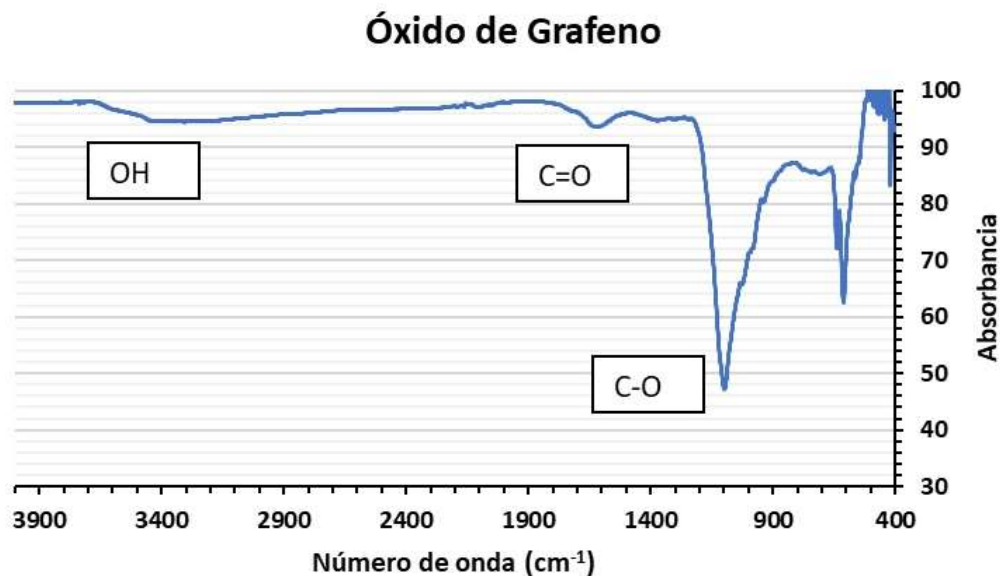


Fig. 6. Espectro FTIR del GO.

El espectro de UV Vis del GO se muestra en la figura 7, con la cual se puede determinar la longitud de onda máxima de la absorción del óxido de grafeno, λ_{max} , la cual se encuentra a 230nm, sitio donde ocurre la transición π - π^* de los enlaces C-C. Otro pico está a 285nm, el cual describe la transición n- π^* de los enlaces C=O.^{24,25}

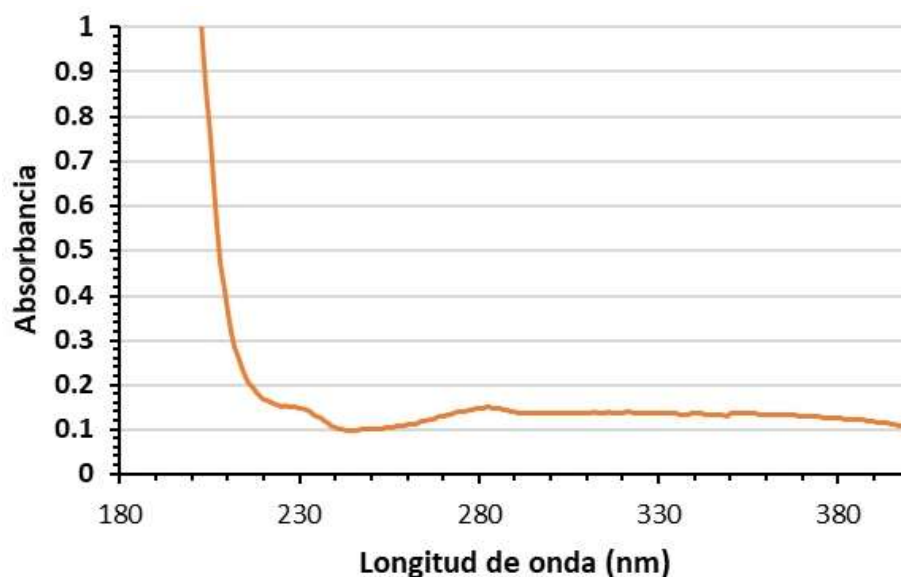


Fig. 7. Espectro UV Vis del GO.

En la figura 8 se muestran las láminas de GO, vistas a través de microscopía electrónica de barrido, en donde se detectan dobleces pudiendo ser láminas de óxido de grafeno superpuestas.

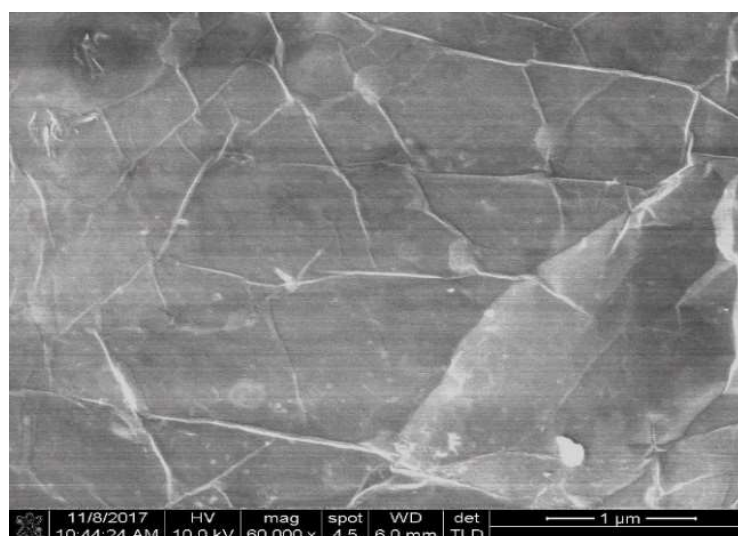


Fig. 8. Micrografías de SEM del óxido de grafeno.

Con estos resultados se comprueba la oxidación del grafito y su exfoliación en capas, formando el óxido de grafeno.

Caracterización del composite $\text{TiO}_2\text{-GO}$.

En la figura 9.a se presentan los patrones de difracción del TiO_2 , en su forma anatasa,^{26,27,28} mientras que en la figura 9.b se observa el difractograma de $\text{TiO}_2\text{-GO}$, donde se observa un pico característico a 11.8° debido al tratamiento de oxidación del grafito, a 25° se traslapa el pico de grafito al pico característico del TiO_2 a 25.3° por lo cual su intensidad no es muy grande. El pico de difracción a 20° , con una intensidad muy grande, no está relacionado con el semiconductor ni con el óxido de grafeno, por lo que muy posiblemente se deba a contaminación de la muestra.²⁹

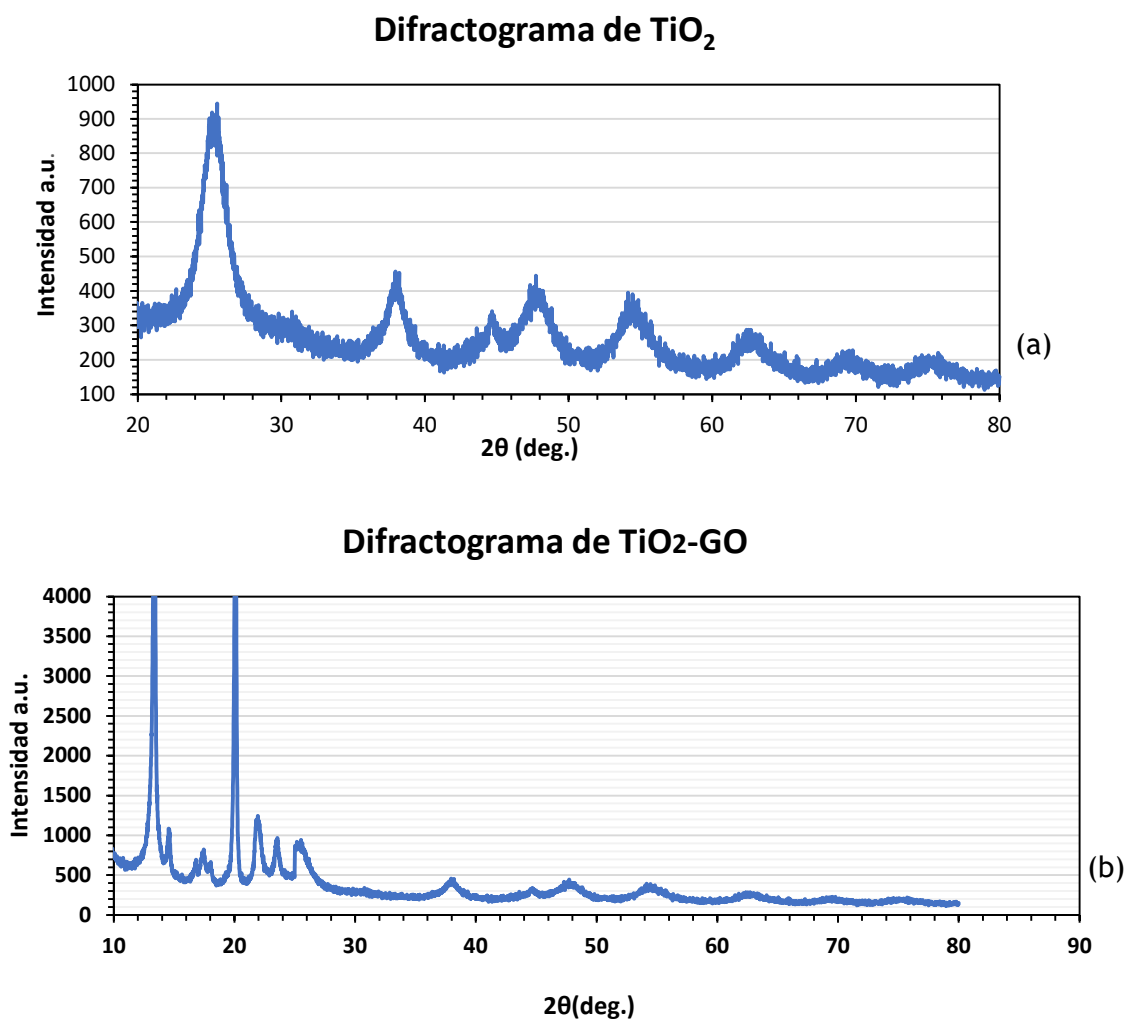


Fig. 9 Difractograma de (a) TiO_2 y (b) $\text{TiO}_2\text{-GO}$.

La figura 10 muestra el espectro infrarrojo del composite $\text{TiO}_2\text{-GO}$ en donde podemos apreciar que no solo permanecen los picos de absorción ya mencionados para el GO (figura 6), sino que también aparecen los picos particulares del TiO_2 , en la región a bajos números de onda, que representan el grupo Ti-O-Ti .³⁰

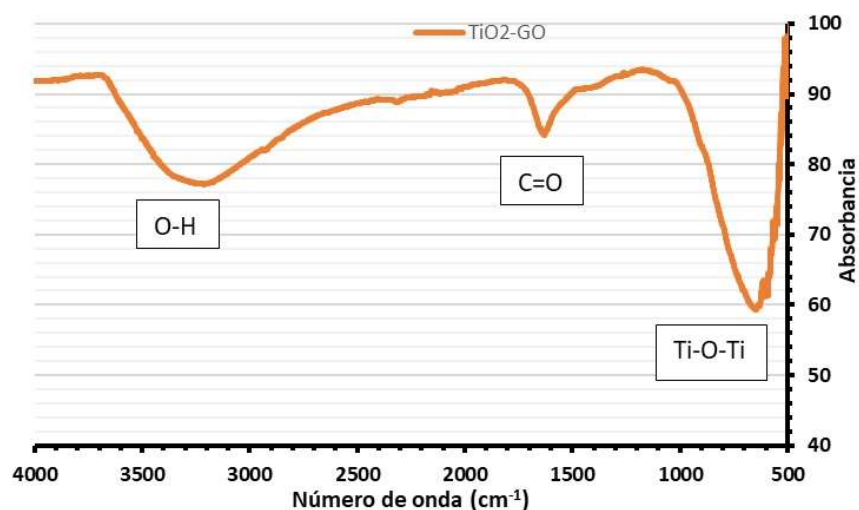


Fig. 10. Espectro de Infrarrojo del composite $\text{TiO}_2\text{-GO}$.

En la figura 11 se presenta un grano de la partícula micrométrica de $\text{TiO}_2\text{-GO}$ en forma triangular, asimismo se muestra el análisis elemental realizado al composite, observándose un porcentaje elevado de Ti (color azul) y de oxígeno (color verde), correspondiendo esta zona al TiO_2 , mientras en las fronteras se observa carbono (rojo) y de nuevo oxígeno, siendo ésta una zona donde está el óxido de grafeno.

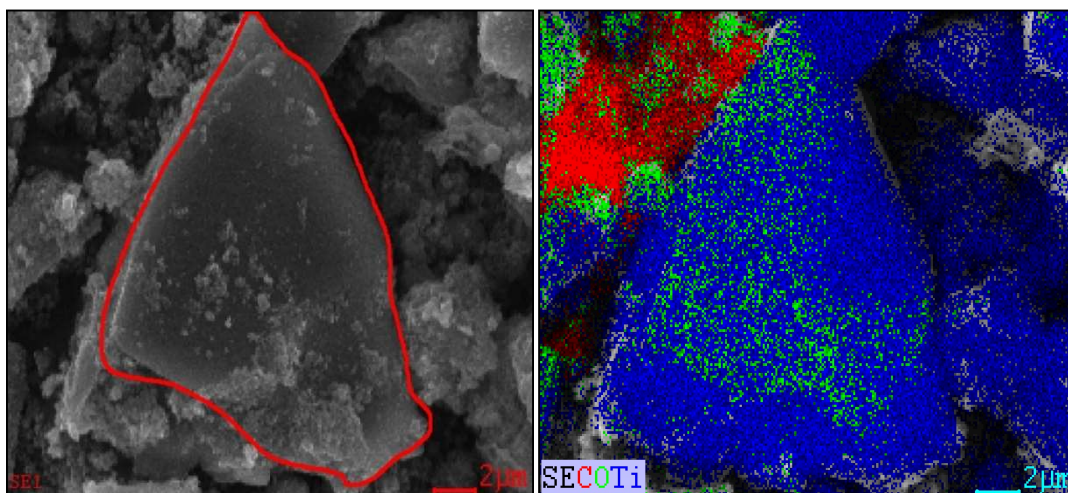


Fig. 11. Micrografías de $\text{TiO}_2\text{-GO}$.

En la figura 12 se presentan los espectros de UV-Vis de TiO_2 y $\text{TiO}_2\text{-GO}$; la absorbancia del composite presenta un ligero desplazamiento hacia mayores longitudes de onda debido al óxido de grafeno, pasando de 340nm para el TiO_2 a 357 nm para el $\text{TiO}_2\text{-GO}$. El valor calculado del bandgap.³¹ para el composite disminuye, pasando de 3.65 eV para el TiO_2 puro a 3.47 eV. Estos valores si bien siguen la tendencia, están un poco alejados de los reportados en la literatura.^{15,32,33}

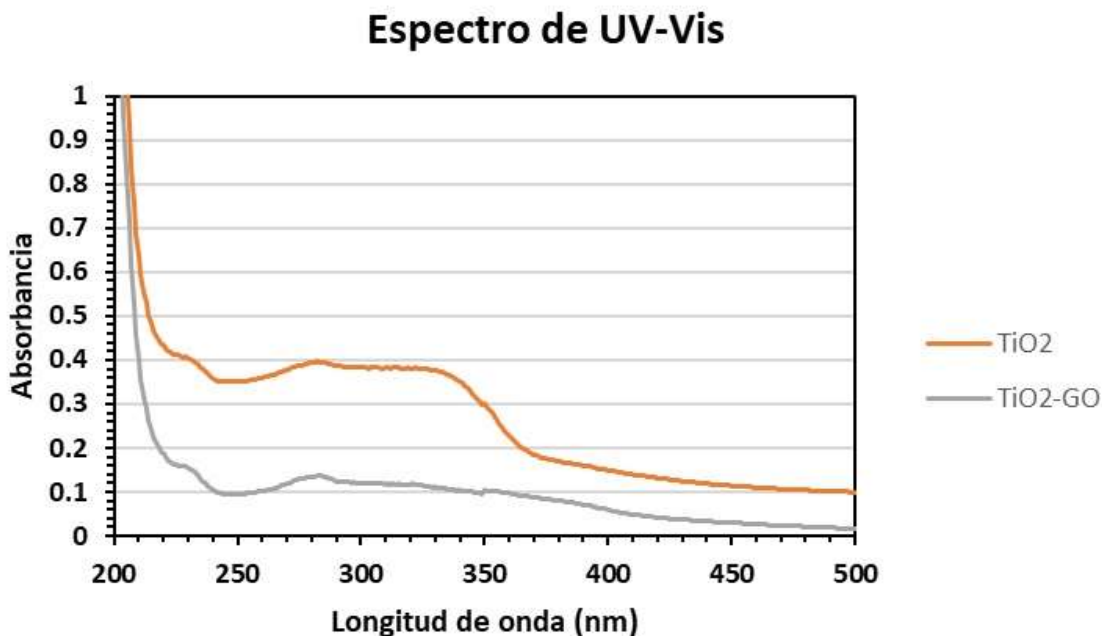


Fig. 12. Espectro de UV-Vis de TiO₂ y TiO₂-GO.

Antes de realizar las pruebas de fotocatalisis, se realizó una curva de calibración para obtener una relación que permitiera calcular la concentración de RhB en función de la absorbancia registrada. Se prepararon soluciones de RhB a distintas concentraciones (0.5, 1, 2, 4, 6, 8 y 10 ppm) y se colocaron en celdas de vidrio de 45 x 12.5 x 12.5 mm. Las celdas se colocaron dentro del espectrofotómetro ajustado a una longitud de onda de 554nm, longitud a la cual la RhB registra máxima absorción, y se obtuvieron sus absorbancias correspondientes.¹² Para observar el efecto aislado de la radiación emitida por la lámpara de Xenón en la solución acuosa de RhB 5ppm se realizó una prueba irradiando 250mL de la solución en ausencia de fotocatalizador, no observándose una variación significativa en la concentración, descartándose el fenómeno de fotólisis durante ese intervalo de tiempo.

En la figura 13 se presenta la degradación de la rodamina B usando el composite TiO₂-GO. Mientras que el semiconductor puro degrada el 90% de RhB en casi 150 min, el composite solo ocupa 60 min. Lo anterior, muy probablemente debido a la mayor área superficial del composite, aumentando la cantidad de especies adsorbidas en la superficie del TiO₂-GO.

Graficando $-\ln(C/C_0)$ vs *tiempo*, figura 14, se obtiene una serie de datos con una tendencia aparentemente lineal, lo que sugiere que la reacción de descomposición de RhB es de primer orden, siguiendo el modelo de Langmuir-Hinshelwood, en donde la pendiente de la recta representa la constante de velocidad (k) aparente de la reacción fotocatalítica. El tiempo de vida media ($t_{1/2}$), es decir, el tiempo en el cual la concentración del contaminante orgánico llega a la mitad de su concentración inicial (C_0), se puede calcular con la relación

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$

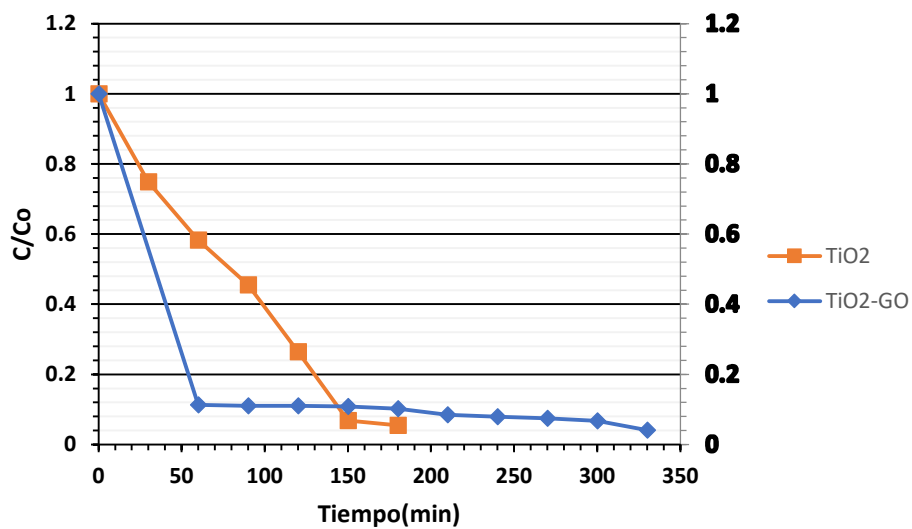
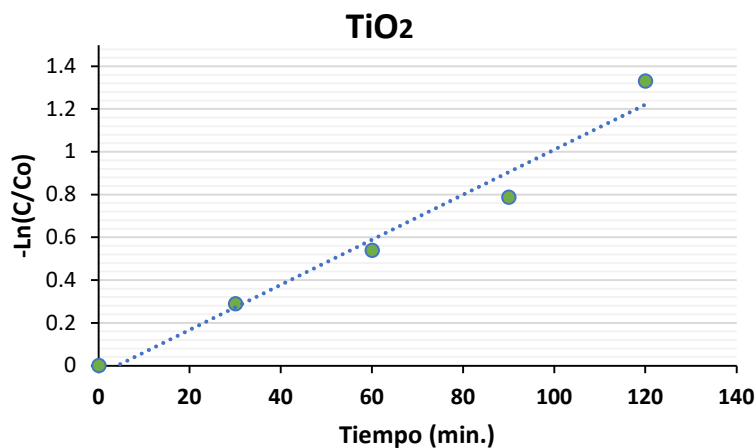
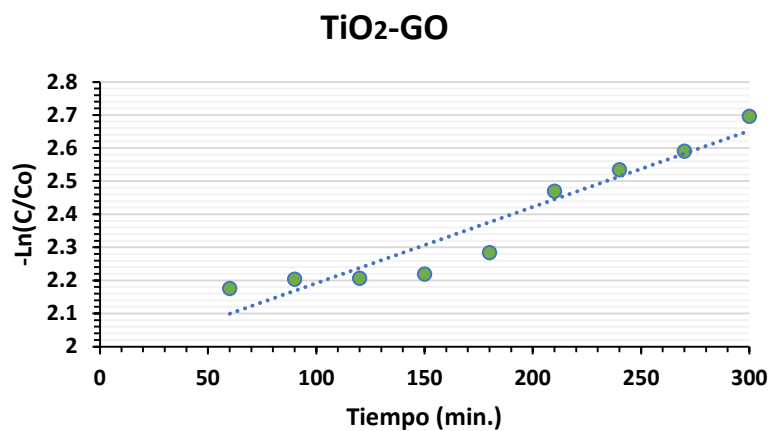


Fig. 13. Degradación de Rodamina B utilizando TiO₂ y TiO₂-GO.



(a)



(b)

Fig. 14. Logaritmo natural de (C/C_0) versus tiempo de reacción para (a) TiO₂ y (b) TiO₂-GO.

La tabla I presenta los parámetros cinéticos de la reacción de descomposición de la rodamina B.

Tabla I. Parámetros cinéticos de la descomposición de RhB ajustados a la ecuación de Langmuir-Hinshelwood.

Fotocatalizador	Constante de Velocidad (k) min ⁻¹	Tiempo de vida media (t _{1/2}) min
TiO ₂	1.05 × 10 ⁻²	66
TiO ₂ -GO	2.3 × 10 ⁻²	30

CONCLUSIONES

Utilizando técnicas de química verde fue posible desarrollar un método para sintetizar *in situ* composites de óxidos metálicos con óxido de grafeno, usando como agente reductor un extracto de las hojas de la planta Neem (*azadirachta indica*). Los composites sintetizados de esta manera exhibieron cambios de morfología, porosidad y de propiedades de catalizador respecto a la de los óxidos metálicos.

La incorporación de GO a las partículas de los óxidos metálicos mejoró la actividad fotocatalítica de éstos, debido a un incremento en el área superficial en las muestras; la capacidad de conducción electrónica del GO ayudó a disminuir la recombinación de cargas y huecos durante el proceso de excitación de electrones de la banda de valencia de las partículas de los óxidos metálicos.

Durante la descomposición fotocatalítica de la rodamina B, RhB, el composite de TiO₂-GO presentó buenos resultados, ya que logró la degradación del 90 % de la rodamina B en un tiempo de 60 min, comparados con los 150 min que tarda el TiO₂ puro.

REFERENCIAS

1. Lin L, Yang H and Xu X (2022) Effects of Water Pollution on Human Health and Disease Heterogeneity: A Review. *Front. Environ. Sci.* 10:880246. doi: 10.3389/fenvs.2022.880246.
2. United Nations, The United Nations World Water Development Report 2021: Valuing Water. *UNESCO* (2021) Paris.
3. Ismail Muhammad et al, Pollution, Toxicity and Carcinogenicity of Organic Dyes and their Catalytic Bio-Remediation, *Current Pharmaceutical Design*, Volume 25, Number 34, 2019, pp. 3645-3663(19). <https://doi.org/10.2174/1381612825666191021142026>.
4. Aklilu Azanaw, Bantamlak Birlie, Bayu Teshome, Muluken Jemberie, Textile effluent treatment methods and eco-friendly resolution of textile wastewater, *Case Studies in Chemical and Environmental Engineering*, Volume 6, 2022,100230. <https://doi.org/10.1016/j.cscee.2022.100230>
5. Zainab Mohammad Saigl, Various Adsorbents for Removal of Rhodamine B Dye: A Review, *Indones. J. Chem.*, 2021, 21 (4), 1039 – 1056. <https://doi.org/10.22146/ijc.62863>.
6. Swetha Saravanan, Femina Carolin C, P. Senthil Kumar, B. Chitra, Gayathri Rangasamy, Biodegradation of textile dye Rhodamine-B by *Brevundimonas diminuta* and screening of their breakdown metabolites, *Chemosphere*, Volume 308, Part 1, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2022.136266>.
7. Giraldo L., Mejía Edwin., and Arango J., La fotocatalisis como alternativa para el tratamiento de aguas residuales, *Lasallista de investigación* Vol. 1, 2015, 83-91.
8. Kavya Bisaria, Surbhi Sinha, Rachana Singh, Hafiz M.N. Iqbal, Recent advances in structural modifications of photo-catalysts for organic pollutants degradation – A comprehensive review, *Chemosphere*, Volume 284, 2021,131263, <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2021.131263>.
9. T. Velempini, et al, Recent developments in the use of metal oxides for photocatalytic degradation of pharmaceutical pollutants in water—a review, *Materials Today Chemistry*, Volume 19, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.mtchem.2020.100380>.
10. Djurišić, A.B., Y.H. Leung, and A.M.C. Ng, Strategies for improving the efficiency of semiconductor metal oxide photocatalysis. *Materials Horizons*, 2014. 1(4): p. 400-410.

11. Gerardo Flores; Incremento en la actividad fotocatalítica de nanopartículas de ZnS mediante la incorporación de rGO por química verde; *MSc Thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, México*, 2019.
12. Noé Gaspar; Síntesis verde, caracterización y evaluación de la actividad fotocatalítica de los composites ZnO-GO y TiO₂-GO; *MSc Thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, México*, 2020.
13. Zhang, Y., et al., Graphene transforms wide band gap ZnS to a visible light photocatalyst. The new role of graphene as a macromolecular photosensitizer. *ACS nano*, 2012. 6(11): p. 9777-9789. <https://doi.org/10.1021/nn304154s>.
14. Nidhi Verma, Tejpal S. Chundawat, Harish Chandra, Dipti Vaya, An efficient time reductive photocatalytic degradation of carcinogenic dyes by TiO₂-GO nanocomposite, *Materials Research Bulletin*, Volume 158, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.materresbull.2022.112043>.
15. María C. Nevárez-Martínez *et al*; Fotocatálisis: inicio, actualidad y perspectivas a través del TiO₂; *Avances en Química*, vol. 12, núm. 2-3, pp. 45-59, 2017.
16. Kumaran, V., P. S., Konga, A. K., Ponniah, G. (2020). Photocatalytic Degradation of Synthetic Organic Reactive Dye Wastewater Using GO-TiO₂ Nanocomposite. *Polish Journal of Environmental Studies*, 29(2), 1683-1690. <https://doi.org/10.15244/pjoes/109027>.
17. Daniela C. Marcano et al, Improved Synthesis of Graphene Oxide, *ACS Nano*, Vol.4, No 8, 2010, pp 4806-4814. <https://doi.org/10.1021/nn1006368>.
18. Nadeem Baig, Irshad Kammakakam, Wail Falath, Nanomaterials: a review of synthesis methods, properties, recent progress, and challenges, *Mater. Adv.*, 2021, 2, 1821-1871. <https://doi.org/10.1039/D0MA00807A>.
19. Abdelrahman Brakat, Hongwei Zhu; Nanocellulose - Graphene Hybrids: Advanced Functional Materials as Multifunctional Sensing Platform; *Nano-Micro Lett.* (2021) 13:94.
20. Tseng I., Sung Yu., Chang P., and Wei S., Photocatalytic Performance of Titania Nanosheets Templated by Graphene Oxide, *Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry*, 2017, Vol. 339, pp 1-11. <http://doi.org/10.1016/j.jphotochem.2017.01.036>.
21. Shraban Kumar Sahoo *et al*; Biological synthesis of GO-MgO nanomaterial using Azadirachta indica leaf extract: A potential bio-adsorbent for removing Cr(VI) ions from aqueous media; *Biochemical Engineering Journal*, Vol. 177 (2022) 108272.
22. G Surekha et al, 2020, FTIR, Raman and XRD analysis of graphene oxide films prepared by modified Hummers method, *J. Phys.: Conf. Ser.* 1495 01201. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1495/1/012012>.
23. Çiplak, Zafer, Karabudak Yildiz, Nuray, Çalimli, Ayla. (2014). Investigation of Graphene/Ag Nanocomposites Synthesis Parameters for Two Different Synthesis Methods. *Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures*. 23. 361-370. <https://doi.org/10.1080/1536383X.2014.894025>.
24. Jagpreet Singh et al; Facile Synthesis of High Lateral Graphene Oxide Sheets for Visible Light-driven Photocatalytic Degradation of Industrial Dyes towards water treatment applications; (2020) doi:10.21203/rs.3.rs-127571/v1.
25. Leila Shahriary, Anjali A. Athawale, Graphene Oxide Synthesized by using Modified Hummers Approach, *International Journal of Renewable Energy and Environmental Engineering*, Vol. 02, No. 01, 2014, pp 58-63.
26. D. K. Calvo Ramos et al., Obtaining and Characterization of TiO₂-GO Composites for Photocatalytic Applications, *International Journal of Photoenergy*, vol. 2020, Article ID 3489218, 9 pages, 2020. <https://doi.org/10.1155/2020/3489218>.
27. Mahima Sharma, Kannikka Behl, Subhasha Nigam, Monika Joshi, TiO₂-GO nanocomposite for photocatalysis and environmental applications: A green synthesis approach, *Vacuum*, Vol. 156, 2018, pp 434-439, <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2018.08.009>.
28. S Setiawan et al., Microwave-Assisted Synthesis of TiO₂GO Composite and Its Adsorption-Photocatalysis Property under Visible Light, 2021 *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 1143 012055. DOI 10.1088/1757-899X/1143/1/012055.

29. Habibi Jetani, G., Rahmani, M.B. TiO₂/GO nanocomposites: synthesis, characterization, and DSSC application. *Eur. Phys. J. Plus* 135, 720 (2020). <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-020-00739-4>.
30. Weihang Li, Bojun Song, Shirui Zhang, Fan Zhang, Chang Liu, Nan Zhang, Huiling Yao and Yuanchang Shi; Using 3-Isocyanatopropyltrimethoxysilane to Decorate Graphene Oxide with Nano-Titanium Dioxide for Enhancing the Anti-Corrosion Properties of Epoxy Coating; *Polymers* 2020, 12, 837; doi:10.3390/polym12040837.
31. Ibañez, J.G., O. Solorza, and E. Gomez-del-Campo, Preparation of semiconducting materials in the laboratory: Production of CdS thin films and estimation of their band gap energy, *Journal of Chemical Education*, 1991. 68(10): p. 872.
32. Timoumi, A. (2018) Reduction Band Gap Energy of TiO₂ Assembled with Graphene Oxide Nanosheets. *Graphene*, 7, 31-38. <https://doi.org/10.4236/graphene.2018.74004>.
33. Štengl et al.: TiO₂-graphene oxide nanocomposite as advanced photocatalytic materials. *Chemistry Central Journal*, 2013, 7:41. doi:10.1186/1752-153X-7-41.

Repetibilidad de máquina de termofluencia para microalambres de aleaciones metálicas

Enrique M. López Cuellar, Oscar Ordaz Altamirano, Azael Martínez de la Cruz, Rodolfo Morales Ibarra y Marco A. Garza Navarro

Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Posgrado en Ingeniería de Materiales

Enrique.lopezcl@uanl.edu.mx, oscar.ordazalt@uanl.edu.mx, azael.martinezdl@uanl.edu.mx, rodolfo.moralesbr@uanl.edu.mx, marco.garzanr@uanl.edu.mx

RESUMEN

Una máquina de termofluencia para el estudio de microalambres base Cu y de Al empleados en la industria automotriz, fue desarrollada en nuestro laboratorio. Para poder determinar la confiabilidad de sus mediciones se realizó un estudio de la repetibilidad y grado de precisión de la deformación en alambres de aluminio (AA1120) y de cobre electrolítico de brea tenaz (C11000), en una habitación a temperatura controlada. En este trabajo se presenta la media, desviación estándar y el porcentaje de error de cinco ensayos de deformación para cada aleación durante el enfriamiento desde alta temperatura hasta los 30 °C al medio ambiente.

PALABRAS CLAVE

Repetibilidad, termofluencia, microalambres, aluminio.

ABSTRACT

A creep machine for the study of Cu and Al-based micro-wires used in the automotive industry was developed in our laboratory. To determine the reliability of its measurements, a study was conducted to assess the repeatability and degree of accuracy of the deformation in aluminum (AA1120) and tenacious pitch electrolytic copper (C11000) wires. This was carried out in a temperature-controlled room. In this study, the mean, standard deviation, and percent error of five deformation tests for each alloy during cooling from a high temperature to 30 °C at room temperature are presented.

KEYWORDS

Repeatability, creep, micro-wires, aluminum.

INTRODUCCIÓN

La industria automotriz requiere de materiales ligeros y durables en las distintas partes de los vehículos. Esto ha hecho buscar nuevas aleaciones que cumplan con esto sin que su desempeño se vea afectado. Esto incluye a los alambres y cables conductores de electricidad. Recientemente, con el auge de los autos eléctricos, distintas opciones de alambres finos de aluminio han sido propuestas para el desarrollo de sus arneses.¹⁻³ Sin embargo para introducirlas en el mercado, se requiere que sean probadas para cumplir con ciertas especificaciones cuando éstas son solicitadas bajo diferentes condiciones, por ejemplo de fatiga,⁴ de corrosión⁵ o de termofluencia.⁶⁻⁷ De hecho, un requisito importante es de estos alambres, es su comportamiento de termofluencia bajo condiciones de operación, es decir, cargas mecánicas entre los 20 MPa y 60 MPa y temperaturas entre 70°C y 120°C.

Las máquinas comerciales de termofluencia son diseñadas para muestras macro,⁸ por lo que para poder realizar un estudio en micro alambres o cables empleados en los arneses de los vehículos eléctricos, en nuestro laboratorio fue desarrollada una máquina de ensayos de termofluencia. Esta máquina cuenta con controles y sensores finos de desplazamiento, esfuerzos y temperatura, que permiten aplicar cargas pequeñas, adecuadas para deformar microalambres y poder detectar sus cambios de longitud.

Por otra parte, para todo instrumento de medición, existen dos componentes que son importantes a medir: la repetibilidad y la reproducibilidad. La primera hace referencia a las variaciones en las mediciones ocasionadas por los componentes del equipo y condiciones del ensayo. Por ejemplo, la resolución de sus componentes, o la capacidad para evitar ruidos mecánicos o eléctricos o incluso variaciones en medio ambiente como pudiera ser la temperatura o la humedad. Entre más control se tenga sobre este tipo de variables, la repetibilidad será mayor. Mientras que la reproducibilidad, hacer referencia a los cambios en las mediciones ocasionados por el operador del equipo o bien cambios de equipos para medir una misma muestra. Ambos son importantes para tener resultados confiables.⁹ Las definiciones de acuerdo con la norma NC OIML V2, empleando el Vocabulario internacional de términos generales y básicos de metrología pueden ser consultadas en el trabajo de Paisan *et al.*¹⁰

Como el prototipo desarrollado en este trabajo, forma parte de las actividades de una tesis doctoral (un solo usuario), este estudio se concentró solo en la repetibilidad de la máquina. Para esto la media, desviación estándar y el porcentaje de error de cinco ensayos distintos de deformación; y a distintas temperaturas para las dos aleaciones fueron medidos. Los resultados muestran para los alambres base Cu, un porcentaje de error menor al 4% a temperaturas ya de 35 °C mientras que para los alambres base Aluminio se tiene que alcanzar temperaturas superiores a los 70 °C, sugiriendo así, una especificación de uso de esta máquina por encima de esta temperatura.

METODOLOGÍA

Cinco alambres de Aluminio y de Cobre de 1 mm de diámetro fueron cortados a una longitud de 65, de tal manera que la longitud libre entre las dos mordazas fuera de 55 mm. Para mejorar el agarre de las mordazas con los alambres, los 5 mm de los extremos de ambos lados fueron comprimidos con una prensa. Los ensayos se llevaron a cabo en una sala climatizadas a 20 °C. Los datos de las 5 pruebas fueron capturados y con ellos se obtuvo la media (Med), la desviación estándar (DEs) y el porcentaje de error (%E). El porcentaje de error se calculó de la siguiente manera:

$$\%E = \frac{2DEs}{Med} \times 100 \quad (1)$$

Para los cables de aluminio, el ciclo de barrido fue de temperatura ambiente hasta los 100 °C, mientras que para los de cobre se llegó hasta los 150 °C. El calentamiento se logra incrementando la corriente de la bobina de inducción alcanzando una rapidez aproximada de 1 °C/s. Debido a la alta rapidez de calentamiento, durante el ciclo térmico, la muestra se mantiene a alta temperatura durante 10 minutos, lo cual permite alcanzar una estabilidad en la lectura de la deformación de la muestra. Posteriormente el enfriamiento se da por convección térmica a temperatura ambiente cuando se deja de suministrar corriente a la bobina, por lo que la rapidez de enfriamiento es más lenta que la del calentamiento y no es controlada a través del equipo, logrando bajar la temperatura por ejemplo de 100 a 30 °C en 30 minutos aproximadamente. Debido a que la cantidad de datos es mayor durante el enfriamiento y a que puede dar más tiempo para que la lectura de la deformación de la muestra sea más exacta con respecto a la temperatura, para este estudio se decidió utilizar las lecturas del enfriamiento.

El esquema de la máquina con sus componentes se muestra en la figura 1. A continuación se enumeran estas componentes:

Los alambres fueron colocados en la máquina que se ilustra en la figura 1, es decir, estos pasan por el centro del hueco de la bobina de calentamiento (5). La máquina cuenta con un sistema de carga constante (1) por medio de discos y poleas para aplicar una carga constante a través de un cable que se conecta con la mordaza móvil (4) de la máquina. La configuración del sistema de poleas se puede apreciar en la figura 2 (11), que es un esquema lateral del sistema de carga constante. El calentamiento se logra pasando la muestra (5) a través de una bobina de inducción (10). Y la deformación se mide con un sensor de desplazamiento LVDT (9). La mordaza inferior se mantiene fija (6) y es la que sujeta la muestra para lograr una deformación al aplicarle la carga. La máquina cuenta con dos guías laterales para evitar efectos de torsión en los alambres (2). El equilibrio del sistema se controla mediante un sensor de carga (7) el cual está acoplado a la mordaza inferior. Además, se han instalado bases antivibración (8) con el propósito de absorber parte del ruido. El equipo se encuentra equipado con un sistema de control de temperatura PID, que ofrece una amplia gama de rutas de temperatura configurables y una excelente estabilidad a lo largo de períodos prolongados de tiempo. La temperatura se adquiere a través del termopar (3). El control de la máquina de ensayos de termofluencia se lleva a cabo mediante un programa desarrollado en LabVIEW 8.0. Este programa permite configurar la secuencia de temperatura durante el ensayo y registrar la deformación de la muestra mediante un sensor de posición, así como la adquisición de los valores de temperatura a través de un termopar tipo K.

La masa del cable de la polea y la canasta en donde se aplica la masa (M) indicado en la figura 2, son suficientes para contrarrestar la masa de la mordaza, por lo que se puede considerar que el esfuerzo aplicado sobre los alambres es ≈ 0 MPa. Esto es importante porque permite estar muy cerca de las condiciones de dilatación y por lo tanto alcanzar las condiciones que pudieran presentar mayor % de error en cuanto a las lecturas de deformación.

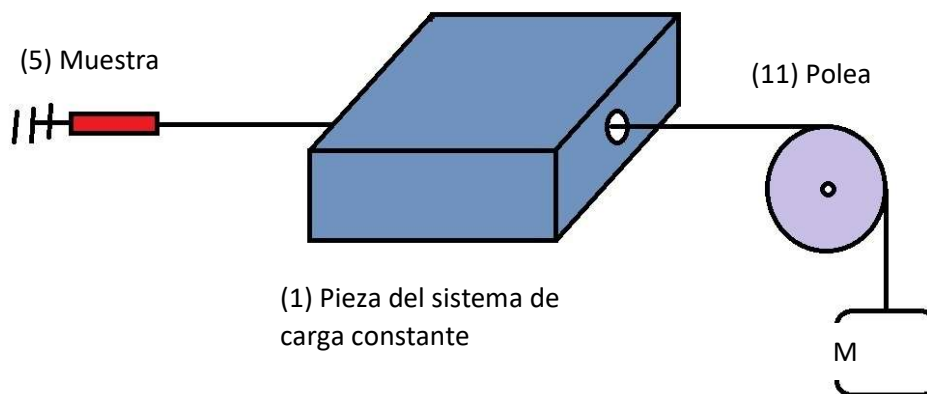


Fig. 2. Esquema lateral del sistema de poleas.

En la figura 3 (a y b) se muestran fotografías de la vista superior y lateral de la máquina desarrollada para este trabajo.

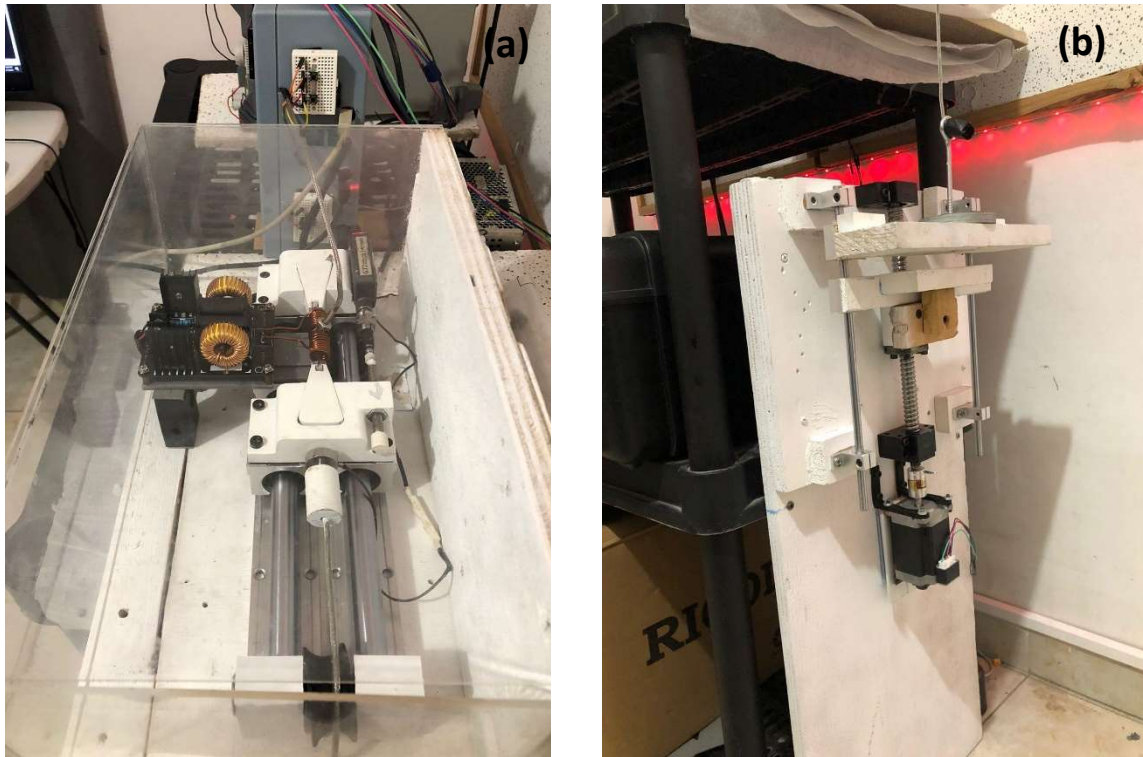


Fig. 3 (a y b). Vista real superior y lateral de la máquina.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la figura 4 y en la figura 5, se muestran las gráficas de la deformación directa en milímetros o cambio en la longitud (Ec. 2) en función de la temperatura para una muestra de Al y una de Cu respectivamente. Las otras cuatro curvas para cada muestra, no se presentan en este artículo por cuestiones de espacio, pero como se mencionará más adelante, su comportamiento entre las de Al fue muy similar al igual que entre las de Cu. Los resultados que se registran en estas figuras son del barrido de calentamiento y enfriamiento.

$$\Delta L = L - L_0 \quad (2)$$

En donde ΔL es la medición directa del captor de desplazamiento al instante, L es la longitud de la muestra al instante y L_0 es la longitud inicial.

Al analizar la deformación registrada de ambos materiales, es claro que esta aumenta de manera casi lineal. No obstante, parece que a bajas temperaturas se aprecia un ligero cambio en la pendiente en ambos casos. Por otro lado al comparar la deformación entre ambas aleaciones en el mismo rango de temperatura entre los 30 °C y 100 °C, el ΔL en el alambre de cobre que va de 0 a 0.2 mm, es mayor que en la del aluminio que solo alcanza los 0.14 mm, lo que es de esperarse debido a que el coeficiente de expansión lineal del Cu ($\alpha=5.1 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) es mayor que el del Al ($\alpha=2.3 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$).

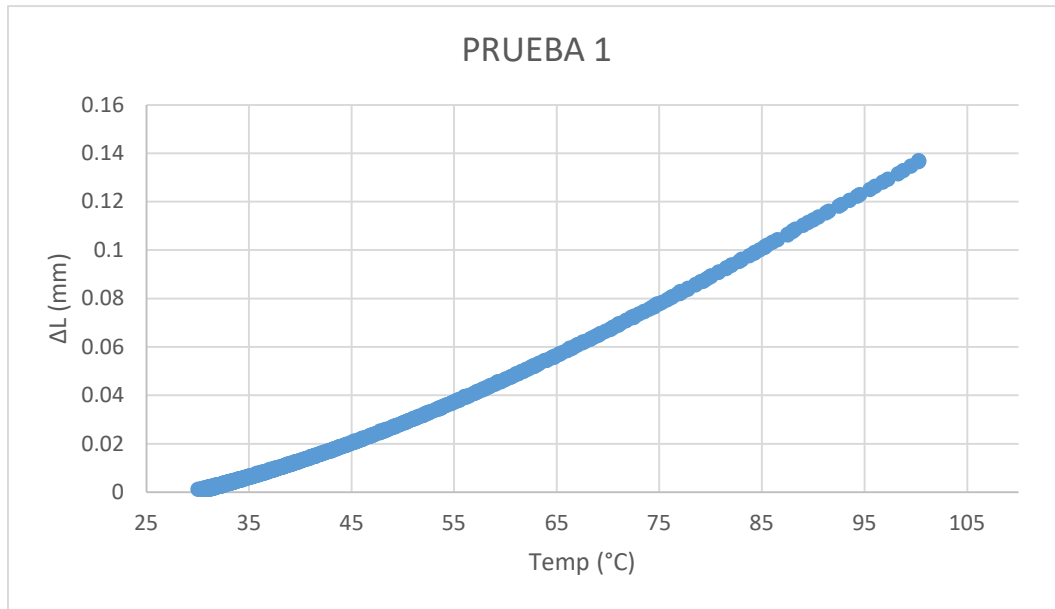


Fig. 4. Gráfica de una muestra de alambre de aluminio de la deformación vs la temperatura.

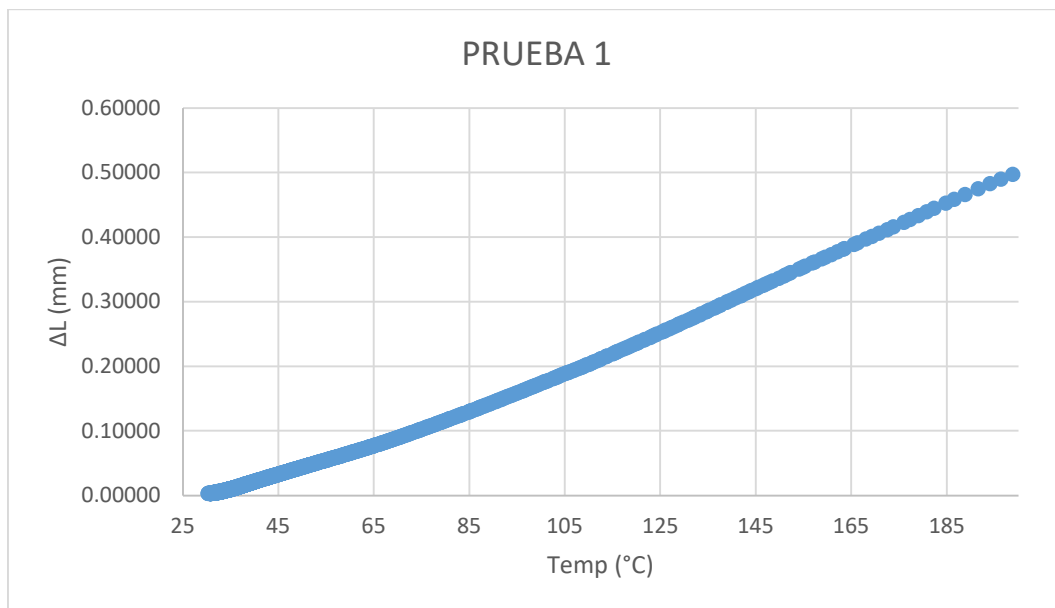


Fig. 5. Gráfica de una muestra de alambre de cobre de la deformación vs la temperatura.

En la tabla I y en la tabla II, se presentan los resultados de deformación (ε) que se obtienen a partir de la ecuación 3, de los cinco diferentes alambres cada material respectivamente. En estas mismas tablas además se muestran la media, la desviación estándar y el % de error de la medición de deformación a partir de los cinco ensayos distintos.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (3)$$

En ambas tablas, se puede observar que la desviación estándar y el % de error (en amarillo) van aumentando conforme la temperatura disminuye y esto es más evidente en los resultados de la tabla 1 que son los del alambre del aluminio, ya que a partir de los 65 °C el error es ya de ~4.5 %, mientras que este mismo rango de error se da hasta los 30 °C para las pruebas realizadas a los alambres de cobre.

En las figuras 6 y 7 se graficaron los resultados de la columna de la media de la deformación activada térmicamente (ϵ) con respecto a la temperatura. De estas graficas entonces la pendiente, corresponde al coeficiente de expansión térmica $\alpha = \epsilon/^\circ\text{C}$ en unidades de $^\circ\text{C}^{-1}$, que puede ser obtenido con este equipo. Las escalas de ambas figuras fueron igualadas para poder ver la diferencia de magnitud de las α , lo que evidencia que la magnitud del α del aluminio es más baja que la del cobre. Los resultados fueron de 2×10^{-5} y 5×10^{-5} para el alambre base Al y base Cu respectivamente, valores cercanos a lo reportado en la literatura para ambos materiales en su estado puro ($\alpha_{\text{Al}}=2.3 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y $\alpha_{\text{Cu}}=5.1 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$).

Tabla I. Resultados de los 5 ensayos en los alambres de Al de deformación vs temperatura.

TEMP (°C)	PRUEBA #1 (ϵ)	PRUEBA #2 (ϵ)	PRUEBA #3 (ϵ)	PRUEBA #4 (ϵ)	PRUEBA #5 (ϵ)	MEDIA (ϵ)	DESVIACION ESTANDAR	% de Error
100	0.0016655	0.001661	0.0016677	0.001657	0.0016695	0.0016641	5.102E-06	0.61%
95	0.0015881	0.0015834	0.0015887	0.0015915	0.0015883	0.001588	2.905E-06	0.37%
90	0.0015178	0.0015208	0.0015273	0.0015315	0.0015267	0.0015248	5.476E-06	0.72%
85	0.0014457	0.0014489	0.0014598	0.0014723	0.0014618	0.0014577	1.07E-05	1.47%
80	0.0013824	0.0013774	0.0013782	0.0014071	0.0013919	0.0013874	1.243E-05	1.79%
75	0.0013065	0.0012941	0.0012909	0.001336	0.0013218	0.0013099	1.899E-05	2.90%
70	0.0012283	0.001201	0.0012135	0.0012584	0.0012372	0.0012277	2.205E-05	3.59%
65	0.0011491	0.0011303	0.0011261	0.0011909	0.0011547	0.0011502	2.578E-05	4.48%
60	0.0010642	0.0010341	0.0010459	0.0010905	0.0010772	0.0010624	2.282E-05	4.30%
55	0.0009778	0.0009362	0.0009376	0.0010129	0.0009796	0.0009688	3.234E-05	6.68%
50	0.0008794	0.0008158	0.0008416	0.000919	0.0008778	0.0008667	3.95E-05	9.12%
45	0.0007873	0.0007121	0.0007259	0.0008109	0.000778	0.0007628	4.206E-05	11.03%
40	0.0006689	0.0005891	0.0006107	0.0006966	0.0006685	0.0006467	4.491E-05	13.89%
35	0.0005303	0.000439	0.0004731	0.0005451	0.0005267	0.0005028	4.49E-05	17.86%
30	0.0003224	0.0002485	0.0002988	0.0003596	0.000363	0.0003185	4.738E-05	29.75%

Tabla II. Resultados de los 5 ensayos en los alambres de Cu de deformación vs temperatura.

TEMP (°C)	PRUEBA #1 (ε)	PRUEBA #2 (ε)	PRUEBA #3 (ε)	PRUEBA #4 (ε)	PRUEBA #5 (ε)	MEDIA (ε)	DESVIACION ESTANDAR	% de Error
150	0.0061371	0.0061285	0.0060944	0.006204	0.0061124	0.0061353	4.1729E-05	1.36%
145	0.0058238	0.0056869	0.0057902	0.0058268	0.0058033	0.0057862	5.7503E-05	1.99%
140	0.0055233	0.005446	0.0054815	0.0055011	0.0054985	0.0054901	2.8772E-05	1.05%
135	0.0052093	0.0050835	0.0051785	0.0051897	0.0051884	0.0051699	4.958E-05	1.92%
130	0.0048996	0.0047796	0.0048738	0.0048736	0.0048856	0.0048625	4.7517E-05	1.95%
125	0.0045865	0.0045069	0.0045725	0.0045728	0.0045844	0.0045646	3.2904E-05	1.44%
120	0.0042855	0.0041936	0.0042816	0.0042798	0.0042809	0.0042643	3.9552E-05	1.86%
115	0.0039864	0.0039049	0.0039985	0.0039824	0.0039887	0.0039722	3.8077E-05	1.92%
110	0.0036922	0.0036387	0.003712	0.0036914	0.0037102	0.0036889	2.9668E-05	1.61%
105	0.0034295	0.0033633	0.0034373	0.0034302	0.0034333	0.0034187	3.1138E-05	1.82%
100	0.0031611	0.0030985	0.0031685	0.0031615	0.0031573	0.0031494	2.8718E-05	1.82%
95	0.0028882	0.0028353	0.0028978	0.0028861	0.00289	0.0028795	2.5107E-05	1.74%
90	0.0026207	0.0025745	0.0026418	0.0026259	0.0026222	0.002617	2.5187E-05	1.92%
85	0.0023582	0.0023525	0.0023842	0.0023698	0.0023604	0.002365	1.2389E-05	1.05%
80	0.0021113	0.0020778	0.0021204	0.0021181	0.0021111	0.0021077	1.7221E-05	1.63%
75	0.0018669	0.0018364	0.0018793	0.0018735	0.0018669	0.0018646	1.6603E-05	1.78%
70	0.0016245	0.0016289	0.0016596	0.001639	0.0016273	0.0016359	1.4365E-05	1.76%
65	0.0014029	0.0013911	0.0014122	0.0014235	0.0013945	0.0014048	1.3227E-05	1.88%
60	0.0012185	0.0012184	0.0012202	0.0012208	0.0012096	0.0012175	4.5276E-06	0.74%
55	0.0010024	0.001014	0.0010202	0.0010136	0.0009991	0.0010099	8.803E-06	1.74%
50	0.0008047	0.0008042	0.0008175	0.0008076	0.0008085	0.0008085	5.3349E-06	1.32%
45	0.0006036	0.0005998	0.0006113	0.0006097	0.0006047	0.0006058	4.6519E-06	1.54%
40	0.0004024	0.0004064	0.0003933	0.000397	0.0004055	0.0004009	5.6121E-06	2.80%
35	0.0001822	0.0001895	0.0001824	0.0001807	0.000184	0.0001837	3.4038E-06	3.71%
30	6.418E-05	6.073E-05	0.000064	6.269E-05	6.345E-05	6.301E-05	1.4021E-06	4.45%

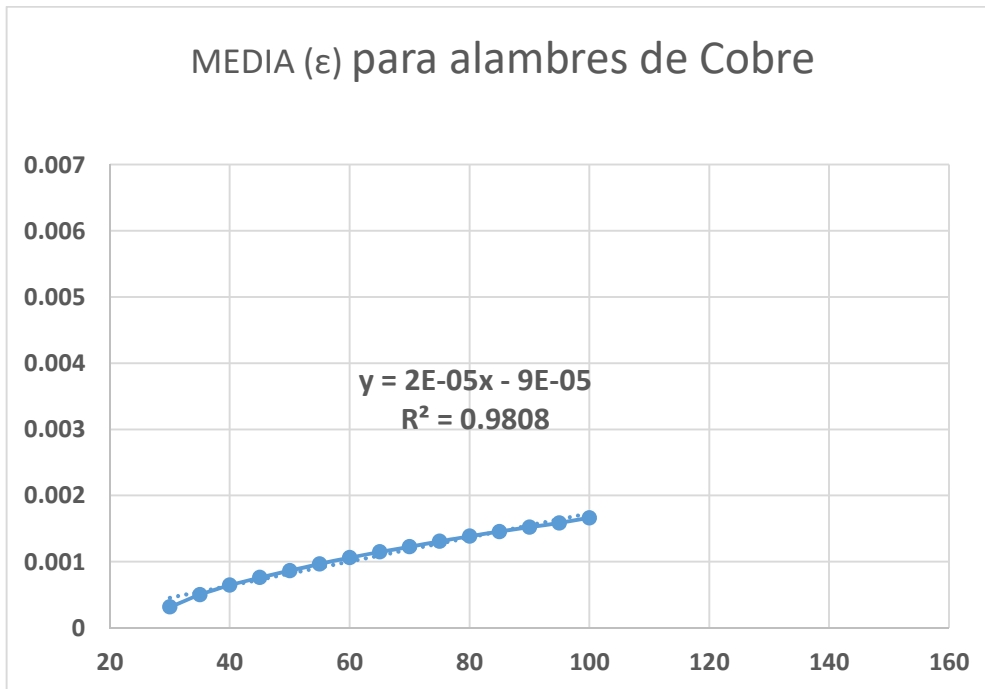


Fig. 6. Deformación vs temperatura de los 5 ensayos para las muestras de cobre.

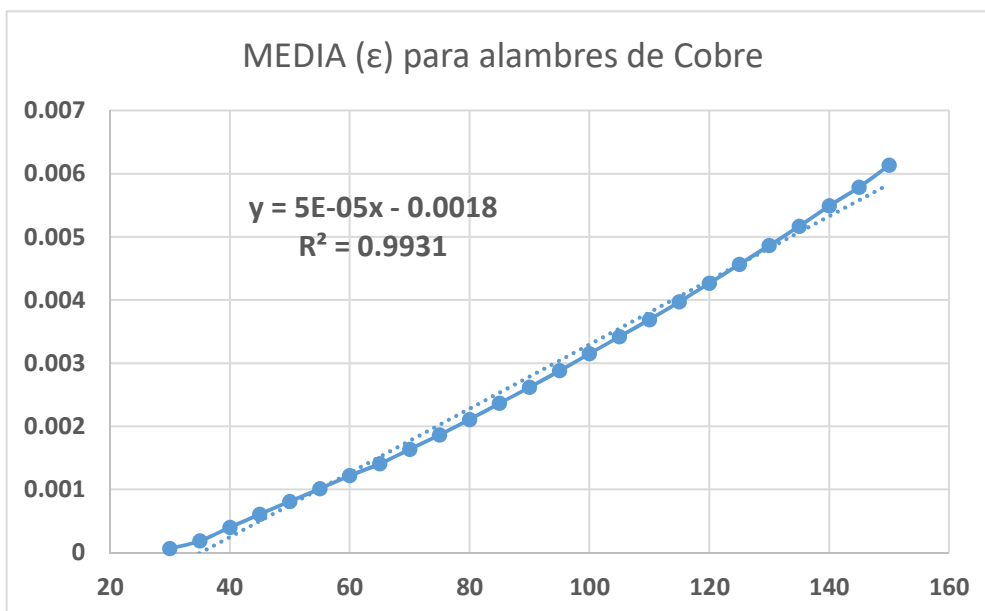


Fig. 7. Deformación vs temperatura de los 5 ensayos para las muestras de cobre.

En la figura 8 se graficaron los resultados obtenidos del % de error de ambos materiales. En naranja los de los alambres base aluminio y en azul los de cobre respectivamente. En ambos casos, como se detectó en las tablas, el error aumenta con respecto a la disminución en la temperatura, no obstante para los alambres de aluminio, este aumento es mayor, tal y como se observa en esta gráfica, llegando a ser de hasta el 30 % a 30 °C. El efecto de la temperatura en ambos casos puede ser explicado debido a las variaciones de temperatura en la sala de ensayos, ya que el enfriamiento se da a condiciones ambientales regulando la temperatura de la sala con un aire acondicionado programado a 25 °C. Por otro lado, el efecto del incremento del % de error con el cambio de

aleación al aluminio se debe a que el coeficiente de expansión térmica de este, es menor casi por un factor de 2, lo que provoca mayores errores entre mediciones cuando la temperatura es inferior a los 70 °C. Al analizar en la tabla 1 el valor de la deformación a 70 °C en el aluminio, éste corresponde a una ε de 0.0012277. Al obtener el cambio de la longitud a partir de la $L_0 = 55$ mm con la ecuación 3, se obtiene un $\Delta L = 0.0675235$ mm. Lo anterior indica que cambios inferiores en longitud a esa magnitud magnifican el error en la medición, incluso más que la disminución en la temperatura. Estos resultados sugieren entonces que esta máquina puede ser utilizada con una buena confiabilidad para microalambres de aleaciones de aluminio o algún otro material con un coeficiente de expansión térmica superior al del aluminio por encima de los 70 °C. Y ya que la concepción de la máquina fue realizada para el estudio de los alambres en pruebas de termofluencia con temperaturas superiores a los 100 °C, se puede confirmar que los resultados serían confiables bajo esas condiciones, además de que las deformaciones serían mayores por el esfuerzo aplicado, lo que bajaría aún más el % de error.

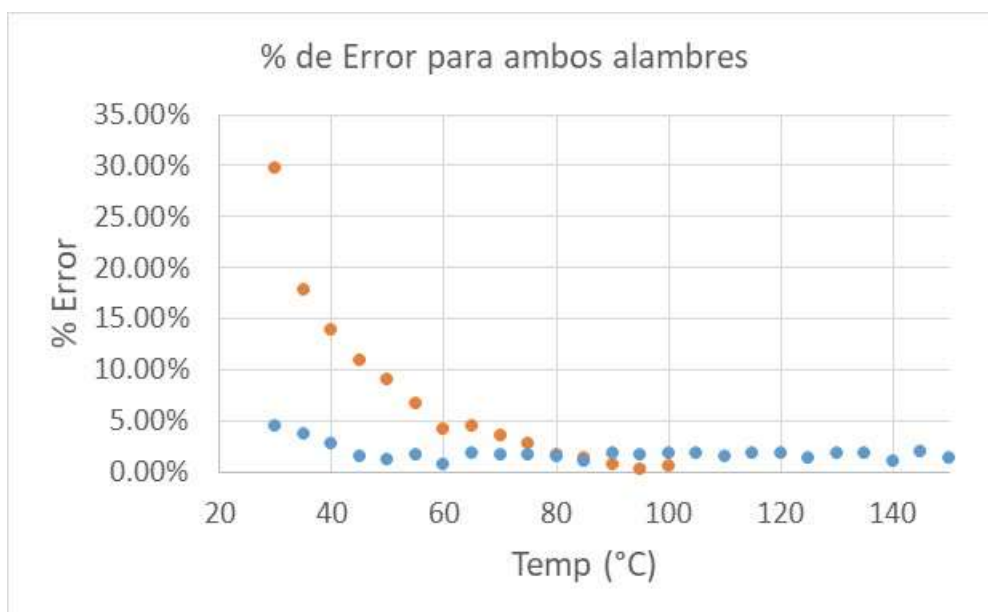


Fig. 8. Porcentaje de error en función de la temperatura para ambas aleaciones.

CONCLUSIONES

El equipo desarrollado mostró tener una aceptable repetibilidad de la deformación medida en función a la temperatura para alambres finos tanto de aluminio como de cobre. Los resultados y los gráficos muestran que las mediciones del % de error para los 5 ensayos en ambas aleaciones son muy similares por encima de los 70 °C. El aumento en el porcentaje de Error en los alambres de aluminio se debe a que su coeficiente de expansión térmica es menor que el del cobre, lo que indica que el cambio de longitud por debajo de esa temperatura para el aluminio, ya se encuentra al límite de la resolución del equipo construido para este trabajo. Por lo que entonces este estudio permitió establecer los límites de uso de la máquina en donde el cambio de longitud debe de ser superior a los 0.0675 mm y las temperaturas superiores a los 70 °C. Lo anterior sugiere que el equipo puede ser empleado para el estudio del efecto de termofluencia para alambres finos de aluminio o de cualquier aleación con un coeficiente mayor al aluminio, ya que estos estudios son a temperaturas más elevadas.

AGRADECIMIENTOS

A la UANL por su apoyo a este proyecto a través del programa PAICYT Clave IT1039-19 y al Conahcyt por la beca de doctorado otorgada a Oscar Ordaz Altamirano.

REFERENCIAS

1. Zhang, J., Peng, J. (2023). A review on aluminum alloy conductors influenced by alloying elements and thermomechanical treatments: Microstructure and properties. *Journal of Materials Research* 38, 1488–1509. <https://doi.org/10.1557/s43578-023-00891-4>
2. Haber, D. (2015). "Lightweight Materials for Automotive Applications: A Review." SAE Technical Paper 2015-36-0219. Ford Motor Company. Evento: 24th SAE Brasil International Congress and Display. Páginas: 9.
3. Koch, S., & Antrekowitsch, H. (Marzo 2007). "Aluminum Alloys for Wire Harnesses in Automotive Engineering." *BHM Berg- und Hüttenmännische Monatshefte*, 152(2), 62-67.
4. Makhoulfi, A., Aoues, Y., El Hami, A., Radi, B., Pougnet, P., Delaux, D. (2017). Study on the Thermomechanical Fatigue of Electronic Power Modules for Traction Applications in Electric and Hybrid Vehicles (IGBT), Aerospace and Automotive Applications: Simulation, Modeling and Optimization, 213-251. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78548-260-1.50010-8>.
5. Laurino, A., Andrieu, E., Harouard, J., Odemer, G., Blanc, C. (May 2012). Effect of the Thermomechanical History on the Corrosion Behavior of 6101 Aluminum-Magnesium-Silicon-Iron Alloy in NaCl Solutions, *ECS Transactions*, V. 41, N. 25, p. 93, <https://dx.doi.org/10.1149/1.3697581>
6. Gueydan, A., Hug, E., (2018). Secondary creep stage behavior of copper-clad aluminum thin wires submitted to a moderate temperature level, *Materials Science and Engineering: A*, Volume 709, 134-138, <https://doi.org/10.1016/j.msea.2017.10.044>.
7. Khatibi, G., Betzwar Kotas, A., Gröger, V., & Weiss, B. (Junio 2005). "A Study of the Mechanical and Fatigue Properties of Metallic Microwires." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 28(8), 723-733.
8. Park, J.-H. (July 2002). "Development of Micromechanical Testing Machine and Its Application." *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, 25(2), 317-322.
9. Taylor, J. R. (1997). *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*, Third Edition. Editor: AIP Publishing, University Science Books. Páginas: 380.
10. Paisan, Y.P., Moret, J.P., (2010). La repetibilidad y reproducibilidad en el aseguramiento de la calidad de los procesos de medición. *Tecnología Química Vol. XXX*, No. 2, 117-121. <https://www.redalyc.org/pdf/4455/445543770014.pdf>

Comparación de códigos correctores de errores LDPC y códigos polares en un canal de memoria flash NAND MLC

Harairis Brunet César, José Ramón Rodríguez Cruz, Ernesto Zambrano Serrano, Miguel Ángel Platas Garza

Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México
harairis.bruntc@uanl.mx, jose.rodriguezcruz@uanl.edu.mx, ernesto.zambranos@uanl.edu.mx, miguel.platasgrz@uanl.edu.mx

RESUMEN

Entre los códigos correctores de errores más investigados en la literatura científica se encuentran los códigos de comprobación de paridad de baja densidad (LDPC) y los códigos polares. Ambas codificaciones son también herramientas efectivas en tecnologías inalámbricas como la 5G. Para abordar errores de bits en memorias flash NAND MLC, se ha propuesto el modelo de Canal Binario Asimétrico (BAC), que considera la asimetría presente en estos errores. Este estudio compara la probabilidad de error medio vs. la razón señal a ruido de los códigos LDPC y los códigos polares para un modelo de canal BAC de memorias flash NAND MLC, basado en la distribución de probabilidad Beta-Binomial. Para este modelo de canal, se obtiene una probabilidad de error promedio para 10000 ciclos de programación y borrado de 6.2×10^{-3} para códigos LDPC, mientras que para códigos polares es de 5.6×10^{-3} .

PALABRAS CLAVE

Códigos polares, LDPC, canal de memoria flash NAND MLC, ECC, BAC.

ABSTRACT

Among the error correction codes extensively studied in the scientific literature are the Low-Density Parity-Check (LDPC) codes and polar codes. Both encoding schemes also serve as effective tools in wireless technologies such as 5G. To address bit errors in NAND MLC flash memories, the Asymmetric Binary Channel (BAC) model is proposed, taking into account the asymmetry present in these errors. This study compares the average error probability vs. signal-to-noise ratio of LDPC codes and polar codes for a BAC channel model of NAND MLC flash memories, based on the Beta-Binomial probability distribution. For this channel model, an average error probability of 6.2×10^{-3} is obtained for LDPC codes after 10,000 programming and erasing cycles, while for polar codes it is 5.6×10^{-3} .

KEYWORDS

Polar code, LDPC, flash memory channel, ECC, BAC.

INTRODUCCIÓN

Las memorias flash se han convertido en componentes esenciales para el funcionamiento de diversas tecnologías disruptivas, como la computación en la nube, la inteligencia artificial y ciudades inteligentes. En el año 2023, el mercado de las memorias flash fue valuado en 67.67 billones de dólares, y se estima que durante el período comprendido entre 2024 y 2030, experimentará una tasa de crecimiento anual compuesta (CAGR) del 5.0%. Se proyecta que para el año 2031, este mercado alcance un valor de 99.65 billones de dólares.¹

La investigación de códigos de corrección de errores (ECC) ha experimentado avances significativos a lo largo del tiempo. Los códigos LDPC (Low-Density Parity-Check), propuestos por R. G. Gallager en la década de 1960, no recibieron mucha atención hasta la década de 1980,

cuando se encontró su representación mediante Grafos de Tanner, pero su redescubrimiento en la década de 1990, liderado por David MacKay, los posicionó como herramientas eficaces con capacidades próximas al límite de Shannon con alta confiabilidad y baja complejidad en los algoritmos de codificación.²⁻⁴

En contraste, los códigos polares, introducidos por Erdal Arikan en 2008, marcaron un hito al convertirse en el primer código corrector de errores con construcción explícita que demuestra alcanzar la capacidad del canal de Shannon. Su adopción en la 5G y la decisión del 3GPP de adoptarlos en los canales de control de eMBB (Banda Ancha Móvil Mejorada) en la interfaz 5G NR (Nuevo Radio), subraya su impacto en las comunicaciones modernas.⁵

Lograr una solución eficiente para la corrección de errores es un desafío. Se debe cumplir con limitaciones relacionadas con el rendimiento del sistema y el consumo de recursos. Por lo cual, es importante la creación de herramientas de codificación, que combinen los conocimientos de procesamiento de señales y teoría de la información para la creación de ECC que puedan mejorar la durabilidad y confiabilidad de las memorias flash MLC.⁶⁻⁸

Existen en la literatura científica múltiples investigaciones referidas a los códigos LDPC. Un código LDPC, por ejemplo, puede tolerar una tasa de error de bits sin procesar de 1×10^{-6} .² Este valor es positivo para una memoria flash tipo NAND MLC, pero compromete el diseño con redundancia, latencia y sobrecarga de área.⁶ Un decodificador LDPC de 4 KB puede lograr un rendimiento de 19,3 Gbps libres de errores en un área de 0,120 mm², para satisfacer el requisito de rendimiento de la arquitectura ONFI.⁹

Los códigos polares, por su parte presentan menor complejidad computacional que los códigos LDPC.¹⁰ pero no han sido explícitamente examinados en investigaciones científicas para las arquitecturas comúnmente utilizadas en la corrección de errores. Esta brecha en el conocimiento impulsa la necesidad de estudios que comparen los códigos polares y los códigos LDPC en diversos contextos. Dichas investigaciones permiten obtener una referencia experimental sobre la eficacia de ambas formas de codificación en múltiples escenarios, y así identificar áreas de oportunidades para su implementación.

En paralelo, los modelos de canal para memoria flash basados en distribuciones de probabilidad, como la gaussiana y la mezcla normal - laplaciano, han sido valiosos para predecir la tasa de error de bit residual (RBER). Sin embargo, presentan limitación en su capacidad para indicar de manera fiable el rendimiento de la tasa de error de trama (FER) de los ECC en memorias flash MLC, lo que ha impulsado la investigación hacia modelos más precisos. El modelo de canal BAC (Binary Asymmetric Channel), utilizando distribuciones de probabilidad Beta - Binomial (BBM), ha demostrado ser una elección efectiva al ajustarse a la sobredispersión observada en datos empíricos de otros modelos y ofrecer un rendimiento satisfactorio en la estimación de FER de ECC.⁷

CÓDIGOS LDPC

Los códigos LDPC son códigos de bloque lineales con matrices de comprobación de paridad que contienen solo un número muy pequeño de entradas diferentes de cero. Una matriz de comprobación de paridad para un código LDPC puede ser la siguiente:⁴

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La codificación y decodificación de códigos LDPC se lleva a cabo mediante la matriz H. En esta matriz, cada fila representa una ecuación de paridad, mientras que las columnas representan símbolos del bloque.⁴ Los códigos LDPC pueden ser eficazmente representados mediante los Grafos de Tanner,¹¹ donde se representan las filas y columnas de la matriz de paridad a través de los

nodos de comprobación (CN) y nodos variables (VN). La figura 1 presenta el Grafo de Tanner para la matriz H , destacando las conexiones esenciales entre CN y VN .²

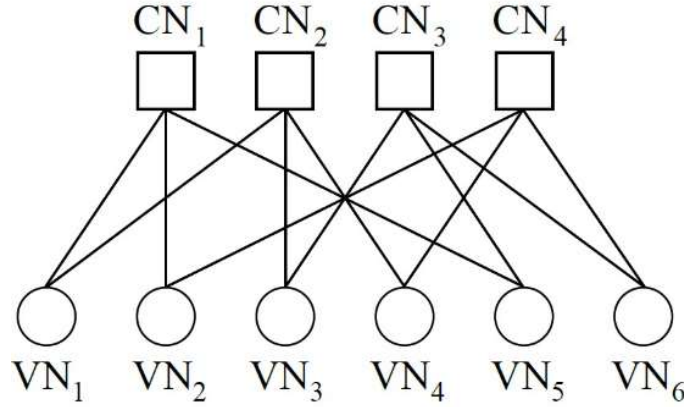


Fig. 1. Grafo de Tanner de la matriz H .

CODIFICACIÓN

La codificación puede ser escrita de la forma $c = uG$, donde c representa la palabra de código de salida, u denota el bloque de entrada y G es la matriz generadora. La matriz generadora se deriva a partir de la matriz de comprobación de paridad H al colocarla en forma sistemática mediante la eliminación de Gauss - Jordan. La matriz de comprobación de paridad H está diseñada para una longitud específica del bloque de entrada, y su transformación a una forma sistemática puede volverse compleja, especialmente para longitudes extensas de bloque.^{3, 12}

DECODIFICACIÓN

La decodificación LDPC se realiza mediante el algoritmo Suma - Producto, que basa su funcionamiento en el envío de mensajes entre CN_s y VN_s en el Grafo de Tanner. Inicialmente los VN_s envían los Razones de Verosimilitud Logarítmica (LLR) L_j a los CN_s , a continuación, los CN_s realizan sus cálculos y los envían a los VN_s conectados según:^{2, 12, 13}

$$L_{i \rightarrow j} = 2 \tanh^{-1} \left[\prod_{j' \in N(i) - \{j\}} \tanh \left(L_{j' \rightarrow i/2} \right) \right]$$

El símbolo $L_{i \rightarrow j}$ es el mensaje transmitido desde el i - ésimo CN al j - ésimo nodo de VN . $L_{j \rightarrow i}$, es el mensaje transmitido desde el j - ésimo VN al i - ésimo CN y N_i es el conjunto de VN_s conectados al i - ésimo CN [12].

$$L_{j \rightarrow i} = L_j + \sum_{i' \in N(j) - \{i\}} L_{i' \rightarrow j},$$

donde N_j es el conjunto de CN_s conectados al j - ésimo CN . En este punto, se completa una iteración, y se puede calcular el LLR total como [2, 12]:

$$L_{j(total)} = L_j + \sum_{i \in N_j} L_{i \rightarrow j}$$

CÓDIGOS POLARES

Los códigos polares constituyen una categoría de códigos lineales de bloque que demuestran de manera efectiva la capacidad de cualquier canal simétrico discreto sin memoria de entrada binaria (B-DMC). Estos códigos surgen a partir de la transformación de polarización del canal, la cual implica la combinación y división del mismo. A medida que la longitud del código aumenta, los canales (o posiciones de bits) experimentan polarización, resultando en que algunos canales sean altamente confiables, mientras que otros se consideran no confiables. Durante la transmisión, los bits de información se colocan exclusivamente en los canales confiables, mientras que en los canales no confiables se ubican bits previamente conocidos o son transmitidos en ceros.¹⁴

Si $W: X \rightarrow Y$ es un B-DMC con alfabeto entrada $X = \{0,1\}$ y alfabeto de salida Y , y probabilidades de transición $P(X|Y)$. Se considera $I(W), Z(W)$, tal que:¹³⁻¹⁵

$$I(W) \triangleq \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} \frac{1}{2} W(y|x) \log \frac{W(y|x)}{\frac{1}{2} W(y|0) + \frac{1}{2} W(y|1)}$$

$$Z(W) \triangleq \sum_{y \in Y} \sqrt{W(y|0)W(y|1)},$$

donde $I(W) \in [0,1]$ es la capacidad de W , $Z(W) \in [0,1]$ es el parámetro de Bhattacharyya de W y se utiliza como criterio para medir la confiabilidad. Si consideramos W un canal binario de borrado (BEC), con probabilidad de borrado ϵ , y se denota como BEC(ϵ), entonces $Z(W) = \epsilon$, y $I(W) = 1 - \epsilon$, entonces, $\{W_N^{(i)}: 1 \leq i \leq N\}$ es un conjunto de B-DMC polarizados con índices i que se pueden obtener realizando la polarización de canal en las N copias independientes de W . Para cada W_N^i , el parámetro de Bhattacharyya es denotado como $Z(W_N^{(i)})$:^{14, 15}

$$Z(W_{2k}^{(i)}) = \begin{cases} 2Z(W_k^{(i)}) - Z^2(W_k^{(i)}) & : 1 \leq i \leq k \\ Z^2(W_k^{(i-k)}) & : k+1 \leq i \leq 2k \end{cases},$$

siendo $N = 2^n$, $n \geq 1, i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, 2^{n-1}$.¹⁵

CODIFICACIÓN

Para los códigos polares, la codificación puede considerarse como una operación de multiplicación vectorial tal que $x = uG$, donde:

u : es un vector fila de N elementos, con k elementos correspondientes al mensaje original y $N - k$ elementos correspondientes a los frozen bits.

G : es la matriz generadora de $N \times N$ elementos, tal que $G = G^{\otimes n}$.

x : es el vector fila de N elementos correspondientes al vector codificado.[13]:

La matriz $G = G^{\otimes n}$, se construye aplicando la n -ésima potencia de Kronecker, tal que, $G = G^{\otimes 1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

El producto de Kronecker, en su forma general en este caso puede escribirse como:

$$G^{\otimes n} = \begin{pmatrix} G^{\otimes (n-1)} & 0 \\ G^{\otimes (n-1)} & G^{\otimes (n-1)} \end{pmatrix}$$

Si $N = 2$ entonces,

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Si $N = 4$ entonces:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

El codificador puede expresarse como:

$$c = [u_1, u_2, u_3, u_4]G_4$$

La recombinación de canales está representada en la figura 2:

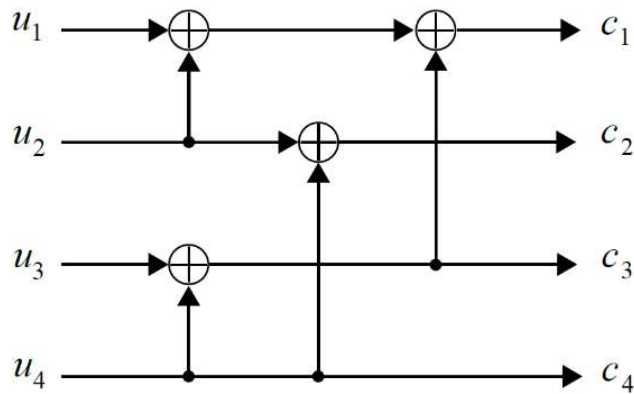


Fig. 2. Codificador polar de longitud 4.

DECODIFICACIÓN

El algoritmo estándar de decodificación para códigos polares es el algoritmo de Cancelación Sucesiva (SC). El decodificador SC se puede obtener directamente del codificador, en donde los nodos *XOR* y de conexión están representados por los nodos probabilísticos *f* y *g*, respectivamente. En el dominio de los *LLR*, los nodos *f* y *g* realizan los siguientes cálculos para las *LLRs* de entrada conociendo *a* y *b*:^{13, 14}

$$f(a, b) = \log \left(\frac{e^{(a+b)} + 1}{e^a + e^b} \right)$$

$$g(a, b, s) = (-1)^s a + b,$$

donde s es la suma parcial de los bits previamente decodificados que participan en el nodo g actual.

Se puede aplicar una aproximación a f , tal que:

$$f(a, b) = \text{sign}(a)\text{sign}(b)\min(|a|, |b|)$$

Los $LLRs$ son propagados de derecha a izquierda en la figura 2. El primer bit u_1 puede ser decodificado directamente pasando los $LLRs$ de los nodos f apropiados. Una vez decodificado u_1 , u_2 puede ser decodificado a un nodo g , el cual requiere el cálculo de su suma parcial correspondiente. Si en la suma parcial solo está participando u_1 entonces el resultado es u_1 . Si u_1 no es uno de los canales confiables su valor es 0. Por tanto, los $LLRs$ del canal y u_1 serán utilizados para decodificar u_2 , resultando una mejor aproximación la decodificación de u_2 . La decodificación continúa hasta que se procesan todos los nodos.^{14, 15}

COMPARACIÓN DE LDPC Y CÓDIGOS POLARES PARA CANALES INALÁMBRICOS

En un canal inalámbrico de alto rendimiento (Wireless High Performance), al comparar la fiabilidad de la Tasa de Error de Paquetes (PER) en un corto intervalo de tiempo, se observan mejoras significativas al aplicar el algoritmo de decodificación de lista de cancelación sucesiva en códigos polares.¹¹

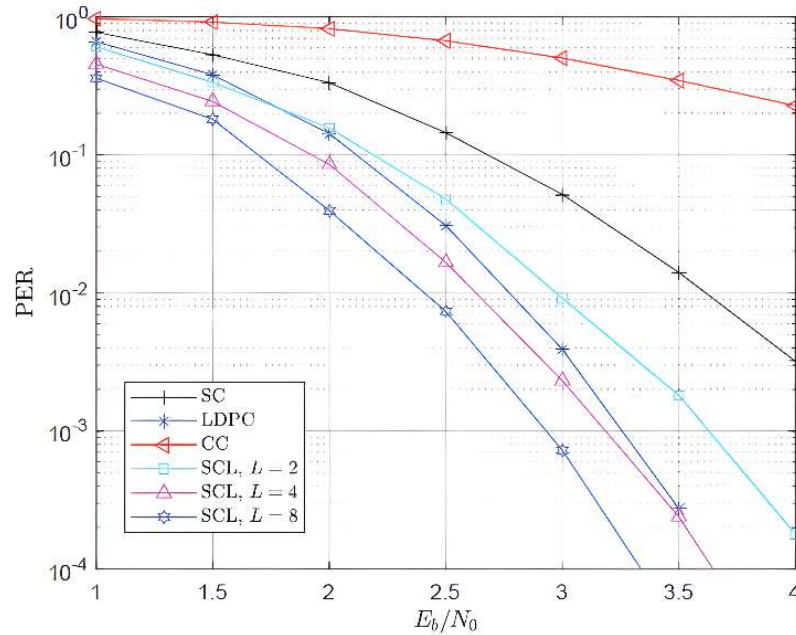


Fig. 3. PER vs. Señal a Ruido para decodificadores PC-SC, PC-SCL, CC y LDPC.¹¹

Para esquemas de codificación de un canal asignado a sistemas 5G, los códigos polares logran un rendimiento deficiente en la Tasa de Error en Bloque (BLER), en comparación con los códigos LDPC y los Turbo Códigos; sin embargo, logran un alto rendimiento en (Ultra-High Reliability & Low Latency) y mMTC (Massive Machine Type Communications).⁵

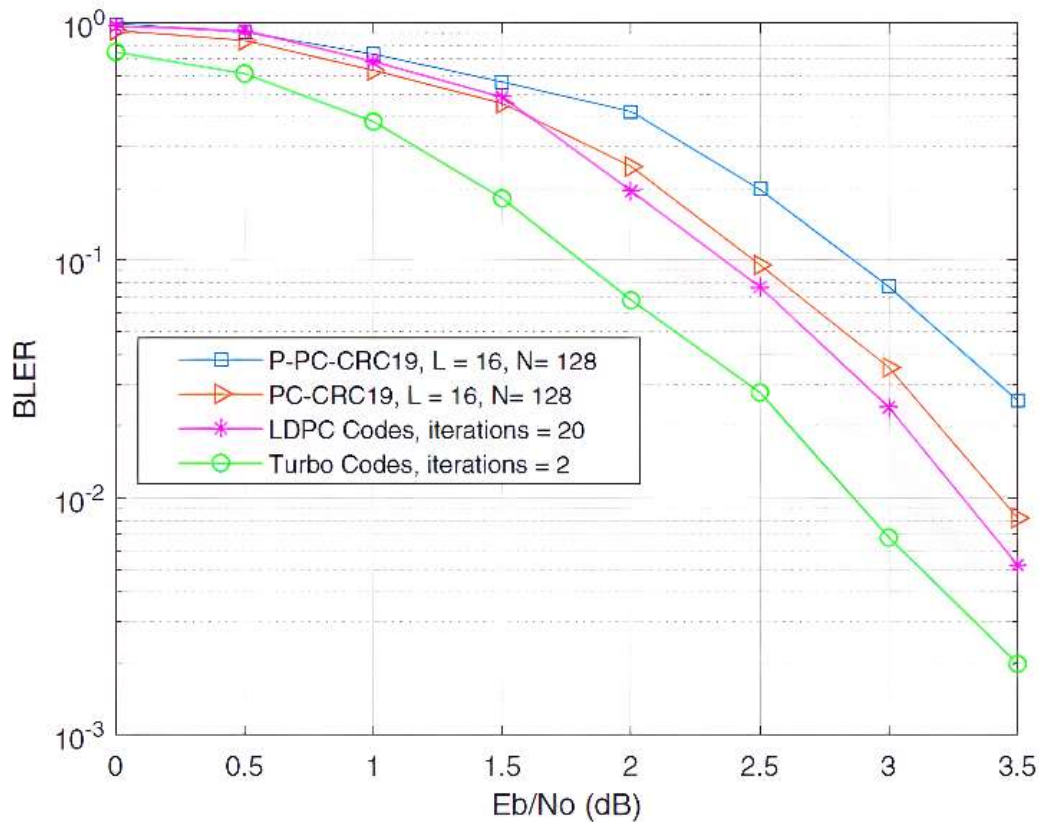
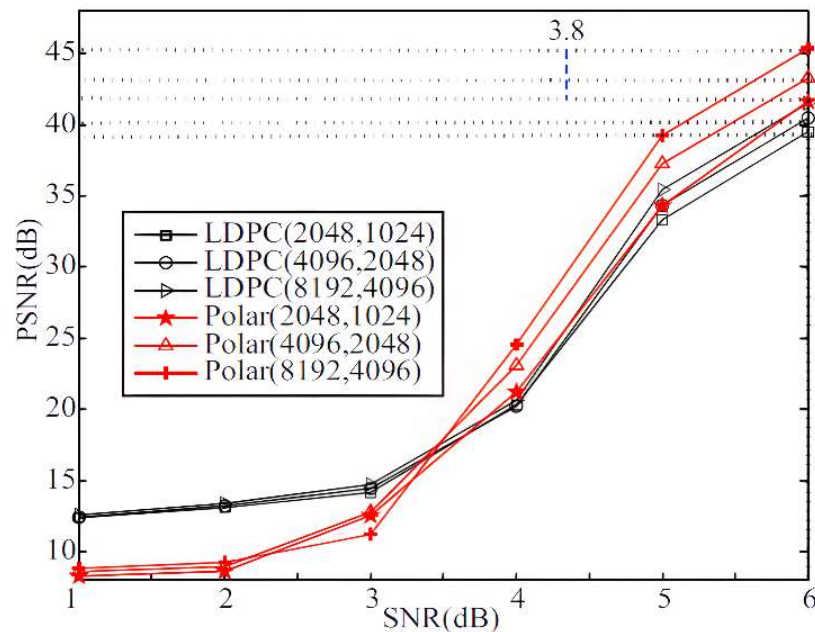


Fig. 4. BLER vs. Señal a Ruido para Turbo Códigos, LDPC y PC.⁵

Si se analiza la Señal a Ruido Pico (PSNR) sobre un canal inalámbrico con desvanecimiento de Rayleigh, durante la transmisión de una imagen, los códigos polares tienen un mejor rendimiento que los códigos LDPC, para valores mayores que 3.5dB de Señal a Ruido. Con el aumento de la longitud del código, el rendimiento de los códigos polares en la transmisión de imágenes mejora más rápido.¹⁶

Fig. 5. PSNR vs. Señal a Ruido para códigos LDPC y PC.¹⁶

COMPLEJIDAD DE LOS CODIGO LDPC Y LOS CODIGOS POLARES

En,¹⁷ se demuestra que las tasas de error asintóticas tanto de los códigos polares como de los códigos LDPC son funciones de la complejidad T y longitud de código N , descritas por la función $2^{-a2^{b\frac{T}{N}}}$, donde a, b son constantes que dependen del canal y el esquema de comunicación. Esta investigación muestra que los códigos LDPC y polares presentan diferentes balances entre rendimiento y complejidad. En términos de eficiencia de decodificación, los códigos polares superan asintóticamente a un los códigos LDPC (J, K) donde K representa el máximo de los nodos de comprobación y J el máximo de los nodos variables, con una tasa de código $R \leq 1 - \frac{J(J-1)}{2^J + (J-1)}$ en régimen de baja complejidad $T \leq O(N * \log N)$.

ESTRUCTURA DE LAS MEMORIAS FLASH NAND MLC

La unidad fundamental de almacenamiento de datos en memorias flash NAND es un transistor de compuerta flotante comúnmente conocido como celda. Una celda puede programarse para contener diferentes niveles de carga. Cada uno de estos niveles representan los bits de datos almacenados en una celda. Las celdas más comúnmente utilizadas en las memorias flash actuales son capaces de mantener 2, 4 y 8 niveles de carga distintos (1, 2, 3 bits/celda respectivamente) y se denominan celda de un solo nivel (SLC), celda de múltiples niveles (MLC) y celda de tres niveles (TLC) respectivamente.^{18,7}

Las memorias flash NAND MLC se representan mediante 2^2 bits de niveles de tensión umbral (V_{th}), los cuales no se superponen. La tensión umbral de una celda en particular se muestra principalmente influenciada por la cantidad de electrones atrapados en la compuerta flotante.

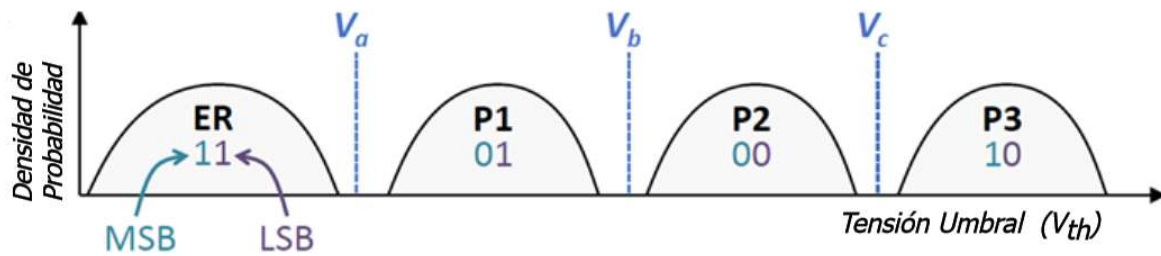


Fig. 6. Distribución de tensión umbral para una memoria flash NAND MLC.

En la figura 6, se presentan los cuatro estados posibles (*ER*, *P1*, *P2*, *P3*) de una memoria flash tipo NAND MLC, junto con sus respectivos valores de dos bits, ya sea el bit más significativo (*MSB*) o el bit menos significativo (*LSB*). Para leer el estado de cada celda, se aplican uno de los tres voltajes de referencia de lectura (V_a , V_b y V_c) a la misma. Previo a la programación de un nuevo estado, es necesario borrar la celda (estado *ER*). Al leer el *LSB* de una celda de varios niveles, se distinguen los estados en los cuales el valor del *LSB* es 1 (*ER* y *P1*) de aquellos en los cuales el valor del *LSB* es 0 (*P2* y *P3*), utilizando el voltaje de referencia de lectura V_b . Por otro lado, para leer el *MSB*, se diferencian los estados en los cuales el valor del *MSB* es 1 (*ER* y *P3*) de aquellos en los cuales el valor del *MSB* es 0 (*P1* y *P2*). Esto se logra al determinar si el voltaje umbral de la celda se encuentra entre V_a y V_c , aplicando cada uno de estos voltajes de referencia de lectura para determinar el *MSB*. Debido a la variabilidad en las operaciones del programa y a las diferencias en el proceso de fabricación, el voltaje umbral de las celdas programadas en el mismo estado sigue una distribución gaussiana, lo cual se representa mediante una curva para cada estado.⁶

LIMITACIONES DE LAS MEMORIAS FLASH NAND MLC

Los problemas de fiabilidad en las memorias flash NAND MLC se originan a partir de diversos tipos de ruido generados durante la escritura, lectura o períodos de inactividad de la memoria. Estos ruidos desplazan la distribución del voltaje umbral con respecto a la referencia de lectura. La figura 7 ilustra la posición relativa entre las distribuciones originales y las desplazadas. Como resultado de este desplazamiento, algunas celdas se leen incorrectamente, interpretándose como si estuvieran en un estado diferente al que fueron programadas. Esto provoca un aumento en la tasa de errores a lo largo de múltiples ciclos de operaciones de programación/borrado (*P/E*). Este desplazamiento también conlleva con el tiempo a la pérdida gradual de la carga eléctrica almacenada en una celda flash.^{6, 19, 20}

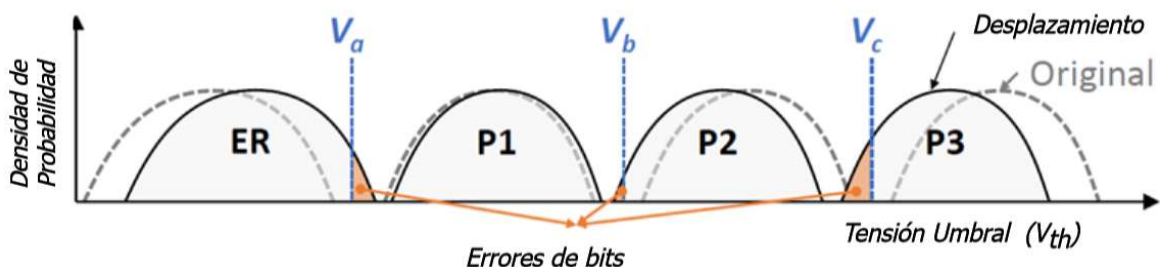


Figura 7. Distribución de tensión umbral desplazada para una memoria flash NAND MLC.

Otros impedimentos en la comunicación que dan lugar a este fenómeno son los errores de lectura, errores de programación, pérdida de carga e interferencia entre celdas. Los errores de programación surgen debido a la carga acumulada en la compuerta flotante de celdas vecinas que

no están programadas en el momento de la escritura. Esto provoca un aumento en el voltaje de umbral de la celda que se está programando, resultando en posibles errores de bits. Los errores de lectura se generan por la carga acumulada en la puerta flotante de celdas vecinas que no están siendo leídas en el momento de la operación de lectura. El voltaje de umbral en la celda que se está leyendo aumenta, lo que puede resultar en errores de bits. Este problema se vuelve más crítico cuando el número de lecturas entre dos operaciones de borrado es grande. La pérdida de carga con el tiempo ocurre cuando un bloque de memoria programada pierde carga, provocando una disminución del voltaje umbral. Esto da lugar a errores de bits y afecta la retención de datos en la memoria. La interferencia entre celdas es causada por la capacitancia parasitaria de los transistores, generando un aumento en la carga de celdas programadas con niveles bajos que están rodeadas de celdas programadas con niveles altos, lo que conduce a errores en los bits. En el análisis de un canal de memorias flash NAND MLC, estos errores se consideran como asimétricos.^{6, 7, 19, 20}

MODELO DE CANAL DE MEMORIA FLASH NAND MLC

En,^{7,21} se realiza una caracterización empírica de los errores en memorias flash NAND MLC a nivel de celda, considerando chips provenientes de dos fabricantes distintos. En estas investigaciones, se analiza la asimetría de los errores de bits en las posiciones *MLB* y *LSB*, centrándose en la caracterización de estos errores con el aumento de los ciclos de programación/borrado.

Para la descripción del canal de memoria flash se propone, un modelo de Canal Binario Asimétrico (*BAC*), también conocido como el modelo 2 - *BAC*, considerado por separado las posiciones *LSB* y *MSB*. A través de un análisis estadístico, se evidencia que el modelo *BAC* no se ajusta adecuadamente a los datos empíricos de errores y, por ende, no resulta apropiado para una estimación precisa del rendimiento de la tasa de errores de trama (*FER*) en la *ECC*. En respuesta a estas limitaciones, en,⁷ se propone un modelo de canal basado en la distribución de probabilidad Beta - Binomial, denominado el modelo de canal 2-Beta-Binomial (*2-BBM*). Se demuestra que este modelo se ajusta mejor a los datos empíricos observados y presenta un rendimiento satisfactorio en la estimación de la *FER* de *ECC*.²¹

Por tanto, el modelo de canal *BAC* - *BBM*, utiliza un modelo *BAC*, donde las probabilidades de error de bit p y q son variables aleatorias que se distribuyen según la distribución Beta - Binomial. Los algoritmos que definen este modelo de canal son los siguientes:

Algoritmo 1 Implementación del modelo BAC

Entrada: Trama de entrada x de longitud N , parámetros del modelo BAC

(p, q)

Salida: Trama de datos con errores y

Para cada $x_i \in x$ hacer

Generar una muestra aleatoria $u \sim \text{Uniforme}[0,1]$

Si $x_i = 0$ entonces $t = p$ sino $t = q$

Si $u \leq t$ entonces $e_{\{i\}} = 1$ sino $e_{\{i\}} = 0$

$y_i = x_i \otimes e_i$

Algoritmo 2 Implementación del modelo de canal BBM

Entrada: Trama de entrada x de longitud N , parámetros del modelo de canal BBM (a, b, c, d)

Salida: Trama de datos con errores y

$p \sim \text{Beta}(a, b)$ y $q \sim \text{Beta}(c, d)$

$y = \text{BAC}(x, p, q)$ [Algoritmo 1],

donde (a, b) y (c, d) corresponden a los parámetros de una distribución de probabilidad Beta-Binomial. En,⁷ se estiman los valores de (a, b, c, d) para este modelo de canal en función de los ciclos de programación/borrado.

Tabla I. Estimaciones de parámetros del modelo de canal BBM para MSB chip fabricante A.⁷

Ciclos programación/borrado	a	b	c	d
2000	12.72	46368.34	8.05	42569.08
4000	25.95	20940.98	15.46	23556.92
6000	22.67	7596.71	18.16	11890.14
8000	20.72	4143.52	22.28	7821.13
10000	21.36	2819.03	26.12	5890.35

Tabla II. Estimaciones de parámetros del modelo de canal BBM para LSB chip fabricante A.⁷

Ciclos programación/borrado	a	b	c	d
2000	2.85	446831.46	15.31	24066.27
4000	3.57	315123.27	22.49	7551.62
6000	1.68	95672.63	18.90	3528.74
8000	2.01	86407.03	20.09	2682.08
10000	1.81	61326.54	23.79	2338.70

La validación de modelo de canal esta descrita en.^{7, 19, 21} Estas investigaciones describen los procedimientos, resultados y comprobaciones que derivan en el modelo de canal *BAC – BBM*. Para ello, se utilizan 2 chips de memoria flash NAND MLC, como se explicó anteriormente, los cuales se programan con datos pseudo - aleatorios a lo largo de diversos períodos de tiempo para simular envejecimiento acelerado de estos dispositivos. De las pruebas realizadas se obtienen datos que permiten caracterizar los errores debidos a interferencia entre celdas, el número de errores de bits para diferentes códigos de corrección de errores y el comportamiento de los errores de retención de datos a lo largo del rango de ciclos de programación/borrado.

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

En este estudio inicialmente se evalúa la capacidad del *BAC* para 5000 escrituras de palabra de código de 8 bits para los *LSB* y los *MSB* según la estimación de parámetros de las tablas I y II, de 2000 a 10000 ciclos de programación y borrado (*P/B*).

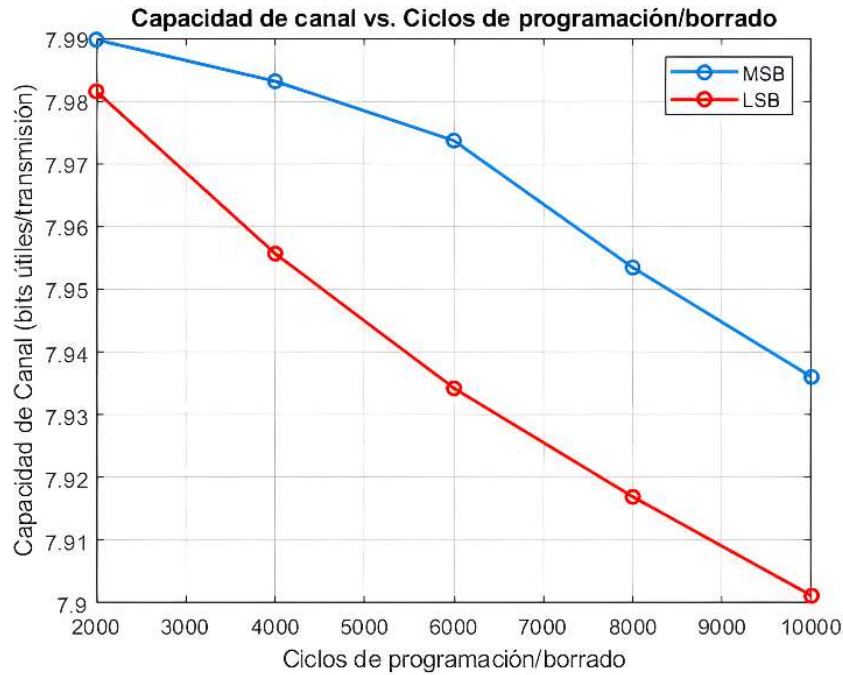


Fig. 8. Capacidad de canal vs. Ciclos de programación/borrado.

La figura 8 ilustra que el límite de información confiablemente escribible, tanto para los *LSB* como para los *MSB*, está muy próximo a la longitud de la palabra de código.

La comparación entre los códigos LDPC y los códigos polares para el modelo de canal *BAC* – *BBM*, se realiza con una longitud de código de 1024 bits para los códigos polares, divididos en 128 paquetes de 8 bits y $\epsilon = 0.2$. Para los códigos LDPC la longitud de código es de 1360 bits divididos en 170 paquetes de 8 bits. Ambos tipos de codificación se implementan con una tasa de error del 30% y la misma fuente de información. Se realizan 100 iteraciones para ambas codificaciones, y se calcula la probabilidad de error medio para el modelo de canal *BAC* - *BBM* considerando los 4 valores de (a, b, c, d) de la función *BBM* correspondientes a los ciclos de programación/borrado de la tabla 1.

Para los códigos LDPC, se obtiene una probabilidad de error promedio (PEP) de 2.33×10^{-4} después de 2000 ciclos de programación/borrado. En comparación, los códigos polares muestran un *PEP* de 2.34×10^{-4} . Al aumentar el número de ciclos de programación/borrado a 10000, los códigos LDPC presentan un *PEP* de 6.2×10^{-3} , mientras que los códigos polares muestran un *PEP* de 5.6×10^{-3} . Ambas codificaciones experimentan un aumento en el *PEP* a medida que se incrementan los ciclos de programación/borrado.

En otra instancia, se evaluaron los efectos del ruido en el canal para ambas codificaciones. Se modificó la relación Señal a Ruido (*S/N*) en un rango de -80 dB a 80 dB, y se obtuvo la probabilidad de error para ambas codificaciones utilizando los valores de (a, b, c, d) para 10000 ciclos de programación/borrado.

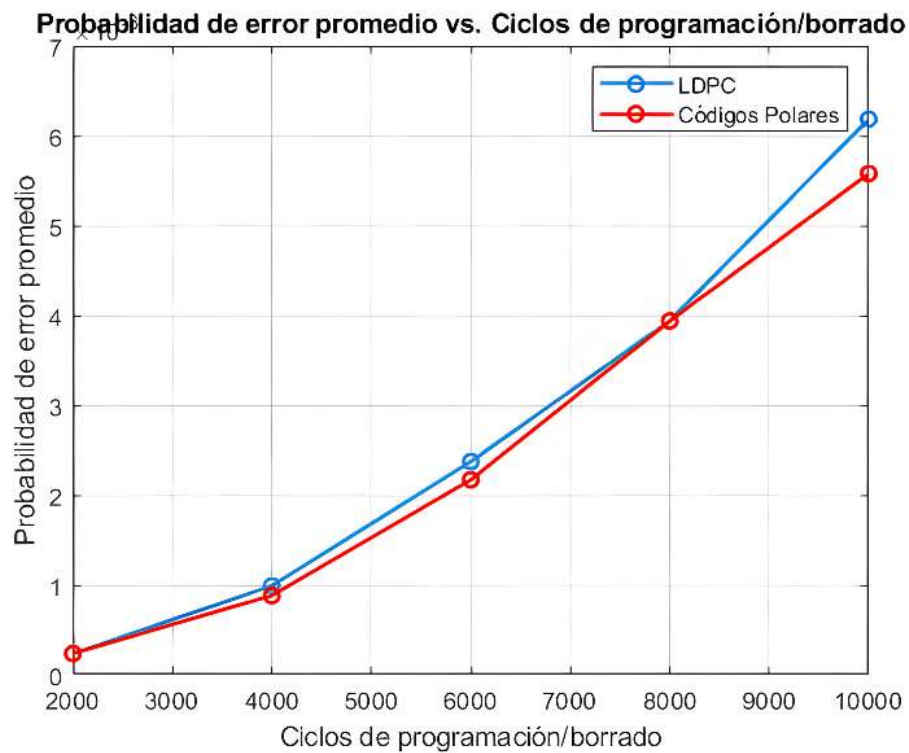


Fig. 9. Probabilidad de error promedio vs. Ciclos de programación/borrado.

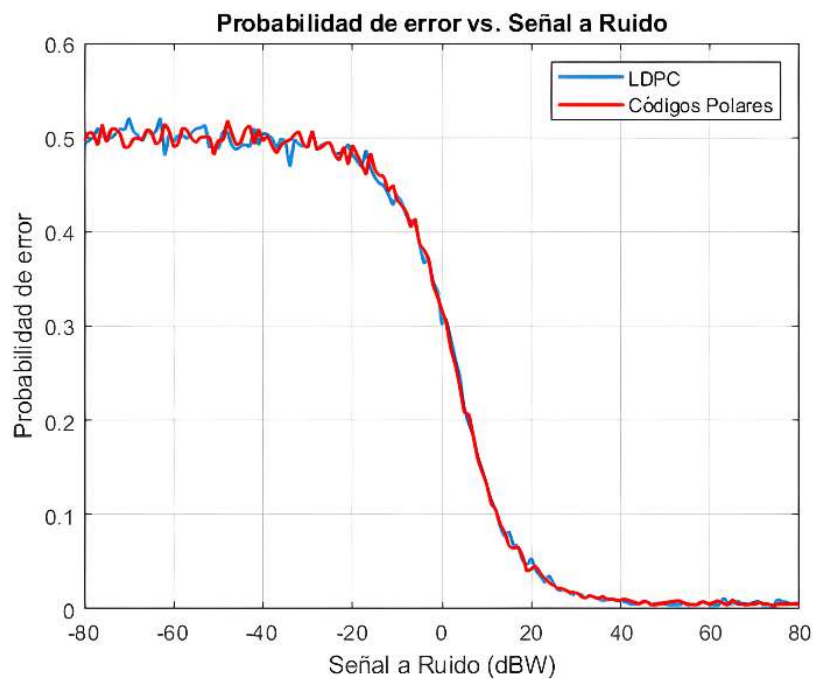


Fig. 10. Probabilidad de error promedio vs. S/N.

CONCLUSIONES

Los resultados indican que, en el contexto específico del modelo de canal BAC - BBM, tanto los códigos LDPC como los códigos polares muestran rendimientos similares en relación con la relación Señal a Ruido, con ligeras variaciones dependiendo de los parámetros específicos de la función BBM y la cantidad de ciclos de programación/borrado considerados. Al analizar la probabilidad de error promedio para 2000 ciclos de programación/borrado, se observa una mínima disparidad entre ambas codificaciones. Sin embargo, al ampliar la evaluación a 10000 ciclos de programación/borrado, se nota una disminución en el valor para los códigos polares. Los resultados de la evaluación de la capacidad del canal y la probabilidad de error promedio concuerdan con investigaciones previas que resaltan la superioridad de los códigos polares en implementaciones que manejan mensajes cortos.

AGRADECIMIENTOS

Harairis Brunet César agradece a CONAHCYT por su beca de maestría (CVU-1243656). Ernesto Zambrano Serrano agradece al proyecto (CF-2023-I-1110), apoyado por la convocatoria Ciencia de Frontera 2023 del CONAHCYT.

REFERENCIAS

1. "Flash Memory Market to Hit US\$ 99.65 Billion By 2031 | Research Report." Consegic Business intelligence. <https://www.globenewswire.com/news-release/2023/10/12/2758936/0/en/Flash-Memory-Market-to-Hit-US-99-65-Billion-By-031-Research-Report.html>.
2. S. S. Bashar Tahir, Markus Rupp, "BER Comparison Between Convolutional, Turbo, LDPC, and Polar Codes," 2017, doi: 10.1109/ICT.2017.7998249.
3. C. G. Velasco, "Estudio de códigos finitos LDPC y desarrollo de una herramienta simple de diseño," Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, 2014. [Online]. Available: <https://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/26435>
4. Z. W. Kun Zhu, "Comprehensive Study on CC-LDPC, BC-LDPC and Polar Code," 2020, doi: 10.1109/WCNCW48565.2020.9124897.
5. S. Ö. Marwan DHUHEIR, "Polar Codes Applications for 5G Systems " 2018, doi: 10.1109/CEIT.2018.8751838.
6. Y. Luo, "Achitectural techniques for improving nand flash memory reliability," 2018. [Online]. Available: <http://reports-archive.adm.cs.cmu.edu/anon/2018/CMU-CS-18-101.pdf>
7. H. U. Veeresh Taranalli, Paul H. Siegel, "Channel Models for Multi-Level Cell Flash Memories Based on Empirical Error Analysis," vol. 64, pp. 3169 - 3181, 2016, doi: 10.1109/TCOMM.2016.2584602.
8. S. H. A. H. Muntadher Saadoon, Hazrina Sofian, Hamza H.M. Altarturi, Zati Hakim Azizul, Nur Nasuha, "Fault tolerance in big data storage and processing systems: A review on challenges and solutions," ed. Department of Software Engineering, Faculty of Computer Science and Information Technology, Universiti Malaya: Ain Shams Engineering Journal, 2021.
9. Y.-C. L. LI-WEI LIU, HSIE-CHIA CHANG, "UP-GDBF: A 19.3 Gbps Error Floor Free 4KB LDPC Decoder for NAND Flash Applications," ed. Open Journal of Circuits and Systems IEEE, 2022.
10. J.-C. F. Haochuan SONG, Shih-Jia ZENG, Jin SHA, Zaichen ZHANG, Xiaohu YOU & Chuan ZHANG, "Polar-coded forward error correction for MLC NAND flash memory," ed. SCIENCE CHINA Information Sciences, 2018.
11. M. Z. Chao Yang, Yi Deng, Meng Wang, Xiao Hong Luo, Jie Zeng, "Error-correcting Performance Comparison for Polar Codes, LDPC Codes and Convolutional Codes in High-performance Wireless," 2019, doi: 10.1109/ICSS48103.2019.9115442.

- 12.A. Shokrollahi, "LDPC Codes: An Introduction," Digital Fountain ,Inc. 39141 Civic Center Drive,Fremont,CA 94538, CMU School of Computer Science, 2003. [Online]. Available: <https://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/pscico-guyb/realworld/www/slidesS14/ldpc-amin.pdf>
- 13.X. Li, "Evaluation of Channel Coding Methods for Next Generation Mobile Communication Standards," Universidad de Alcalá., Escuela Politécnica Superior, 2021. [Online]. Available: <https://ebuah.uah.es/dspace/handle/10017/49528?locale-attribute=es>
- 14.S. Buzaglo, "Permuted Successive Cancellation Decoder for Polar Codes," 2017, doi: 10.1109/ISIT.2017.8007003.
- 15.M. R. A. Reza Hooshmand, Taraneh Eghlidos, "Physical layer encryption scheme using finite-length polar codes," 2015, doi: 10.1049/iet-com.2014.0933.
- 16.W. T. Peng Shi, Shengmei Zhao and Bei Wang, "Performance of Polar Codes on Wireless Communication Channels," 2012, doi: 10.1109/ICCT.2012.6511367.
- 17.D. Y. Qingqing Peng, Dongxu Chang, Yuan Li, Huazi Zhang, Guiying Yan, Guanghui Wang, "On the Performance of Low-complexity Decoders of LDPC and Polar Codes," ed: arxiv.org, 2024.
- 18.S. Green. "Flash SSD Endurance and Reliability: Four Influential Factors." <https://www.electronicdesign.com/technologies/embedded/article/21267454/phison-electronics-flashmemory-ssd-endurance-and-reliability-four-influential-factors>.
- 19.H. U. Veeresh Taranalli, Paul H. Siegel, "Error Analysis and Inter-Cell Interference Mitigation in Multi-Level Cell Flash Memories," 2015, doi: 10.1109/ICC.2015.7248333.
- 20.S. G. Yixin Luo , Yu Cai; Erich F. Haratsch; Onur Mutlu, "Enabling Accurate and Practical Online Flash Channel Modeling for Modern MLC NAND Flash Memory," vol. 34, pp. 2294 - 2311, doi: 10.1109/JSAC.2016.2603608.
- 21.H. U. Veeresh Taranalli, Paul H. Siegel, "On the Capacity of the Beta-Binomial ChannelModel for Multi-Level Cell Flash Memories," vol. 34, 2312 - 2324, 2014, doi: 10.1109/JSAC.2016.2603660.

Análisis de la calidad del aire en el área metropolitana de Monterrey

Julián Alfaro-Chacón, Adriana Alvarez-Ramos, Sara D. Álvarez-Sosa, Emireth A. Mellado-Lira, Edith Luévano-Hipólito

Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Civil-Departamento de Ecomateriales y Energía

julian.alfaroche@uanl.edu.mx, adriana.alvarezrm@uanl.edu.mx, sara.alvarezs@uanl.edu.mx, emireth.melladol@uanl.edu.mx, edith.luevanohp@uanl.edu.mx

RESUMEN

El área metropolitana de Monterrey (AMM) es considerada una de las más contaminadas de México. Por lo que, con el objetivo de analizar la distribución de los contaminantes criterio en el aire: PM₁₀, PM_{2.5}, CO, O₃, SO₂ y NO_x del AMM, se registró su concentración en los últimos tres años en 14 estaciones de monitoreo durante las temporadas: invierno, primavera, verano y otoño. De acuerdo con el análisis, las concentraciones de O₃, CO, NO_x y SO₂ resultaron significativamente afectadas por el año, temporada y estación analizada; mientras que, para PM (2.5 y 10) solo la temporada y estación resultaron significativas.

PALABRAS CLAVE

Contaminación del aire, contaminantes atmosféricos, estaciones de monitoreo, PM₁₀, PM_{2.5}, Ozono, CO, NO_x, SO₂.

ABSTRACT

Monterrey metropolitan area is considered one of the most polluted in Mexico. Therefore, to analyze the distribution of the criteria pollutants in the air: PM₁₀, PM_{2.5}, CO, O₃, NO_x, and SO₂, their concentration was recorded in the last three years in 14 monitoring stations during the seasons: winter, spring, summer, and autumn. According to the analysis, O₃, CO, NO_x, and SO₂ concentrations were significantly affected by the year, season, and season analyzed; meanwhile, for PM (2.5 and 10), only season and station were significant.

KEYWORDS

Air pollution, air pollutants, monitoring stations, PM₁₀, PM_{2.5}, Ozone, CO, NO_x, SO₂.

INTRODUCCIÓN

Aspectos generales de la contaminación del aire

La contaminación del aire se refiere a cualquier adición de materia o energía que degrada el ambiente para los seres vivos que lo habitan. Típicamente, la composición del aire es de 78.1% de nitrógeno, 20.9% de oxígeno y el resto (1%) lo componen diversos gases como el argón, dióxido de carbono, metano y el vapor de agua.¹

La dependencia de la sociedad actual a los combustibles fósiles, altamente contaminantes, ha cambiado la forma en la que se vive y se respira en el planeta, lo que representa una catástrofe para la salud humana y el medio ambiente. La quema de combustibles fósiles es uno de los principales contribuyentes al calentamiento global, así como a la generación de problemas ambientales, como el smog y la lluvia ácida.² Diversos estudios han destacado los impactos globales del calentamiento global como el derretimiento de los polos, el aumento del nivel del mar, inundaciones en zonas costeras, la desecación de las selvas tropicales y el aumento de incendios forestales. Esta problemática también ha alterado la temperatura del agua en los hemisferios, lo que ha resultado en una menor

formación de lluvia en áreas clave.³ El impacto de la contaminación atmosférica se manifiesta en forma de calentamiento global y una mortalidad prematura de millones de personas, particularmente 1.3 millones de personas en el periodo de 1998 a 2017 y la Organización Mundial de la Salud (OMS) estima 250,000 muertes por año entre el 2030 y 2050.⁴ Además, de otras afectaciones al medio ambiente tales como precipitaciones y sequías extremas que provocan la pérdida de cultivos, intensificación de desastres naturales, niebla y neblina, lo que pone en peligro la vida cotidiana, los ecosistemas y acelera la pérdida de flora y fauna, entre otros.

Si bien muchos contaminantes atmosféricos antropogénicos son tóxicos, existen seis contaminantes criterio que están regulados por los gobiernos de la mayoría de los países debido a sus impactos nocivos para la salud humana y el medio ambiente, estos son: ozono (O_3), monóxido de carbono (CO), dióxido de nitrógeno (NO_2), material particulado (PM2.5 y PM10) y dióxido de azufre (SO_2).⁵ El origen de estos contaminantes se esquematiza en la figura 1. Por ejemplo, el CO es producido cuando los combustibles fósiles, la leña y los residuos urbanos son incinerados con oxígeno insuficiente. El material particulado consiste en fragmentos sólidos pequeños ($<10\ \mu m$) y en gotas de líquido dispersas en la atmósfera; mientras que, las partículas mayores a $2.5\ \mu m$ consisten en polvo y partículas de carbono. El uso del automóvil, la agricultura, los sitios de construcción, los procesos industriales y las partículas de humo provenientes de incendios forestales son las principales fuentes del material particulado.⁶ El SO_2 es generado cuando los combustibles fósiles, que contienen azufre, son quemados. Más de 65% del SO_2 liberado en la atmósfera proviene de plantas de energía, principalmente de aquellas que queman carbón. Por otro lado, la quema de combustibles fósiles produce una mezcla de compuestos que contienen nitrógeno y oxígeno que se conocen como óxidos de nitrógeno (NO_x), cuya principal fuente son los vehículos motorizados (50%).⁷ Finalmente, el ozono troposférico es un contaminante secundario, ya que no se emite directamente, sino que se forma debido a reacciones fotoquímicas de NO_x y compuestos orgánicos volátiles (COVs).⁸

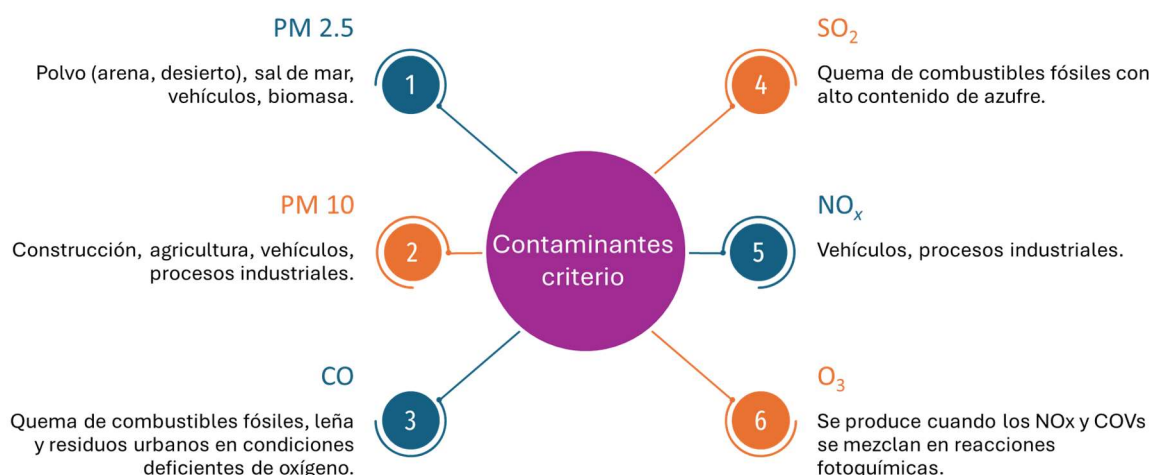


Fig. 1. Principales fuentes de los contaminantes criterio.⁶⁻⁸

El problema de la contaminación del aire en el mundo es claro. Hoy en día, alrededor del 90% de la población que vive en ciudades urbanas respira aire con altos índices de contaminación, con concentraciones superiores a las recomendadas por la OMS. Las oportunidades para vincular las políticas agrícolas, climáticas y atmosféricas aún no se han explorado lo suficiente, lo que conlleva a soluciones menos efectivas para la salud humana, los ecosistemas y el cambio climático.

En la actualidad se han puesto en marcha diversos acuerdos y tratados que tienen el objetivo de pausar y/o revertir los efectos de la contaminación ambiental. Entre estos se destacan el Protocolo de

Kioto y el Acuerdo de París, ambos derivados de la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (CMNUCC). El Protocolo de Kioto fue aprobado el 11 de diciembre de 1997; sin embargo, entró en vigor hasta el 16 de febrero de 2005 comprometiendo a los países industrializados a reducir las emisiones de gases de efecto invernadero. En conjunto, los compromisos suponen una reducción media de las emisiones del 5% en comparación con los niveles de 1990, entre 2008 y 2012. El 12 de diciembre del 2015 se logró el segundo acuerdo del Acuerdo de París, teniendo como objetivo reforzar la respuesta mundial al cambio climático manteniendo el aumento de la temperatura mundial por debajo de los 2°C sobre niveles preindustriales, además de aumentar la capacidad de los países para hacer frente a los efectos del cambio climático y lograr que las corrientes de financiación sean coherentes con un nivel bajo de emisiones de gases de efecto invernadero. Como parte de este último, el 13 de diciembre del 2021 se adoptó el Pacto de Glasgow como resultado de la Conferencia de Naciones Unidas por el Cambio Climático (COP26). El paquete de decisiones consta de una serie de esfuerzos acordados para aumentar la resiliencia al cambio climático, frenar las emisiones de gases de efecto invernadero y proporcionar la financiación necesaria para ambos. Por primera vez, se pide a las naciones que eliminen gradualmente la energía a base de carbón y los subsidios ineficientes a los combustibles fósiles.⁹

México ha sido una de las economías emergentes más activas desde la implementación del Protocolo de Kioto en 2000, realizando esfuerzos importantes en la comunicación de los inventarios nacionales de emisiones de gases de efecto invernadero, así como ser el primer país de este grupo, en presentar sus Contribuciones Nacionales Determinadas (INDC por sus siglas en inglés), lo que demuestra los esfuerzos nacionales para reducir sus emisiones dentro del Acuerdo de París, extensión de este protocolo. Muchas economías en desarrollo han presentado reducciones de emisiones tanto incondicionales (independientemente del panorama internacional), como condicionales (una vez alcanzados los acuerdos globales). En este sentido, México presentó su INDC, que consistió en la reducción de gases de efecto invernadero del 25 (incondicional) al 40% (condicional) y de contaminantes climáticos de vida corta para el 2030. El objetivo incondicional implica reducciones de las emisiones de GEI del 22% y de los CCVC del 51% para 2030.¹⁰

Contaminación del aire en México

La contaminación del aire en México representa un problema crítico desde hace varias décadas a pesar de los esfuerzos realizados para disminuir la emisión de gases de efecto invernadero a la atmósfera. Esto ha repercutido directamente en la salud de la población más vulnerable, así como en afectaciones al medio ambiente tales como cambios en los patrones de precipitación, sequías, inundaciones, temperaturas elevadas, daño a la flora y fauna, entre otros. De acuerdo con un reporte de la SEMARNAT en 2014 se emitieron a la atmósfera un aproximado de 23.3 millones de toneladas de contaminantes, sin tomar en cuenta las fuentes móviles.¹¹ Debido a la creciente contaminación del aire a la que nos enfrentamos día a día, México ha propuesto diferentes normativas que regulan las concentraciones permisibles de los contaminantes criterio en todo el territorio nacional: la NOM-025-SSA1 se encarga de regular las PM10 y las PM2.5, la NOM-020-SSA1 al O₃, la NOM-021-SSA1 al CO, la NOM-022-SSA1 al SO₂ y, por último, la NOM-023-SSA1 hace recomendaciones para la concentración de NO₂. Sin embargo, pocos son los estados que cumplen y se ajustan a dichas normativas.¹² Por lo que, es crítico mejorar el funcionamiento de los sistemas de monitoreo de la calidad del aire en México, lo que implica aumentar su cobertura, difundir certera, contante y tempranamente la información resultante, así como evaluar las fuentes contaminantes de cada estado y establecer estrategias de mitigación o de reducción de contaminación.

En los últimos 30 años, las instituciones responsables en materia ambiental del país (SEMARNAT, INECC, SINAICA, CONABIO, CONAFOR, PROFEPA, CONANP) han implementado estrategias de monitoreo, manejo y control de la contaminación del aire en las principales áreas urbanas del país, incluidas la Ciudad de México, Monterrey, Guadalajara, Toluca, Puebla, Mexicali, Ciudad Juárez y Tijuana conforme lo establecido en la Ley General del Equilibrio Ecológico y la Protección al Ambiente (LEGEEPA).¹³ Entre estas estrategias, desataca el programa “hoy no circula”

implementada en CDMX y otros programas de gestión para mejorar la calidad del aire (ProAire) a nivel nacional. Hasta febrero de 2024, México cuenta con 26 Entidades Federativas con ProAires vigentes, que beneficia a 104 millones 120 mil 210 habitantes de la república mexicana.¹⁴ Entre ellos, el estado de Nuevo León, particularmente su área metropolitana, se considera con uno de los índices de contaminación más altos del país.

Contaminación del aire en Monterrey

Desde hace dos décadas el Área Metropolitana de Monterrey (AMM) ha incrementado considerablemente el número de habitantes, automóviles, actividad industrial y comercial, lo que se ha traducido en una mala calidad del aire. De acuerdo con un estudio realizado por el Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático (INECC), los automóviles en el AMM emiten 40% más CO que los de los CDMX, debido a que ahí, desde hace más de 20 años se implementa el programa de verificación vehicular.¹⁴ En el AMM las principales fuentes de contaminación son: la libre introducción de vehículos de segundo uso originarios de la frontera norte, la deficiencia del transporte público, las industrias instaladas que, al estar rodeadas de cerros, limita el flujo del aire y a su vez, favorece que los gases contaminantes se queden atrapados en la zona.¹⁵ Por lo que, es fundamental continuar con los monitoreos de la calidad del aire y revisar periódicamente su correcto funcionamiento para garantizar la identificación de las áreas con mayor concentración de contaminantes, el contaminante predominante y con base en eso, determinar las medidas óptimas de mitigación. Considerando esto, en esta investigación se analizaron las tendencias de la contaminación atmosférica en el AMM durante el periodo 2021 al 2023 en las diferentes estaciones de monitoreo y temporada del año. Para este propósito, se consideraron las concentraciones de los contaminantes criterio: PM 2.5, PM 10, CO, O₃, NO₂ y SO₂, con la finalidad de analizar su comportamiento en el AMM y usar esta información como una posible guía para proponer mejores y soluciones alternas para contribuir al mejoramiento de la calidad de aire en el AMM.

METODOLOGÍA

Para el análisis de la calidad de aire en Nuevo León se consideró el área metropolitana de Monterrey ya que es la zona donde se realiza la mayor parte de actividad económica del estado. El AMM está formada por 18 municipios y es la zona donde habita la mayor parte de la población, con 5,341.17 habitantes (hasta el año 2020) en 7,691,66 km² de superficie.¹⁶ Los municipios que conforman el AMM son: Abasolo, Apodaca, Cadereyta Jiménez, Ciénega de Flores, El Carmen, García, General Escobedo, General Zuazua, Guadalupe, Hidalgo, Juárez, Monterrey, Pesquería, Salinas Victoria, San Nicolás de los Garza, San Pedro de los Garza García, Santa Catarina y Santiago.

El monitoreo ambiental del AMM se realiza en 15 estaciones de monitoreo en diferentes puntos estratégicos, registrando emisiones de CO, O₃, NO₂, SO₂, PM 2.5, PM 10, COVs, NH₃, así como la temperatura, humedad relativa y radiación solar.¹⁷ Las estaciones de monitoreo ambiental se encuentran distribuidas en el AMM como se observa en la figura 2.

Los datos de ubicación geográfica de las estaciones se muestran en la tabla I. Como se observa, la mayoría de las estaciones coinciden directamente con un municipio del AMM; sin embargo, algunas residen en diferentes lugares dentro de un mismo municipio a la vez. El primer caso es de la estación *La Pastora*, ubicada en el interior del zoológico La Pastora, sobre la avenida Eloy Cavazos y Pablo Livas en el municipio de Guadalupe. La estación *Misión San Juan* se ubica dentro del parque industrial Ciudad Mitras, en la colonia del mismo nombre ubicada en la carretera que conecta Monterrey con el municipio de García. Dentro de los patios de Agua y Drenaje se encuentra la estación *Obispado*, en la colonia Nuevo Obispado en el centro de Monterrey. La estación *Pueblo Serena* se ubica sobre la carretera nacional, en la colonia Valle Alta, conectando el municipio de Monterrey con el de Santiago. La estación *San Bernabé* se instaló dentro de los patios de Monterrey, a un lado del cerro de Topo Chico. Por último, la estación Universidad se encuentra dentro de Ciudad Universitaria, en el municipio de San Nicolás.¹⁸



Fig. 2. Mapa del área metropolitana de Monterrey y la ubicación de sus estaciones de monitoreo.¹⁷

De acuerdo con la Norma Oficial Mexicana NOM-156-SEMARNAT-2012, las estaciones de monitoreo se ubican en zonas de posible riesgo ambiental, tales como: asentamientos humanos con más de 500,000 habitantes, zonas de actividad industrial que requieran el monitoreo y muestreo de contaminantes atmosféricos, zonas degradadas por el hombre y zonas metropolitanas en general, para que las concentraciones registradas en cada zona sean representativas.¹⁹ En resumen, las estaciones de monitoreo en el AMM se ubican en zonas estratégicas que permiten evaluar los impactos ambientales en fuentes fijas (industrias) y fuentes móviles (tráfico vehicular) en áreas de gran concentración poblacional, como las zonas habitacionales y comerciales rodeadas de zonas industriales y/o áreas desprovistas de vegetación.²⁰

Con el objetivo de analizar la tendencia de la contaminación del aire en el AMM, se extrajeron los datos de la concentración de seis contaminantes criterio: PM₁₀, PM_{2.5}, Ozono, CO, NO_x y SO₂ del Sistema Nacional de Información de la Calidad del Aire (SINAICA). Esta red de monitoreo se encarga de recabar, transmitir y publicar información acerca de la calidad del aire registrada en las diferentes estaciones de monitoreo ubicadas en zonas estratégicas del territorio nacional.¹⁸

En esta investigación se consideraron los datos de los años: 2021, 2022 y 2023 en diferentes temporadas (invierno, primavera, verano y otoño) como factores de bloque, los cuales se incorporaron con el objetivo de lograr una comparación más precisa de los datos recopilados. Se realizó un análisis de varianza (ANOVA) para cada uno de los contaminantes criterio en este periodo usando el *software* Minitab®, en el cual se obtuvieron gráficos que permitieron visualizar la información obtenida. Los términos del ANOVA incluyen a la suma de cuadrados (SC), cuadrados medios (CM) y el valor del estadístico F, los cuales fueron calculados considerando diferentes grados de libertad (GL) para cada fuente de variación (FV): 2 para año, 3 para la temporada y 13 para las estaciones (ya que la estación 7 no registró datos en el periodo de estudio). Otra de las herramientas utilizadas fue la prueba de *Tukey* para comparar las medias de los tratamientos y así, obtener información detallada acerca de las diferencias entre cada estación, año y temporada. Como referencia, en la tabla II se muestra un ejemplo del acomodo de la información extraída del SINAICA por contaminante en la estación 1 durante el 2023.

Tabla I. Datos de ubicación de las estaciones de monitoreo.

No.	Estación	Latitud (N)	Longitud (O)	Elevación (msnm)	Municipio/Zona
1	Apodaca	25° 44'29.81"	100° 18'60.00"	612	Apodaca
2	Cadereyta	25° 36'0.00"	99° 59'24.00"	330	Cadereyta
3	Escobedo	25° 48'0.00"	100° 20'24.00"	560	Escobedo
4	García	25° 46'48.00"	100° 35'24.00"	787	García
5	Juárez	25° 38'60.00"	100° 5'60.00"	396	Juárez
6	La Pastora	25° 40'12.00"	100° 15'0.00"	505	Zoológico La Pastora
7	Misión San Juan	25° 47'04.00"	100° 27'47.00"	606	García
8	Obispado	25° 40'48.00"	100° 20'24.00"	634	Monterrey
9	Pesquería	25° 47'24.00"	100° 04'48.00"	351	Pesquería
10	Pueblo Serena	25° 34'48.00"	100° 15'0.00"	603	Carretera nacional
11	San Bernabé	25° 45'36.00"	100° 22'12.00"	559	Patios Metrorrey
12	San Nicolás	25° 45'0.00"	100° 15'36.00"	476	San Nicolás de los Garza
13	San Pedro	25° 40'12.00"	100° 24'36.00"	937	San Pedro Garza García
14	Santa Catarina	25° 40'48.00"	100° 27'36.00"	691	Santa Catarina
15	Universidad	25° 43'48.00"	100° 18'36.00"	530	Zona industrial San Nicolás

Tabla II. Concentración (media) de los seis contaminantes criterio en la estación de monitoreo 1 durante el 2023.

Temporada	Mes	2023 (Estación 1: Apodaca)					
		PM _{2.5}	PM ₁₀	CO	O ₃	NO _x	SO ₂
		µg/m ³	µg/m ³	ppm	ppm	ppm	ppm
Invierno	Enero	9.00	72.00	1.44	0.005	0.05636	0.00500
	Febrero	21.00	82.00	1.67	0.021	0.04576	0.00514
	Marzo	24.00	85.00	1.90	0.023	0.03636	0.00514
Primavera	Abril	4.00	56.00	0.00	0.008	0.01463	0.00417
	Mayo	25.00	66.00	1.26	0.025	0.02976	0.00429
	Junio	9.00	55.00	0.00	0.006	0.01362	0.00301
Verano	Julio	23.00	64.00	1.34	0.037	0.02550	0.00289
	Agosto	23.00	63.00	1.65	0.040	0.02601	0.00304
	Septiembre	19.00	58.00	1.40	0.035	0.02917	0.00422
Otoño	Octubre	20.00	76.00	1.57	0.024	0.03756	0.00346
	Noviembre	20.00	71.00	2.06	0.023	0.04236	0.00401
	Diciembre	29.00	98.00	2.38	0.022	0.05630	0.00525

RESULTADOS

Análisis del efecto de las fuentes de variación: año, estación de monitoreo y temporada del año en la contaminación del aire

El análisis de las concentraciones de cada contaminante criterio en el aire del AMM durante el periodo del 2021 al 2023 se realizó mediante un análisis de varianza considerando como fuente de variación el año, la temporada y la estación de monitoreo. Los resultados del análisis de cada contaminante se muestran en la tabla III. De acuerdo con los resultados, la concentración de los contaminantes O₃, CO, NO_x y SO₂ resultó significativamente afectada por el año, la temporada y la estación analizada; mientras que, para el material particulado solo la temporada y la estación resultaron significativas, al considerar un valor de alfa (significancia α) de 0.01.

Tabla III. Análisis de varianza de los seis contaminantes criterio en el AMM del 2021-2023.

Contaminante	Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	F	p
PM 2.5	Año	2	189.4	94.7	1.5	0.220
	Temporada	3	2215.6	738.5	11.9	0.000*
	Estación	13	18727.3	1440.6	23.1	0.000*
	Error	485	302223.8	62.3		
	Total	503	51356.1			
PM 10	Año	2	72	36.2	0.3	0.775
	Temporada	3	36058	12019.5	84.5	0.000*
	Estación	13	40861	3143.1	22.1	0.000*
	Error	485	68957	142.2		
	Total	503	145948			
CO	Año	2	4.7	2.3	5.5	0.004*
	Temporada	3	7.1	2.4	5.6	0.001*
	Estación	13	64.3	4.9	11.7	0.000*
	Error	485	205.9			
	Total	503	281.9			
O ₃	Año	2	0.0013	0.0007	10.3	0.000*
	Temporada	3	0.0041	0.0014	21.1	0.000*
	Estación	13	0.0035	0.0003	4.2	0.000*
	Error	485	0.0315			
	Total	503	0.0405			
NO _x	Año	2	0.0021	0.0011	8.1	0.000*
	Temporada	3	0.0412	0.0137	105.8	0.000*
	Estación	13	0.0125	0.0009	7.4	0.000*
	Error	485	0.0630			
	Total	503				
SO ₂	Año	2	0.000176	0.000088	29.1	0.000*
	Temporada	3	0.000048	0.000048	16.0	0.000*
	Estación	13	0.000571	0.00044	14.6	0.000*
	Error	485	0.000003			
	Total	503	0.002355			

* Significativas (valor- $p < 0.01$).

De la tabla anterior se demostró que la variación en las concentraciones de los diferentes contaminantes criterio según las fuentes de variación analizadas resultó significativa (valor- $p < 0.01$). Sin embargo, para conocer las similitudes o la diferencia entre los valores medios de las concentraciones de cada contaminante, se aplicó la prueba de Tukey para medias homogéneas. En la Tabla IV se muestran las medias de cada contaminante durante el periodo del 2021 al 2023 en las diferentes estaciones de monitoreo. En este análisis, las medias que comparten letra (superíndice) son estadísticamente iguales. A partir de este análisis, se infiere que, si bien cada uno de los contaminantes muestra una distinta dispersión dentro del área metropolitana, la estación 14 (ubicada en Santa Catarina) registró la mayor concentración de todos los contaminantes del aire analizados. Esto puede estar relacionado con la alta actividad industrial de la zona. También, la estación 8 (en el Obisado)

es una de la que registra mayores índices de contaminación de material particulado, monóxido de carbono y ozono. Otro aspecto que destacar es que el ozono presentó una dispersión homogénea en toda el área metropolitana de Monterrey, lo que debería tomarse en cuenta para evitar el daño a la salud de las personas y el daño a la vegetación debido a su alto poder oxidante.²¹ Por otro lado, las estaciones 1 (Apodaca) y 8 (Santa Catarina) son las que registran la mayor contaminación por gases ácidos como NO_x y SO₂.

Tabla IV. Comparación de las medias de los seis contaminantes criterio considerando la estación de monitoreo como fuente de variación en el periodo de 2021-2023.

Estación	Contaminante del aire					
	PM 2.5 (µg/m ³)	PM 10 (µg/m ³)	CO (ppm)	O ₃ (ppm)	NO _x (ppm)	SO ₂ (ppm)
1	19.472 ^{b,c}	67.194 ^{a,b}	1.625 ^{a,b}	0.019 ^{b,c}	0.030 ^{a,b,c}	0.005 ^{a,b,c}
2	15.197 ^c	62.444 ^{a,b,c}	1.097 ^{b,c,d}	0.022 ^{a,b,c}	0.018 ^d	0.007 ^a
3	15.283 ^c	60.333 ^{a,b,c}	0.794 ^{d,e}	0.023 ^{a,b,c}	0.026 ^{b,c,d}	0.004 ^{c,d,e}
4	15.652 ^c	57.833 ^{a,b,c,d}	1.283 ^{a,b,c,d}	0.023 ^{a,b,c}	0.024 ^{b,c,d}	0.004 ^{c,d,e}
5	25.730 ^a	66.678 ^a	1.217 ^{a,b,c,d}	0.022 ^{a,b,c}	0.025 ^{b,c,d}	0.005 ^{b,c,d}
6	16.333 ^c	51.972 ^{a,b,c}	1.494 ^{a,b,c}	0.027 ^a	0.020 ^{c,d}	0.004 ^{c,d,e}
8	20.933 ^{a,b,c}	61.278 ^{a,b,c}	1.776 ^a	0.026 ^{a,b}	0.023 ^{b,c,d}	0.005 ^{b,c,d}
9	0.000 ^d	36.667 ^e	0.372 ^e	0.026 ^{a,b}	0.020 ^{c,d}	0.004 ^{d,e}
10	15.148 ^c	46.583 ^{d,e}	0.974 ^{c,d}	0.024 ^{a,b,c}	0.022 ^{b,c,d}	0.003 ^e
11	18.005 ^c	50.000 ^{c,d}	1.521 ^{a,b,c}	0.018 ^c	0.027 ^{b,c,d}	0.005 ^{a,b,c}
12	21.389 ^{a,b,c}	62.889 ^{a,b,c}	1.617 ^{a,b}	0.027 ^{a,b}	0.024 ^{b,c,d}	0.004 ^{c,d,e}
13	17.304 ^c	64.528 ^{a,b}	1.259 ^{a,b,c,d}	0.026 ^{a,b}	0.024 ^{b,c,d}	0.004 ^{c,d,e}
14	27.054 ^a	66.333 ^a	1.372 ^{a,b,c,d}	0.025 ^{a,b,c}	0.032 ^{a,b}	0.006 ^{a,b}
15	19.394 ^{b,c}	69.306 ^a	1.169 ^{b,c,d}	0.024 ^{a,b,c}	0.038 ^a	0.004 ^{c,d,e}

Nota 1: La estación 7 no se muestra porque no tiene registro antes del 2023.

Nota 2: Las medias que comparten letra son estadísticamente iguales.

Por otro lado, la comparación de las medias de las concentraciones de los seis contaminantes por año y temporada se muestra en la tabla V. Como se observa, las medias de la concentración del material particulado por año resultaron iguales durante el periodo de estudio; mientras que otros contaminantes como el O₃ y los NO_x van en aumento. También, se observa que las temporadas con mayor contaminación fueron invierno y otoño durante el periodo de estudio; a excepción del ozono que predominó en primavera y verano, probablemente por el incremento en la temperatura y a una mayor radiación solar recibida.

Tabla V. Concentración media de los contaminantes criterio considerando el año y la temporada como FV.

FV	Valor	Contaminante del aire					
		PM 2.5 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	PM 10 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	CO (ppm)	O ₃ (ppm)	NO _x (ppm)	SO ₂ (ppm)
Año	2021	18.4870 ^a	59.3900 ^a	1.3274 ^a	0.0215 ^b	0.0229 ^b	0.00501 ^a
	2022	17.3470 ^a	58.6700 ^a	1.3187 ^a	0.0244 ^a	0.0256 ^{a,b}	0.00529 ^a
	2023	17.0710 ^a	58.5200 ^a	1.1189 ^b	0.0253 ^a	0.0278 ^a	0.00392 ^b
Temporada	Invierno	19.2300 ^a	69.4100 ^a	1.4386 ^a	0.0209 ^b	0.0297 ^b	0.00558 ^a
	Primavera	17.2330 ^{a,b}	54.5100 ^b	1.1513 ^a	0.0273 ^a	0.0176 ^c	0.00428 ^b
	Verano	14.3780 ^b	47.4920 ^c	1.1484 ^a	0.0258 ^a	0.0162 ^c	0.00484 ^{a,b}
	Otoño	19.7050 ^a	64.0300 ^a	1.2817 ^a	0.0210 ^b	0.0382 ^a	0.00427 ^b

Nota: Las medias que comparten letra son estadísticamente iguales.

En la figura 3 se resumen algunos de los datos obtenidos a partir del análisis anterior por contaminante. Es importante identificar los gases presentes en las diferentes zonas del área metropolitana de Monterrey para proponer e implementar diferentes estrategias que permitan disminuir la contaminación del aire y el riesgo que implica en la salud de la población, flora y fauna. Aunado a esto, se ha reportado que la contaminación del aire también puede causar daños estructurales y erosión en los edificios, causando pérdidas económicas. Por ejemplo, se ha reportado el costo de limpiar y reparar fachadas por kg de emisión de PM 10, SO₂ y NO₂, en países como Noruega, siendo mayor el costo por la contaminación de óxidos de nitrógeno (100 euros/kg contaminante).²² Lo que representa un área de oportunidad para desarrollar nuevos productos tecnológicos para disminuir la contaminación del aire.

Asimismo, es importante destacar que la OMS sugiere valores máximos recomendados por contaminante por año, cada 24 h, 8 h y en algunos casos por temporada, con el objetivo de evitar daños en la población más vulnerable como menores de edad y personas de la tercera edad. A modo de ejemplo se destaca la concentración recomendada por la OMS para el material particulado PM 2.5 (5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$) y PM 10 (15 $\mu\text{g}/\text{m}^3$) por año; mientras que, la NOM-025-SSA1 recomienda no superar más de 12 y 40 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ de material particulado en el mismo periodo. De acuerdo con los resultados, la concentración media (anual) del material particulado en el periodo de estudio, supera el límite recomendado tanto por la OMS como por la NOM-025-SSA1. La comparación de estos límites con los otros contaminantes no fue realizada debido a que la normativa se realiza cada 8 o 24 h.

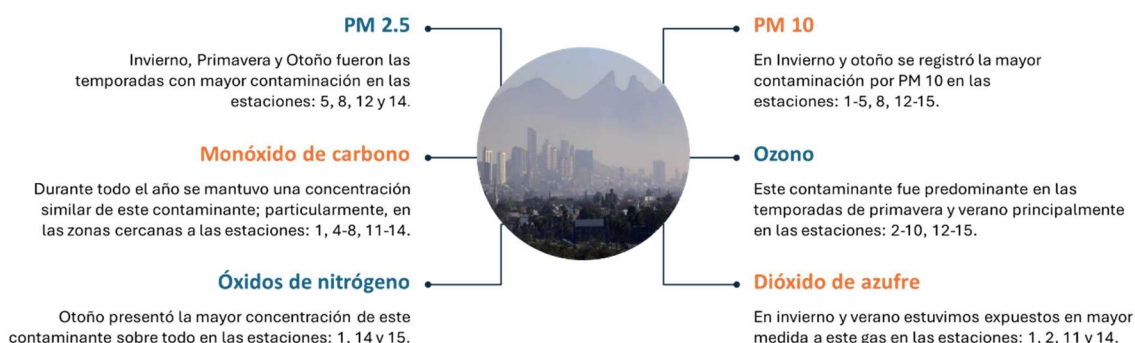


Fig. 3. Resumen de las temporadas y estaciones con mayor contaminación por contaminante en el AMM.

Tendencias de la contaminación del aire en 2024

Con el objetivo de analizar la posible variación de la concentración de los distintos contaminantes del aire, se realizó una prueba Tukey HSD (conocida por sus siglas en inglés *Honestly-significant-difference*) con el objetivo de hacer una comparación de medias de lo que va del año 2024 respecto a los años anteriores en una de las temporadas más contaminadas (invierno). Como se observa en la Tabla VI, no hubo una destacada variación al analizar la diferencia de medias de las concentraciones de los seis contaminantes. Se destaca la variación del año actual con 2022 para el CO, con el 2021 para O₃ y NO_x; mientras que no hubo diferencias significativas para el material particulado y el dióxido de azufre en la temporada de invierno durante el periodo de estudio.

Tabla 6. Comparación de medias de los contaminantes del aire en invierno durante 2021-2024.

Contaminante	Año actual	Años	Diferencia de medias	Error estándar	Valor-p
PM 2.5	2024	2021	3.4129	1.745	0.512
		2022	3.7111	1.745	0.438
		2023	2.9778	1.745	0.624
PM 10	2024	2021	6.8972	3.0159	0.372
		2022	5.173	3.0159	0.620
		2023	3.1159	3.0159	0.885
CO	2024	2021	0.3313	0.1487	0.396
		2022	0.733	0.1487	0.003*
		2023	0.4606	0.1487	0.130
O ₃	2024	2021	0.0107	0.0015	0.000*
		2022	0.0050	0.0015	0.094
		2023	0.0047	0.0015	0.122
NO _x	2024	2021	0.0193	0.0025	0.000*
		2022	0.0056	0.0025	0.381
		2023	0.0021	0.0025	0.933
SO ₂	2024	2021	0.0005	0.0006	0.9181
		2022	0.0001	0.0006	0.9986
		2023	0.0011	0.0006	0.5118

* Diferencia significativa ($\alpha=0.01$).

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

La contaminación del aire es un problema crítico de México y particularmente del área metropolitana de Monterrey debido a la urbanización, la industrialización, el número creciente (y no controlado) de vehículos, el uso de combustibles con alto contenido de nitrógeno y azufre, así como la falta de regulaciones ambientales. Por lo que, en esta investigación se realizó un análisis estadístico de las concentraciones de seis contaminantes criterio: PM 2.5, PM 10, CO, O₃, NO_x y SO₂, registradas en las diferentes estaciones de monitoreo ubicadas en el AMM en el periodo 2021 y 2023. A partir del análisis realizado, se destacan las siguientes observaciones:

- La concentración de los contaminantes O₃, CO, NO_x y SO₂ varió por año, temporada y la estación analizada; mientras que, la variación de la concentración del material particulado solo fue afectada por la temporada y la estación de monitoreo.
- La estación 14, ubicada en Santa Catarina, registró la mayor concentración de los contaminantes del aire. Lo que se relaciona con su alta actividad industrial.
- En el Obispado, la estación 8 es una de la que registra mayores índices de contaminación de material particulado, monóxido de carbono y ozono.
- Las temporadas con mayor índice de contaminación fueron invierno y otoño; a excepción del ozono que predominó en primavera y verano.
- El análisis de la temporada de invierno del 2021-2024 indicó que no hay cambios aparentes en la concentración de los contaminantes.
- La comparación de las concentraciones medias de los contaminantes (anuales) indicó que en el periodo de estudio se superó los límites recomendados por la OMS y la norma mexicana para el material particulado.

Estos resultados podrían servir como una guía para entender la distribución de la contaminación por zona, ya que el efecto de cada contaminante en el medio ambiente es distinto. Una vez que se conoce esto, es crítico iniciar a implementar estrategias para evitar daños a la salud de la población del AMM, el deterioro de especies vegetales, así como sus ecosistemas. Aunado a lo anterior, la contaminación también puede provocar daños en las edificaciones, causando pérdidas económicas. Por esta razón, es necesario implementar acciones específicas para cada una de las fuentes de contaminación mediante políticas y acuerdos que involucren a empresas contaminantes, gobierno y a la sociedad en general para que se destinen recursos humanos, tecnológicos y económicos en pro de mejorar la calidad del aire. A modo de ejemplo, se destaca un programa de verificación vehicular que sería de gran ayuda en el estado para coadyuvar a disminuir la contaminación del aire, particularmente de gases NO_x y SO₂.

REFERENCIAS

1. H. Suhendar, W. Indrasari, S. G. Muqita, I. G. A. Isnaini, Development of a Real-Time Gas Concentration Measurement System Using Internet of Things-Based Monitoring, *Jurnal Fisika dan Aplikasinya* 9(1) (2024) 1-12. <https://doi.org/10.21009/SPEKTRA>
2. S. Paraschiv, L. S. Paraschiv, Trends of carbon dioxide (CO₂) emissions from fossil fuels combustion (coal, gas and oil) in the EU member states from 1960 to 2018, 7th International Conference on Energy and Environment Research, ICEER 2020, 14–18 September, ISEP, Porto, Portugal, *Energy Reports* 6(8) (2020) 237-242. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2020.11.116>

3. R. Gehrels, E. Garrett, Rising sea levels as an indicator of global change, *Climate Change Observed Impacts on Planet Earth*, *Climate Change* 3 (2021) 205-217. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-821575-3.00011-6>
4. T. Bein, C. Karagiannidis, M. Quintel, Climate change, global warming, and intensive care, *Understanding the Disease* 46 (2020) 485–487. <https://doi.org/10.1007/s00134-019-05888-4>.
5. W. Zhou, C. Chen, L. Lei, P. Fu, Y. Sun, Temporal variations and spatial distributions of gaseous and particulate air pollutants and their health risks during 2015–2019 in China, *Environmental Pollution* 272 (2021) 116031. <https://doi.org/10.1016/j.envpol.2020.116031>
6. P. K. Hopke, Q. Dai, L. Li, Y. Feng, Global review of recent source apportionments for airborne particulate matter, *Science of The Total Environment* 740 (2020) 140091. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.140091>
7. D.-E. Constantin, C. Bocăneala, M. Voiculescu, A. Roșu, A. Merlaud, M. Van Roozendaal, P. L. Georgescu, Evolution of SO₂ and NO_x Emissions from Several Large Combustion Plants in Europe during 2005–2015, *International Journal of Environmental Research and Public Health* 17(10) (2020) 3630. <https://doi.org/10.3390/ijerph17103630>
8. S. Madronich, B. Sulzberger, J. D. Longstreth, T. Schikowski, M. P. Sulbæk Andersen, K. R. Solomon, S. R. Wilson, Changes in tropospheric air quality related to the protection of stratospheric ozone in a changing climate, *Photochemical & Photobiological Sciences* 22 (2023) 1129–1176. <https://doi.org/10.1007/s43630-023-003369-6>
9. van der Gaast, W., Towards a Future Climate Policy—From the Kyoto Protocol to the Paris Agreement, in *International Climate Negotiation Factors: Design, Process, Tactics*. (2017), Springer International Publishing: Cham. p. 91-123. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-46798-6>
10. S. Banacloche, M. A. Cadarso, F. Monsalve, Y. Lechon, Assessment of the sustainability of Mexico green investments in the road to Paris, *Energy Policy* 141 (2020) 111458. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2020.111458>
11. SEMARNAT. Informe de Medio Ambiente. Sistema Nacional de Información Ambiental y de Recursos Naturales (2018).
12. H. R. Rodríguez, M. H. Díaz, J. L. T. Sangrador, A. S. Halbinger, M. C. Lugo, S. J. Rothenberg, J. C. Cruz, E. F. Arellano, K. F. Rangel Moreno, L. A. de la Sierra, L. A. Luna Escobar, J. M. Avilés, M. B. Flores, Contaminación del aire en zonas urbanas y salud. Instituto Nacional de Salud Pública (2017) 1-7.
13. J. A. Silva Rodríguez de San Miguel, Management of air pollution in Mexico, *Management of Environmental Quality: An International Journal* 30(3) (2019) 578-592. <https://doi.org/10.1108/MEQ-05-2018-0099>
14. SEMARNAT. Programas de Gestión para Mejorar la Calidad del Aire ProAire (2024). <https://www.gob.mx/semarnat/acciones-y-programas/programas-de-gestion-para-mejorar-la-calidad-del-aire>
15. J. Leal-Iga, Efectos físicos de la contaminación atmosférica percibidos de manera inconsciente por la ciudadanía, en el área metropolitana de la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México. *Revista de Salud Pública* 21 (2023) 423-429. <https://doi.org/10.15446/rsap.V21n4.74959>
16. Secretaría de Economía. (2020). Monterrey. Data México.
17. Secretaría de Medio Ambiente del Estado de Nuevo León. (2023). Programa Integral de Gestión de Calidad del Aire (PIGECA) 2023-2033.
18. Sistema Nacional de Información de la Calidad del Aire (SINAICA) (mayo 2024).
19. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT). (2012). NOM-156-SEMARNAT-2021: Establecimiento y operación de sistemas de monitoreo de la calidad del aire.
20. Programa de gestión para mejorar la calidad del aire del Estado de Nuevo León, ProAire 2016-2025. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT).

21. M. Ferretti, M. Cailleret, M. Haeni, V. Trotsiuk, V. Apuhtin, V. Araminiene, V. Buriánek, S. Cecchini, L. Dalstein-Richier, I. Hůnová, T. Jakovljević, K. Kaoukis, J. Neirynck, M. Nicolas, A.-K. Prescher, R. Novotný, H. Pavlendova, N. Potočić, M. Rupel, A. Russ, M. Schaub, The fingerprint of tropospheric ozone on broadleaved forest vegetation in Europe, *Ecological Indicators* 158 (2024) 111486. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2023.111486>
22. T. Grøntoft, Estimation of Damage Cost to Building Façades per kilo Emission of Air Pollution in Norway, *Atmosphere* 11(7) (2020) 686. <https://doi.org/10.3390/atmos11070686>

El principio de mínima acción

José Rubén Morones Ibarra

Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, México
jose.moronesib@uanl.edu.mx

RESUMEN

En este artículo se presentan algunos aspectos históricos del desarrollo del Principio de Mínima Acción y se establecen los métodos matemáticos y principios variacionales que permiten implementar este Principio. Este Principio lleva implícita en su esencia y estructura, una de las ideas más fundamentales y profundas que se han establecido para entender a la naturaleza. El aspecto central de este Principio es el hecho de que para entender los fenómenos naturales es necesario partir de ideas relacionadas con la simplicidad, el orden, la perfección y la optimización de los recursos de que dispone la naturaleza para llevar a cabo sus procesos. En este artículo, el Principio de Mínima Acción y los métodos del cálculo de variaciones son aplicados a la física, la geometría y la ingeniería. Se supone que la naturaleza economiza todos sus procesos y el ser humano, en la ingeniería, en el diseño de estructuras y máquinas busca imitar a la naturaleza para optimizar recursos. Los métodos de optimización en la ingeniería se aplican mediante modelos matemáticos para determinar valores máximos o mínimos de ciertas variables o funciones.

PALABRAS CLAVE

Principio de mínima acción, cálculo de variaciones, Principio de Fermat, Ecuaciones de Euler-Lagrange.

ABSTRACT

In this article some historical aspects of the Principle of Least Action are introduced together with the mathematical methods and variational principles that allow this Principle to be implemented. This Principle carries implicit in its essence and structure, one of the most fundamental and profound ideas that have been established to understand nature. The central aspect of this Principle is the fact that to understand natural phenomena it is necessary to start from ideas related to simplicity, order, perfection and optimization of the resources available to nature to carry out its processes. In this article, the Principle of Least Action and the methods of calculus of variations are applied to physics, geometry and engineering. It is assumed that nature economizes all its processes and the human being, in engineering, in the design of structures and machines, seeks to imitate nature to optimize resources. Optimization methods in engineering are applied through mathematical models to determine maximum or minimum values of certain variables or functions.

KEYWORDS

Principle of least action, calculus of variations, Fermat's Principle, Euler-Lagrange equations.

INTRODUCCIÓN

Consideraremos primeramente los aspectos históricos y filosóficos del Principio de Mínima Acción (PMA). Para entender cómo nació el PMA debemos remontarnos a los griegos, a los estudios sobre el problema de la reflexión de la luz que realizó Herón de Alejandría. Realizó investigaciones sobre el fenómeno de la propagación de la luz y observó que al viajar la luz de un punto a otro reflejándose sobre un espejo, la trayectoria que sigue es aquella que corresponde a la trayectoria de mínima distancia. De estos experimentos, Herón estableció como Principio, que la luz escoge el camino más corto para viajar de un punto a otro en un medio dispersivo. De acuerdo con los registros de la historia de la ciencia, esta fue la primera vez que se introdujo la idea sobre valores mínimos asociadas a un proceso o fenómeno de la naturaleza. Diremos de paso, que este resultado lo obtuvo Herón de la observación de que el ángulo de incidencia de la luz sobre el espejo

siempre es igual al ángulo de reflexión, resultado que conocemos hoy como la ley de la reflexión de la luz.

Apoyado en las ideas de Herón, más de mil seiscientos años después, Fermat propuso el Principio de Tiempo Mínimo en la trayectoria de la luz al viajar de un punto a otro. Este Principio se conoce ahora como Principio de Fermat, también llamado Principio de Mínimo Tiempo (PMT).

Cuando la luz se propaga en un mismo medio con un solo índice de refracción, lo hace siguiendo una trayectoria rectilínea. Sin embargo, cuando pasa de un medio a otro con diferente índice de refracción, entonces al viajar de un punto a otro, el PMT establece que la luz seguirá una trayectoria tal que el tiempo que invierte en el viaje corresponde a un tiempo mínimo. Esto significa que para cualquier otra trayectoria realizará el viaje entre los dos mismos puntos en un tiempo mayor.

Estos hechos provocaron el interés matemático por el estudio de lo que hoy conocemos como problemas de cálculo de extremales. Se desarrolló entonces el cálculo de variaciones el cual tomó gran importancia cuando en los siglos XVII y XVIII, Maupertuis (1698-1759), Euler (1707-1783) y Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) formularon ciertos principios físicos basados en la idea de simplicidad y economía que rigen todos los procesos naturales, para explicar la dinámica de los sistemas físicos. Lagrange logró probar que, apoyándose en el principio de conservación de la energía y un principio variacional, se podían obtener las ecuaciones de la mecánica Newtoniana. Las ideas de Lagrange fueron generalizadas por el matemático, físico y astrónomo irlandés William Rowan Hamilton (1805-1865) quien formalmente estableció el PMA en el año 1835 y probó de manera generalizada que la mecánica clásica se podía obtener de un principio variacional.¹

El PMA ha resultado de gran utilidad en la ciencia y en la actualidad las teorías fundamentales de la física como la mecánica clásica, el electromagnetismo, las teorías de la relatividad especial y general, así como las teorías cuánticas de campos, se formulan a partir del Principio de Mínima Acción.

Los Principios de la física son suposiciones (axiomas o postulados) que no son apoyadas o basados en nada más fundamental. Son hipótesis de trabajo a partir de las cuales se construye todo el edificio de la física. Actualmente, el Principio de Mínima Acción, junto con las simetrías del espacio y el tiempo, entre otros, es considerado como un principio fundamental de la física.

El PMA involucra ideas sobre la manera cómo funciona la naturaleza a la vez que aspectos estéticos que permiten tener una visión y un entendimiento más profundo de los sistemas físicos y los procesos naturales.

En la actualidad, en la construcción de las teorías físicas hay dos corrientes filosóficas que dominan el escenario de la investigación básica. Una es la tradicional, o empírica, que es la que sigue el camino de la formulación de una teoría a partir de observaciones experimentales. La otra corriente, llamada axiomática, se basa en la propuesta de Hilbert en su conferencia del año de 1900 quien estableció que todas las teorías empíricas como la física, por ejemplo, que se apoyan en la matemática para su desarrollo y fundamentación, eran susceptibles de axiomatizarse.² Esta es la línea que han seguido, por ejemplo, los creadores de las teorías super-simétricas que han abierto nuevas líneas de investigación en la física y que pueden llevar a la solución de uno de los retos más desafiantes de la física que es el de la cuantización de la gravedad.

Dentro de esta última corriente de la física, encontramos entre los axiomas de la física el PMA, el cual establece que la dinámica de los sistemas físicos se obtiene del principio de Hamilton de acción estacionaria, o Principio de Mínima Acción.

Ideas filosóficas sobre el funcionamiento de la naturaleza

Si nos remontamos a los inicios de la construcción de las ideas sobre el comportamiento de la naturaleza y el universo, encontramos que no se tenía mucha información experimental u observacional para elaborar explicaciones o teorías sobre la naturaleza y el universo. El conocimiento empírico era escaso para proponer ideas y explicaciones de los fenómenos observados. El pensamiento dominante era de naturaleza filosófica o teológica o metafísica. Aristóteles fue quien primero estableció el criterio de que la naturaleza en todos sus procesos y

fenómenos, busca lo más simple y también el mínimo esfuerzo. Agregaba también argumentos de perfección y belleza. Siguiendo esta misma línea de pensamiento, Aristóteles argumentaba que la curva más perfecta era el círculo y que por lo tanto los cuerpos celestes en su movimiento deberían seguir una trayectoria circular, que a la vez implicaba que el movimiento se repetía eternamente.

El razonamiento de Aristóteles para explicar el movimiento de los planetas se basaba en ideas metafísicas. El movimiento circular es perfecto porque es continuo y eterno, afirmaba Aristóteles, por lo tanto, el movimiento de los planetas debe ser circular. Ideas asociadas con la simplicidad y la estética surgieron en el pensamiento griego y guiaron el razonamiento de Aristóteles a tal grado de incluir en su análisis de los fenómenos naturales hipótesis asociadas a conceptos extremos (máximos o mínimos). Para él, el círculo es la trayectoria que deben describir los planetas, ya que es la curva cerrada con una longitud dada que encierra la máxima área. Fue el primero en la historia que asoció estos conceptos a fenómenos de la naturaleza. El origen de esta idea de máximos o mínimos fue místico, pero ha resultado de gran utilidad en la ciencia. Estas ideas resultaron ser grandiosas, pero no fueron valoradas en su momento. Retomando estas ideas, Herón de Alejandría en el año 125 a. C. propuso la idea de que la luz viaja siempre en una trayectoria de longitud mínima.

Es importante destacar que el pensamiento griego, representado por las ideas de Tales de Mileto, Pitágoras, Aristóteles, Platón y otros más, de que el mundo y los fenómenos naturales pueden entenderse si nos guiamos por ideas relacionadas con la simplicidad, el orden, la perfección y la uniformidad, ha dado la pauta para el desarrollo de ideas científicas de gran valor y trascendencia. La simetría, la estética, el mínimo esfuerzo de la naturaleza y la simplicidad han sido conceptos que han resultado de gran utilidad para comprender los fenómenos de la naturaleza.³

La búsqueda de la explicación de por qué la naturaleza prefiere unas formas y no otras tiene su fundamento en los conceptos de economía u optimización de recursos en general. Además, tiene una componente de origen teológico de que Dios (la naturaleza) selecciona siempre lo mejor. Los primeros problemas asociados a extremos surgieron en la antigüedad cuando los griegos se plantearon el problema geométrico de determinar la forma de la curva de una longitud dada, que encierra la mayor área o la forma de una superficie dada que encierra el mayor volumen. Encontraron que la curva que encierra la mayor área es el círculo y que la superficie que encierra el mayor volumen es la de la esfera.

Concepto de extremos

Herón de Alejandría fue un matemático, ingeniero e inventor que vivió en Alejandría, Egipto, del año 10 al año 70. Herón, basado en conceptos filosóficos sobre el funcionamiento de la naturaleza, creía firmemente que la naturaleza buscaba ser lo más eficiente y ahorrativa posible y que siempre optaba por el camino más corto. Esta idea, conceptualmente muy buena, no es del todo correcta. Fue el primero que estableció un Principio Extremal al enunciar que la luz viaja de un punto a otro siguiendo el camino más corto. Aún cuando el enunciado no es correcto, la idea es fundamental y valiosa como concepto para establecer un principio minimalista en la óptica

Mucho tiempo después Pierre de Fermat (1607-1665) corregiría la idea de Herón de longitud mínima para la propagación de la luz, a la de un Principio de Tiempo Mínimo para la propagación de la luz de un punto a otro considerando el caso general de medios con diferente índice de refracción el cual obtuvo de la aplicación del cálculo de variaciones.⁴

La explicación de ciertos fenómenos de la naturaleza, como la trayectoria que sigue la luz en un medio o el movimiento de los planetas alrededor del Sol se realizan minimizando ciertas cantidades físicas como el tiempo de propagación en el caso de la luz, o minimizando una cantidad física llamada acción en el caso del movimiento planetario. En general, en los problemas de esta naturaleza, se busca encontrar un máximo o un mínimo para cierta expresión matemática llamada funcional. Al problema se le conoce como determinación de un extremal. El PMA es un problema de determinación de un extremal.

La idea detrás de un Principio Extremal, es la de construir una expresión matemática dada por una integral asociada a una cierta cantidad de la cual nos interesa obtener sus valores extremos. El integrando estará dado por una cierta función y el problema consiste en determinar la función que maximiza o minimiza la integral. Estas ideas son de aplicación casi universal, es por esto que su estudio representa un gran reto para muchas disciplinas. El método utilizado para analizar estos problemas se desarrolló en el siglo XVIII y es conocido como cálculo variacional.

Ejemplos de problemas de extremos los tenemos en la naturaleza como los casos de explicar por qué las pompas de jabón o las gotas de lluvia tienen forma esférica. La explicación se obtiene al determinar la forma de la superficie de ellas. Todo volumen está limitado por una superficie y para un volumen dado, la superficie de área mínima que lo limita es la de una superficie esférica. La razón es que la naturaleza busca estructuras que minimicen la energía del sistema. Las pompas de jabón están formadas esencialmente de agua, que a la vez están formadas por moléculas. Se puede calcular la energía de la pompa de jabón. La superficie que corresponde a la mínima energía es la superficie esférica. Los conceptos físicos que soportan los argumentos empleados en el cálculo se apoyan en la idea de que la naturaleza busca realizar sus procesos de tal manera que invierta la mínima cantidad de energía. Lo mismo ocurre con las gotas de lluvia.

Otro ejemplo de un problema extremal lo encontramos al tratar de determinar la forma que adquiere un cable colgante, como los alambres que conducen la electricidad. Un cable colgante siempre toma la forma de una curva llamada catenaria. Esta curva tiene la característica de que su energía potencial gravitacional es mínima.

Principio de Fermat

Fermat fue quien primero aplicó un Principio extremal con un gran éxito en el campo de la óptica, obteniendo a partir de este principio las leyes de la reflexión y la refracción de la luz. Basado en ciertas ideas filosóficas, en el año de 1658 Pierre Fermat estableció un Principio sobre la propagación de la luz. Este Principio, conocido hoy como Principio de Fermat establece que la luz que viaja de un punto a otro, en un mismo medio, en una trayectoria que debe incluir cierto número de reflexiones, debe seguir un camino que le tome el menor tiempo posible. Para cuando la propagación es en el mismo medio, este principio se conoce como Principio de Tiempo Mínimo. Se dice que el camino óptico de un rayo de luz está siempre asociado a un tiempo mínimo. En general, la trayectoria que sigue un rayo de luz para ir de un punto P_1 a un punto P_2 en un medio donde la velocidad de la luz depende de la posición, es aquella que minimiza el tiempo de recorrido.

Matemáticamente esto se expresa como un integral que debe ser sometida a la condición de que su valor sea un mínimo. Definiendo la integral respecto al tiempo t como

$$I = \int_{P_1}^{P_2} dt = \int_{P_1}^{P_2} \frac{ds}{c}$$

Se debe cumplir que I sea un mínimo. Donde ds es el elemento de longitud en el espacio de propagación de la luz, tomado a lo largo de la trayectoria de la luz. c es la velocidad de la luz que, en general, resulta ser una función de la posición para un medio donde varía el índice de refracción de acuerdo con la posición.

Principios variacionales

Gottfried Leibniz (1646-1716) notable matemático y filósofo alemán, era un hombre de fe religiosa. En el año de 1682 planteó la idea, basada en concepciones teológicas, de que la naturaleza siempre busca, en sus procesos, la máxima economía a esto le llamó Principio de Máxima Economía.⁵ Establecía que, puesto que el mundo es creación de Dios, debe ser el mejor de los mundos posibles. Estas ideas se asocian a valores óptimos, por lo tanto, a valores máximos o mínimos de algunas cantidades físicas. En este sentido Leibniz se adelantó a Pierre Louis

Maupertuis. Maupertuis estableció como Principio para estudiar a la naturaleza que se debe partir de la idea de que la naturaleza es ahorrativa en todos sus fenómenos y procesos.

Pierre Louis Maupertuis fue un físico y matemático francés quien en 1744 propuso la idea de que el movimiento de los planetas se realizaba de tal manera que la trayectoria que seguían era aquella que minimiza la acción. Maupertuis definió la acción como el producto *masa* $\times$ *velocidad* $\times$ *distancia* = *mvs*. La deficiencia en esta definición de acción está en que la velocidad de un planeta varía con el tiempo. Sin embargo, la idea resultó ser de una notable importancia en la física. Posteriormente estas ideas evolucionarían hacia lo que hoy conocemos como Principio de Mínima Acción.⁵

Notemos que si escribimos la acción definida por Maupertuis como

$$mvs = mv \frac{ds}{dt} dt = mv^2 dt,$$

este término correspondería al doble de la energía cinética de un cuerpo de masa m .

En los siglos XVIII y XIX, Euler, Lagrange y Hamilton dieron una forma matemática bien definida a estas ideas estableciendo lo que hoy conocemos como Principio de Mínima Acción. Introdujeron el concepto de acción definiéndolo de una manera muy técnica y precisa, a través de una funcional que se establecerá más adelante en este artículo.

Cálculo Variacional

El problema general del cálculo de variaciones (CV) se plantea de la siguiente manera. Consideremos la integral dada por

$$S[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} F[x, y(x), y'(x)] dx \quad (1)$$

El problema es el de determinar la función $y = y(x)$ que minimiza o maximiza la integral $S[y(x)]$.

Con el propósito de hacer una comparación entre el cálculo de variaciones y el cálculo diferencial ordinario, consideremos el procedimiento seguido en cálculo diferencial para obtener los valores máximos y mínimos de una función $y = f(x)$; Tomamos su derivada y la igualamos a cero. En este artículo nos interesa un asunto diferente. Para esto necesitamos introducir el concepto de funcional. Primeramente señalamos la diferencia entre función $y = f(x)$ y funcional $G(x, f(x))$ notando que la primera depende de una variable, x en este caso, mientras que una funcional, depende a su vez de una función, $f(x)$. En general, una funcional, dependerá de la coordenada x , la función $f(x)$ y de la derivada de $f(x)$. Esto lo escribimos como $G[x, f(x), f'(x)]$, donde $f'(x)$ representa la derivada de $f(x)$.

En especial, para los casos de aplicaciones en extremales, nos interesará una funcional de la forma $S[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} F[x, y(x), y'(x)] dx$. Dada esta funcional, el problema que queremos resolver es el siguiente: determinar la forma de la función $y(x)$ que extremaliza la funcional $S[y(x)]$. Este es el problema fundamental del cálculo de variaciones.

En general, el problema fundamental del cálculo variacional es el de encontrar la forma matemática de la trayectoria o superficie que hace que una función determinada que depende de esta curva o superficie, tome un valor extremo, es decir, un máximo o un mínimo.

Busquemos la curva $y(x)$ que une los puntos $y(x_1)$ y $y(x_2)$ y que minimiza el valor de la integral definida por $S[y(x)]$ en la expresión de arriba. Para esto es conveniente introducir el operador de variación δ .⁶

El operador δ

El operador que designaremos con la letra δ llamado operador de variación e indica el cambio de una funcional, es decir, el cambio de una función de funciones cuando cambia la función $y(x)$ de la cual la funcional depende. Si consideramos la funcional $F[x, y(x), y'(x)]$, la variación de esta cuando producimos un cambio en $y(x)$, y como consecuencia también un cambio en $y'(x)$ está dada por

$$\delta F = \frac{\partial F}{\partial y} \delta y + \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y'$$

Notemos que las variaciones δF , δy y $\delta y'$ ocurren en el mismo valor de la coordenada x . Por lo tanto, el operador de variación δ aplicado a $S[y(x)]$ conmuta con la integral sobre la variable x y puede entrar en el integrando, obteniéndose, después de aplicar la condición de extremalización $\delta S = 0$, obtenemos

$$\delta S[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} \delta F[x, y(x), y'(x)] dx = 0$$

Lo cual puede expresarse como

$$\int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial F}{\partial y} \delta y + \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y' \right] dx = 0 \quad (1)$$

donde

$$\begin{aligned} \delta y &= y_2 - y_1 \\ \delta y' &= y'_2 - y'_1 \end{aligned}$$

Usando la identidad

$$\frac{d}{dx} \left[\delta y \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] = (\delta y') \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + (\delta y) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \quad (2)$$

Despejando $(\delta y') \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right)$, de la Ec (2), obtenemos

$$(\delta y') \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = - \frac{d}{dx} \left[\delta y \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] + (\delta y) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \quad (3)$$

Sustituyendo en la Ec. (3), en la Ec. (1) obtenemos

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial F}{\partial y} \delta y + \left[\frac{d}{dx} \left[\delta y \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] - (\delta y) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \right\} dx = 0$$

Esto puede escribirse como

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial F}{\partial y} \delta y + \left[-(\delta y) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \right\} dx + \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{d}{dx} \left[\delta y \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \right] dx = 0$$

donde el último término es cero, ya que

$$\int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{d}{dx} \left[\delta y \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \right] dx = \left[\delta y \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right]_{x_1}^{x_2} = 0$$

debido a que la variación δy evaluada en los extremos x_1 y x_2 es cero.

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial F}{\partial y} + \left[- \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \right\} \delta y dx = 0 \quad (4)$$

Debido a que la Ec. (4) se cumple para cualquier valor de δy y este a su vez es arbitrario, entonces para que se satisfaga la Ec. (4) con δy arbitrario, debe cumplirse la condición de que el integrando sea cero, esto es,

$$\frac{\partial F}{\partial y} + \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] = 0 \quad (5)$$

Estas ecuaciones son conocidas como las ecuaciones de Euler-Lagrange.

Aquí hemos resuelto el problema para una trayectoria $y = y(x)$ que es una curva representada por una sola función, $y = y(x)$. Esto se puede generalizar al considerar la representación paramétrica de una curva en n -dimensiones, en la forma,

$$y_i = y_i(x)$$

donde $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Con este cambio, las Ecs. de Euler-Lagrange toman la forma más general

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} + \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y_i'} \right) \right] = 0 \quad (6)$$

Las Ecs. de Euler-Lagrange (E-L) dadas en la Ec. (6), están entre las ecuaciones más importantes de la física y la matemática por su poder unificador en las teorías físicas y por tener aplicaciones muy generales.

En el caso en el que la función F en la Ec. (5), no dependa explícitamente de x , se puede probar que las ecuaciones de E.L dadas por la Ec. (5) toman la forma

$$F - y' \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = c \quad (7)$$

Donde c es una constante que se determina según las condiciones impuestas al problema que se está considerando. Se utilizará esta forma de las ecuaciones de E-L para obtener la forma matemática de la catenaria.

La Ec. (7) se conoce como ecuaciones de E-L modificadas.⁷

Historia del cálculo de variaciones

El inicio del cálculo de variaciones usualmente se ubica en el año de 1696, cuando el gran matemático suizo Johannes Bernoulli lanzó el reto de determinar la trayectoria, determinada por dos puntos dados, que debe seguir una partícula que cae bajo la influencia de la gravedad para que este descenso tome el menor tiempo.

El problema se conoce como “Problema de la Braquistocrona” y fue planteado por Johannes Bernoulli publicándolo en una revista especializada, dando un plazo de seis meses para resolverlo. Nadie respondió y el famoso matemático Gottfried Leibniz pidió una ampliación del plazo. Se extendió este plazo por un año y en enero de 1697 Johannes Bernoulli recibió una respuesta correcta al problema. Se dice que Bernoulli identificó inmediatamente a Newton como el autor de la solución. Lo cual resultó cierto.

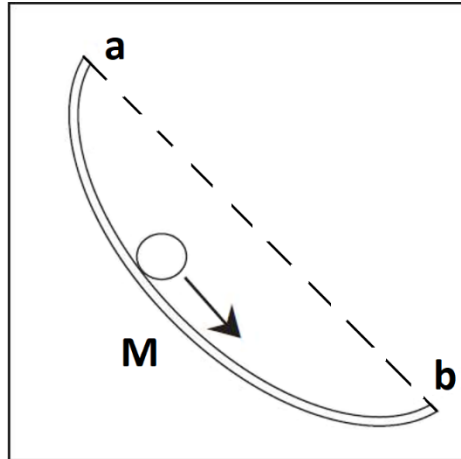


Fig. 1. Braquistocrona.

La braquistocrona

El problema de la braquistocrona es un problema que consiste en minimizar el tiempo. Lo trataremos aquí para ilustrar los métodos de cálculo junto con el problema de la catenaria.

Problema de la Braquistocrona

La Braquistocrona es la trayectoria entre dos puntos A y B que sigue una partícula, cayendo únicamente bajo la influencia de la fuerza de gravedad, empleando el mínimo tiempo⁹.

$$T = \frac{\text{distancia}}{\text{velocidad}}$$

Notemos que la línea recta que une los puntos A y B minimiza la distancia, pero no significa que la velocidad con la que cae la partícula sea la máxima velocidad. La partícula podría ir muy lenta en esta trayectoria y por lo tanto el tiempo invertido del punto A al B no sería el mínimo. El problema es entonces determinar la forma de la curva que minimiza ese tiempo. Esto es lo que calcularemos. Lo primero que debemos hacer es obtener una expresión general para el tiempo de viaje de la partícula, entre los puntos A y B y posteriormente minimizar esta funcional.

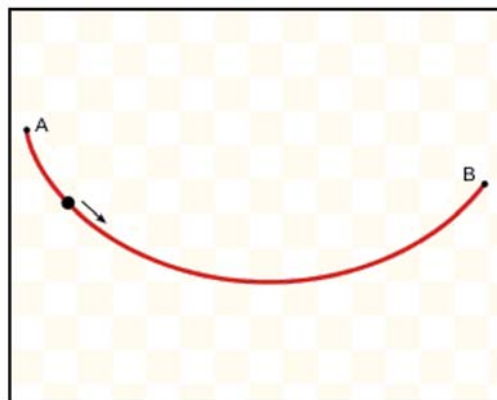


Fig. 2. Braquistocrona.

$$T = \int_A^B dt$$

$$dt = \frac{ds}{v}$$

Como en el caso de la catenaria,

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Para obtener una expresión para la velocidad, usamos la ley de conservación de la energía.

$$mgH = mgy + \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2g(H - y)}$$

La expresión para el tiempo total en términos de estas nuevas cantidades es

$$T = \int_A^B \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{\sqrt{2g(H - y)}} dx$$

El siguiente paso es minimizar el tiempo total T , lo cual se consigue usando las ecuaciones de Euler-Lagrange dadas por la Ec. (5). El resultado obtenido es la ecuación de una curva que corresponde a un segmento de una cicloide. Esta es la ecuación de la braquistócrona.⁹

La Catenaria

La catenaria es la curva determinada por la forma que adquiere un cable tendido entre sus dos puntos extremos fijos, de donde está suspendido cuando solo la gravedad está actuando sobre él. La palabra catenaria proviene del latín *catenarius* que significa propio de la cadena. La catenaria es la curva que minimiza la energía potencial gravitacional del sistema formado por el cable y la Tierra y es por lo tanto la curva más estable. Este es un ejemplo de un sistema estático que satisface el principio de mínimo valor de alguna cantidad física; en este caso, la energía potencial gravitacional. Este concepto tiene grandes aplicaciones en la ingeniería. Por ejemplo, los puentes de arco son diseñados con una forma de catenaria invertida. La característica física principal del arco de catenaria es el hecho de que no existen esfuerzos cortantes en una estructura de diseño en forma de catenaria.

La tensión sobre cada sección de la cadena colgante resulta ser un mínimo. Si ahora damos la forma de catenaria a una varilla sólida formando un arco rígido e invertimos su posición vertical, colocando la curvatura hacia abajo, lo que obtenemos es un arco rígido donde las fuerzas de compresión son mínimas. Este arco será el más estable y soportará el mayor peso. Un arco en forma de catenaria será el más fuerte que podamos construir al colocarlo verticalmente. Es por esto que en la construcción es tan importante conocer las propiedades de la catenaria.

Cualquier deformación que sufra la cadena debido a la aplicación de una fuerza externa o perturbación, desaparecerá al eliminar esta fuerza y la cadena recuperará la forma de la catenaria. El estado determinado por la catenaria es el estado más estable para una cadena o cable colgante (de mínima energía potencial).

El poder determinar la forma matemática de la curva que corresponde a la cadena colgante más estable representó un logro muy importante y con grandes aplicaciones en la ingeniería. Las curvas del tipo de catenarias son frecuentemente usadas en la construcción y en otras aplicaciones tecnológicas.

Durante mucho tiempo se pensó que la forma de una cuerda colgante soportada en sus dos extremos, correspondía a la de una parábola. No fue sino hasta el año de 1691 cuando Johann Bernoulli siguió un tratamiento riguroso del problema y encontró la expresión matemática correcta para esta curva¹⁰.

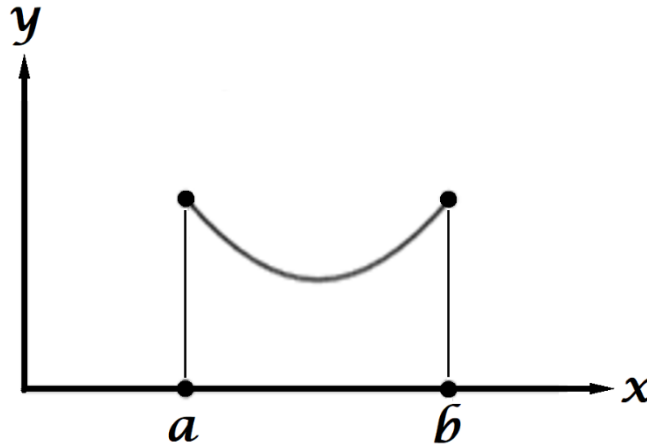


Fig. 3. Representación gráfica de una catenaria.

Para determinar la ecuación de la catenaria consideremos un sistema de coordenadas x-y, y expresemos la forma de la curva (de la cuerda) como una función de x.

$$y = f(x)$$

Consideremos el elemento de longitud $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ tomado sobre la cuerda.

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Supondremos una cuerda uniforme y de densidad lineal de masa constante λ , dada por

$$\lambda = \frac{dm}{ds} = cte$$

Siendo ds el elemento de longitud tomado sobre la cuerda.



Fig. 4. Catenarias.

Algunos arcos tienen la forma de catenarias invertidas.

Como en todo sistema físico en equilibrio, como la cuerda colgante, se debe cumplir que la energía potencial debe ser un mínimo. La energía potencial asociada a un segmento de la cuerda de longitud ds está dada por

$$dE_p = (dm)gy = \lambda ds gy \quad (8)$$

Para calcular la energía potencial total integramos la Ec (8), con λ y g constantes y obtenemos

$$E_p = \lambda g \int_0^L y ds = \lambda g \int_0^L y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (9)$$

Debemos proceder ahora a minimizar E_p en la ecuación (9).

$$\text{Definimos } F = y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (10)$$

Observamos que el integrando en la Ec. (9), esto es, la función F dada por (10), no depende explícitamente de x . En estos casos se puede utilizar las ecuaciones de E-L modificadas dadas por

$$F - y' \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = c \quad (11)$$

Donde c es una constante que se determina según las condiciones impuestas al problema que se está considerando.

Aplicando la Ec. (11) a la función dada por (10), obtenemos la ecuación

$$-\frac{y}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = c \quad (12)$$

Manipulando algebraicamente la Ec. (12), llegamos a

$$y(x) = \int \sqrt{\left(\frac{y^2}{c^2} - 1\right)} dx$$

Es conveniente escribir esta ecuación en la forma

$$dx = \frac{dy}{\sqrt{\left(\frac{y^2}{c^2} - 1\right)}}$$

Integrando obtenemos

$$y(x) = c \cosh\left(\frac{x + D}{c}\right)$$

Esta es la ecuación de la catenaria.

Las constantes c y D se determinan de las condiciones a la frontera $y(a) = y_0$ y $y(b) = y_0$.

Actualmente el concepto de Principios Minimales relacionado con la minimalización o la optimización juega un papel importante en la ingeniería y en el desarrollo de teorías físicas.

Arco catenario

Algunos arcos tienen la forma de catenarias invertidas. Uno de los más famosos arcos catenarios es el Gateway Arc, de San Luis Missouri, en EUA.

Definimos un Arco Ideal como aquel sobre el cual no actúan esfuerzos cortantes, es decir, donde la fuerza siempre actúa a lo largo de la línea del arco. En términos geométricos esto corresponde a la catenaria, donde la tensión siempre actúa a lo largo de la cuerda. Si el arco ideal se construye de material con densidad uniforme, tendremos que el arco ideal tiene la forma de una catenaria invertida, donde la tensión de la catenaria corresponde a la presión entre las secciones del arco ideal. La característica principal de un arco ideal es que no tiene la tendencia a caerse o colapsarse bajo su propio peso, por lo cual decimos que se soporta a sí mismo.



Fig. 5. Gateway Arch, San Louis Missouri, EUA. Este arco tiene la forma de una catenaria invertida.



Fig. 6. Ejemplos de Catenaria.

Sistemas dinámicos clásicos

Consideremos ahora sistemas dinámicos, es decir, sistemas cuyo estado depende del tiempo, o que se mueven.

En el año de 1778, el físico-matemático y astrónomo, Lagrange partiendo de la utilidad que tiene en la física la conservación de la energía mecánica, siendo esta la suma de la energía cinética y la energía potencial, estudió una nueva función, hoy llamada Lagrangiana, que consiste en tomar la diferencia entre la energía cinética y energía potencial. Encontró que podían obtenerse las ecuaciones de la mecánica Newtoniana a partir de un principio variacional impuesto sobre la acción S , la cual definió como

$S = \int L dt$ donde $L = T - V$, siendo T la energía cinética y V la energía potencial del sistema.

Imponiendo la condición de que la acción S tenga un valor extremal, es decir, $\delta S = 0$, Euler probó la equivalencia de las ecuaciones obtenidas de su formulación con las leyes de Newton.

Ejemplo. Partícula en un movimiento unidimensional

Para una partícula de masa m moviéndose bajo la acción de una fuerza conservativa $\vec{F} = -\nabla V$, tendremos que $F = -\frac{\partial V}{\partial x}$. Por otra parte, la energía cinética $T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$. Donde $\dot{x}$ representa la derivada de x respecto al tiempo.

La Lagrangiana L estará dada por $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V$. Sustituyendo L en las ecuaciones de E-L,

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial x} = F \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{d}{dt} m\dot{x} = m\ddot{x} \quad (15)$$

Sustituyendo en (14) y (15) en (13) obtenemos

$F = m\ddot{x}$ que corresponde a la ecuación de movimiento de Newton.

Esto prueba, para este caso particular, la equivalencia entre la formulación Lagrangiana y la Newtoniana para el movimiento.

La generalización al caso de tres dimensiones y para un sistema de más partículas puede realizarse de manera similar.

Teorías relativistas

En una teoría relativista de partículas establecemos que para una partícula libre relativista con velocidad $\vec{V}$, y tri-momento $\vec{p}$, se satisface la relación $\vec{p} = m_{rel}\vec{V} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{(V^2)}{c^2}}}\vec{V}$

El objetivo es encontrar una función Lagrangiana $L = L(x, \dot{x})$ tal que nos permita obtener la ecuación para el tri-momento

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{(V^2)}{c^2}}} \dot{x} \quad (16)$$

y que podamos obtener la ecuación de movimiento relativista para una partícula de masa en reposo m_0 , dada por

$$\dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{(V^2)}{c^2}}} \vec{V} \right) \quad (17)$$

La función Lagrangiana $L(x, \dot{x})$ que reproduce estos resultados es¹¹.

$$L = m_0 c^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{(V^2)}{c^2}} \right) \quad (18)$$

donde $\dot{x} = V_x$ es la componente x de la velocidad de la partícula.

Se puede probar que la función L dada en la Ec. (18), satisface las relaciones (16) y (17).

En general, cualquier sistema dinámico puede describirse a partir de una función Lagrangiana L , a la cual le aplicamos el principio de mínima acción.

En la relatividad general, también un rayo de luz sigue la trayectoria de mínimo tiempo al viajar entre dos puntos. Esto conduce al resultado de que la luz se "dobla" al pasar cerca de una estrella. Fenómeno conocido como desviación de la luz por un campo gravitacional.

Epilogo

Del PMA, que es un principio simple, se obtienen todas las ecuaciones de movimiento de la mecánica y del electromagnetismo. Combinando esta idea con conceptos de simetría para el espacio y el tiempo se obtienen las leyes de conservación de la energía, y de momento lineal y angular. De cualquier forma en que veamos la presencia de un principio variacional, este resulta ser algo externo a la propia teoría que se quiere construir. No es algo que venga de la física, sino algo que imponemos desde fuera de la teoría apoyados en la idea de que la naturaleza debe ser eficiente en sus procesos.

El Principio de mínima Acción se presenta como un Principio Superior que gobierna los procesos de la naturaleza y rige también la formación de estructuras naturales. Parece ser el resultado de los eventos evolutivos que han conducido al mejoramiento y la optimización de los recursos de que dispone la naturaleza para llevar a cabo sus procesos. El PMA ha mostrado ser un instrumento muy poderoso que ha permitido realizar cálculos y obtener generalizaciones y la unificación de diversos campos de la física. Además de la elegancia y capacidad de simplificar las ideas en la física el PMA permite conectar fenómenos aparentemente separados desde el punto de vista de los fenómenos naturales.

Como ya se ha mencionado, la idea de que existe un Principio Universal que establece que la naturaleza realiza sus procesos de tal manera que lo hace con la máxima eficiencia, tuvo raíces filosóficas y teológicas. La ciencia ha tomado estas ideas para establecer como hipótesis de trabajo que este mundo debe ser gobernado o regido por principios simples y de gran contenido estético y de eficiencia, lo cual ha dado magníficos resultados para entender a la naturaleza.

REFERENCIAS

1. Cropper, William H., Great Physicist, Oxford, University Press, 2001.
2. Wolfgang Yourgrau and Stanley Mandelstam, Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory, Dover publications, 1979.
3. Papp, Desiderio, Historia de la Física, Madrid, Espasa-Calpe, 1961.
4. E.T. Bell, Men of Mathematics, Fireside Books, 1965.
5. Leroy E. Loemker, Struggle for Synthesis, Harvard University Press, 1972.
6. Arfken George and Weber Hans, Mathematical Methods for Physicists, Academic Press, 1995.
7. Courant & Hilbert, Methods of Mathematical Physics, Wiley, 1989.
8. Roinila Markku, Leibniz on Rational Decision-Making (braquistocrona) Department of Philosophy, University of Helsinki Finland. 2007.
9. Boas, M. L., Mathematical Methods in the Physical Sciences, John Wiley and Sons, 1966.
10. E.T. Bell, Historia de las Matemáticas, Fondo de Cultura Económica, 2003.
11. Feynman, Física, Volumen II, Fondo Educativo Interamericano, S. A., 1972.

Colaboradores

Alfaro Chacón, Julián

Ingeniero químico graduado de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) en 2016. Maestro en Ciencias con Orientación en Procesos Sustentables en 2022. Actualmente cursa el Doctorado en Ingeniería con Orientación Ingeniería Ambiental en la Facultad de Ingeniería Civil en la UANL.

Alvarez Ramos, Adriana

Licenciada en Química Industrial por la Facultad de Ciencias Químicas (FCQ) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL). Maestra en Ciencias con Orientación en Química de los Materiales por la FCQ, UANL. Actualmente cursa el Doctorado en Ingeniería con orientación en Ingeniería Ambiental, en la Facultad de Ingeniería Civil (FIC-UANL).

Álvarez Sosa, Sara D.

Ingeniero en Energía Renovable por el Instituto Tecnológico de La Laguna con especialidad en energía fotovoltaica, así como estudiante de posgrado en la Maestría en Ciencias con Orientación en Ingeniería Ambiental de la Instituto Tecnológico de La Laguna.

Brunet César, Harairis

Ingeniero en Telecomunicaciones y Electrónica en 2009 en Universidad Tecnológica de La Habana. Estudiante de Maestría en Ciencia de la Ingeniería Eléctrica en FIME, Universidad Autónoma de Nuevo León.

Garza Navarro, Marco A.

Es profesor de tiempo completo de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad

Autónoma de Nuevo León (UANL). Ha sido galardonado con el Premio de Investigación de la UANL en dos ocasiones; y en cinco con el Premio UANL a la Invención, Reconocimiento a la Propiedad Intelectual. Es Investigador Nacional, nivel II.

Gaspar Villaseñor, Noé Cuauhtémoc

Químico Industrial de la Facultad de Ciencias Químicas (2015) y la Maestra en Ciencias de la Ingeniería con especialidad en Materiales de la Facultad de Ingeniería de Mecánica y Eléctrica (2019) de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Es estudiante del Doctorado en Ingeniería de Materiales de la misma universidad.

González González, Virgilio Ángel

Catedrático del Programa de Posgrado en Ingeniería de Materiales y en Nanotecnología de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Cuenta con el Perfil Deseable PRODEP, es miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Nivel II), de la Academia Mexicana de Ciencias, y de la Academia de Ingeniería.

Guerrero Salas, Tania Elizabeth

Estudiante del Doctorado en Ingeniería de Materiales de Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Cuenta con estancias de investigación en la École Polytechnique de Montreal, Canadá y en l'Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire, CERN, Ginebra, Suiza.

Guerrero Salazar, Carlos Alberto

Catedrático del Programa de Posgrado en Ingeniería de Materiales y en Nanotecnología de la Facultad de

Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Cuenta con el Perfil Deseable PRODEP y miembro de la Academia Mexicana de Ciencias.

López Cuellar, Enrique M.

Profesor investigador interdisciplinario del Posgrado de Ingeniería de Materiales y Secretario de Titulación y Movilidad de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Investigador Nacional Nivel II, perfil PRODEP y miembro del Cuerpo Académico Consolidado de Materiales Funcionales.

Luévano Hipólito, Edith

Doctora en Ingeniería de Materiales adscrita a la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Nuevo León (FIC-UANL). Es miembro del SNII (nivel 2) y de la Red de Energía Solar.

Martínez de la Cruz, Azael

Licenciado en Química Industrial por la Universidad Autónoma de Nuevo León, UANL (1992) y Doctor en Ciencias Químicas por la Universidad Complutense de Madrid (1997). Desde 2005 es profesor investigador Titular de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la UANL dentro del posgrado en Ingeniería de Materiales. Es Investigador Nacional Nivel 3.

Mellado Lira, Emireth A.

Bióloga de la UNAM, con enfoque en biología marina, ecología y sustentabilidad. Fue becaria en el museo UNIVERSUM, donde se formó en divulgación científica. Actualmente estudia la Maestría en Ciencias con orientación en Ingeniería Ambiental en la UANL, evaluando usos alternativos del sargazo para descontaminación ambiental.

Morales Ibarra, Rodolfo

Profesor-Investigador en la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) y Profesor Asociado/Invitado en la Universidad de Nagoya, Japón. Ingeniero en Materiales egresado de la UANL, titulado de dos maestrías, Université de Bordeaux en Francia y UANL. Doctorado “Magna Cum Laude” en el Programa de Materiales en cotutela con la Kumamoto University de Japón y la UANL. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores,

Nivel 1, del CONAHCYT y reconocido con el Perfil Deseable del PRODEP de SEP.

Morones Ibarra, José Rubén

Licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas por la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL). Obtuvo el Doctorado en Física en el área de Física Nuclear Teórica, por la University of South Carolina, USA. Actualmente es profesor investigador de tiempo completo en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UANL. Perteneció al Sistema Nacional de Investigadores con Nivel I y es Miembro Regular de la Academia Mexicana de Ciencias.

Ordaz Altamirano, Oscar

Graduado en Ingeniería en Materiales en 2015 y obtuvo una Maestría en Ciencias de la Ingeniería con especialidad en Materiales en 2019. En la actualidad realiza sus estudios de Doctorado en Ingeniería de Materiales en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

Platas Garza, Miguel Ángel

Ingeniero en Electrónica y Automatización por la Universidad Autónoma de Nuevo León. Posteriormente, en esta misma institución recibió el grado de Maestría en Ciencias y de Doctorado en Ingeniería Eléctrica en 2008 y 2011, respectivamente. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores. Cuenta con perfil Prodep.

Rodríguez Cruz, José Ramón

Obtuvo la Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica en 1995 en la Universidad de Texas en Arlington y el Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica en 2000 en el CINVESTAV-IPN. Fue profesor de tiempo completo en el ITESM de 2001 a 2011 y desde entonces es profesor titular A en la FIME de la UANL.

Zambrano Serrano, Ernesto

Doctor en Control y Sistemas Dinámicos por el IPICYT (2017). En 2018, realizó una estancia posdoctoral en la FCE-BUAP. De 2019 a 2021, realizó una estancia posdoctoral en la FIME-UANL. Actualmente es profesor en la FIME-UANL, miembro del SNI-CONAHCYT y de la Asociación Mexicana de Sistemas Dinámicos y Complejidad.

Información para colaboradores



Se invita a estudiantes, docentes, investigadores, profesionistas y demás interesados en difundir sus trabajos científicos y tecnológicos, a colaborar con sus artículos en la revista Ingenierías.

LINEAMIENTOS EDITORIALES

Es requisito que las colaboraciones sean producto del trabajo directo de los autores, estableciendo claramente su contribución, y que estén escritas en un lenguaje claro y accesible. Se sugiere que las contribuciones no estén redactadas en primera persona. El número máximo de autores por artículo es cinco.

Todos los artículos recibidos estarán sujetos a arbitraje de tipo doble ciego, siendo el dictamen inapelable. Los criterios aplicables a la selección y dictaminación de textos serán: originalidad, rigor científico, exactitud de la información y la claridad en el lenguaje.

La publicación de artículos en la revista Ingenierías implica ceder los derechos de autor a la UANL. Asimismo, los artículos aprobados estarán sujetos a revisión de estilo.

CRITERIOS EDITORIALES

Los autores de artículos de revisión o divulgación deberán presentar trabajos que ofrezcan una panorámica del campo temático, separar las dimensiones del tema y presentar una conclusión que se derive del material presentado.

Las contribuciones sobre modelación y simulación deberán estar científicamente validadas dentro del propio trabajo.

No se consideran para publicación protocolos de investigación, manuales, proyectos, propuestas o trabajos inconclusos.

Los artículos extensos y divididos en partes deberán enviarse en su totalidad, pues se arbitrarán como un solo manuscrito.

INSTRUCCIONES DE ENVÍO

La propuesta de publicación consistirá en lo siguiente: 1) manuscrito del artículo con autores (.docx y .pdf), 2) manuscrito del artículo sin autores (.docx), 3) material gráfico en alta resolución (300 dpi y 15 cm en su lado más corto, .tif, .eps, .jpg o .bmp) y 4) fichas biográficas de cada autor con un máximo de 150 palabras (.docx). Estos archivos se deberán enviar a través de la plataforma digital de la revista (<https://ingenierias.uanl.mx/index.php/i>). Adicionalmente, se deberán llenar los campos de información que se soliciten en la plataforma.

La extensión de los artículos no deberá exceder de 15 cuartillas tamaño carta (incluyendo material gráfico) en tipografía Times New Roman de 11 puntos con interlineado sencillo.

Los artículos deberán incluir un resumen tanto en español como en inglés, de no más de 150 palabras, así como un máximo de 5 palabras clave, tanto en español como en inglés.

Las referencias deberán ir numeradas en el orden de citado en el texto. La bibliografía deberá seguir el formato de citación APA 7ª ed.

El material gráfico, además de estar incluido en el artículo, deberá enviarse en archivos individuales.

CONTACTO

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Universidad Autónoma de Nuevo León,
Edificio 7, primer piso, ala norte.

Tel.: 8329-4000 Ext. 5854

E-mail: revistaingenierias@uanl.mx

Autores

Criterio de autoría o coautoría

Se considera autor o coautor a quien haya contribuido significativamente a la conceptualización, desarrollo, ejecución, análisis, discusión o redacción del trabajo.

Los autores deben:

Presentar un manuscrito inédito que contenga una narración concisa y exacta del trabajo desarrollado, así como una discusión objetiva de su significado intelectual y científico.

Incluir detalles suficientes y referencias a fuentes de información públicas que cumplan con las condiciones necesarias para la confirmación o falsación científica del trabajo por terceros.

Citar aquellas publicaciones que son antecedentes esenciales para comprender el trabajo.

Incluir a los coautores fallecidos, asentando la fecha de su muerte.

Incluir a los coautores que hayan cambiado de afiliación durante el proceso de preparación y publicación del documento, señalando el evento en una nota.

Reconocer mediante una nota de agradecimiento el apoyo de las instituciones y organismos que hayan contribuido significativamente al desarrollo del trabajo, así como a colaboradores que hayan contribuido de manera importante, incluyendo a fallecidos o a quienes hayan cambiado de afiliación, pero sin que hayan llegado a cumplir con el criterio de coautoría, si los hubiera.

Responsabilizarse del material que presentan en su manuscrito.

Atender puntualmente las críticas y observaciones emitidas por los revisores como parte del proceso de evaluación.

Los autores deben abstenerse de:

Ofrecer manuscritos que se encuentren en consideración por otras publicaciones.

Presentar críticas personales en sus trabajos.

Incluir información que hayan obtenido mediante comunicación privada que no se localice en publicaciones.

Incluir información que hayan obtenido de manera confidencial sin el permiso explícito correspondiente.

Incluir información obtenida en el proceso de servicios confidenciales, tales como documentación para concursos o solicitudes de becas.

Citar publicaciones que no se relacionen o que sólo se relacionen remotamente con la materia.

Incluir como autores a terceros que no cumplan con el criterio de coautoría.

Utilizar nombres ficticios o pseudónimos.

Revisores

Deberes

Los revisores deben:

Evaluar el manuscrito enviado para su consideración, y emitir su fallo correspondiente en tiempo y forma.

Declinar cualquier invitación para evaluar un manuscrito si no se consideran calificados, carecen de tiempo para juzgar o se les presenta algún conflicto de intereses, tal como encontrarse vinculados estrechamente a los autores o al trabajo a evaluar.

Manifestar al editor cualquier conflicto de intereses que detecten.

Considerar un manuscrito enviado para revisión como un documento confidencial.

Explicar y apoyar sus juicios de manera suficiente para que el editor, los miembros de cuerpo editorial y los autores comprendan el fundamento de sus observaciones y sugerencias.

Considerar en su revisión posibles errores o fallas de los autores al citar el trabajo relevante de otros.

Informar al editor si encontraran alguna semejanza substancial entre el manuscrito y cualquier otro trabajo.

Restricciones

Los revisores deben abstenerse de:

Conservar, difundir o utilizar información, argumentos o interpretaciones no publicados contenidos en el manuscrito posteriormente al proceso de evaluación.

Contactar a los autores, si hubieran inferido su identidad, previamente a haber emitido su fallo.

Expresar críticas personales.

Editor

Deberes

El editor debe:

Dar consideración justa e imparcial a todos los manuscritos ofrecidos para su publicación, juzgando cada uno de sus méritos científicos o tecnológicos, sin prejuicios de raza, género, religión, creencia, origen étnico, ciudadanía, posicionamiento filosófico o político de los autores.

Considerar un manuscrito enviado para revisión como un documento confidencial.

Explicar y apoyar su juicio final para que los autores comprendan el fundamento de sus observaciones.

Respetar la independencia intelectual de los autores.

Procesar los manuscritos con diligencia.

Ejercer su responsabilidad y la autoridad para aceptar o rechazar un artículo enviado para su publicación.

Delegar en los miembros del consejo editorial o comité técnico la autoridad para aceptar o rechazar un manuscrito enviado para su publicación en casos en que se presente algún conflicto de intereses con él.

Delegar la responsabilidad y autoridad editorial en alguno de los miembros de los consejos editoriales cuando él sea autor o coautor de un manuscrito sometido a consideración de la revista.

Restricciones

El editor debe abstenerse de:

Utilizar la información, argumentos o interpretaciones no publicados desplegados en un manuscrito sometido, excepto cuando cuente con el permiso de los autores.

Compartir información sobre un manuscrito en proceso de revisión o publicación a ninguna persona fuera de aquellos a quienes se les solicite consejo profesional.

Expresar críticas personales.

Cuerpo Editorial

(Consejos Editoriales y Comité Técnico)

Deberes

Los miembros del cuerpo editorial deben:

Estar dispuestos a otorgar consejo al editor en las situaciones requeridas.

Declinar cualquier invitación para brindar consejo si se les presenta algún conflicto de intereses, tal como encontrarse vinculados estrechamente con los autores o con el trabajo a evaluar.

Manifestar al editor cualquier conflicto de intereses que detecten.

Considerar un manuscrito enviado para revisión como un documento confidencial.

Explicar y apoyar sus juicios de manera suficiente para que el editor, los miembros de cuerpo editorial y los autores comprendan el fundamento de sus observaciones.

Respetar la independencia intelectual de los autores.

Restricciones

Los miembros del cuerpo editorial deben abstenerse de:

Utilizar la información, argumentos o interpretaciones no publicados desplegados en un manuscrito sometido, excepto cuando se cuente con el permiso de los autores.

Compartir información sobre un manuscrito en proceso de revisión o publicación a ninguna persona fuera de aquellos a quienes se les solicite consejo profesional.

Expresar críticas personales.



Ingenierías

<http://ingenierias.uanl.mx/>



UANL®

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



EDUCACIÓN DE CALIDAD PARA TRANSFORMAR Y
TRANSCENDER EN BENEFICIO DE LA HUMANIDAD

